L.V. TARASOV

PHYSIQUE DES PROCESSUS DANS LES GÉNÉRATEURS DE RAYONNEMENT OPTIQUE COHÉRENT

L.V. TARASOV

PHYSIQUE DES PROCESSUS DANS LES GÉNÉRATEURS DE RAYONNEMENT OPTIQUE COHÉRENT

PRÉFACE

Les générateurs de rayonnement optique cohérent se répartissent en deux groupes d'appareils. Le groupe principal est constitué par les lasers. Le second groupe comprend les générateurs d'harmoniques optiques, les oscillateurs paramétriques optiques et certains autres appareils. Le présent ouvrage est consacré à la physique des lasers [1].

Un ouvrage qui expose au point de vue physique l'état actuel de la technique du laser semble paraître juste à temps étant donné que les lasers trouvent des applications de plus en plus nombreuses aussi bien dans les recherches scientifiques que dans les branches les plus variées de l'économie nationale. Le nombre d'ingénieurs et de chercheurs occupés dans les techniques du laser croît sans cesse.

En rédigeant ce livre, l'auteur s'est proposé une double tâche: premièrement, de systématiser et d'élargir les idées du lecteur sur la physique des processus intervenant dans les lasers et de le familiariser avec les progrès et les directions les plus récents; deuxièmement, de fournir au lecteur les informations qui lui permettent de se servir librement des ouvrages spécialisés. Cet ouvrage est appelé à refléter le niveau actuel de la technique du laser et en même temps à étudier les méthodes appliquées dans la théorie des lasers, à discuter les différentes approches et approximations. Par là même c'est un livre qui non seulement présente un certain intérêt pour les chercheurs et les ingénieurs mais peut également servir de base scientifique et méthodique pour l'élaboration de manuels spécialisés.

On étudie trois groupes de questions: la réalisation des milieux actifs à l'inversion de populations, la formation du champ de rayonnement dans la cavité résonnante, la dynamique des processus.

En examinant au premier chapitre les procédés de réalisation de l'inversion de populations dans les milieux actifs, on expose les principes et les particularités de fonctionnement des différents types de lasers: à solides, à colorants organiques, à photodissociation, à décharge électrique dans les gaz, gazodynamiques, à ionisation électrique, chimique, à plasma.

Le deuxième chapitre est consacré à l'analyse du rôle de la cavité résonnante dans la formation du champ de rayonnement laser et à l'étude de la théorie des résonateurs ouverts. On utilise pour cette

---

[1] Les générateurs d'harmoniques optiques et les oscillateurs paramétriques optiques sont étudiés dans un livre distinct.

analyse l'approximation de l'optique géométrique, la méthode itérative de Fox et Li, le modèle des faisceaux gaussiens, la loi d'*ABCD*. On étudie l'influence de l'ouverture des miroirs, de la présence d'une lentille ou d'un diaphragme à l'intérieur de la cavité, de l'ajustage imparfait des éléments de résonateurs, en examinant les résonateurs de géométrie différente, tant stables qu instables. Dans le cas de résonateurs actifs, sont discutés les effets de lentille thermique, d'entraînement de fréquence et de « formation de trous ». Une certaine place est accordée à la sélection des modes longitudinaux ainsi qu'à la physique des résonateurs à guide d'ondes et des lasers à guide d'ondes en couche mince à rétroaction distribuée.

Le troisième chapitre commence par un aperçu des différents régimes de fonctionnement du laser, y compris les régimes de modulation active et passive de qualité de la cavité, de synchronisation des modes longitudinaux et transverses et de modulation de charge. Les équations du bilan (équations de Statz et De Mars et leurs modifications) sont introduites et utilisées largement. En partant de ces équations, on traite des différentes questions relatives à la dynamique des lasers monomodes: les phénomènes transitoires provoquant l'apparition de pulsations amorties de la puissance émise, l'apparition d'oscillations non amorties de la puissance en cas d'une faible modulation de pertes, la production d'impulsions géantes dans le cas du déclenchement instantané de la qualité. On fait la comparaison de la modulation électro-optique et acousto-optique de qualité. Les processus dans les lasers à filtres saturables sont soumis à une analyse détaillée. La synchronisation des modes longitudinaux est traitée tant à partir d'une description spectrale qu'à partir d'une description temporelle. Pour l'étude de l'autosynchronisation de modes dans un laser à filtre saturable on utilise la description temporelle basée sur le concept de fluctuations, qui est également appliquée à l'étude de la synchronisation acousto-optique des modes dans un laser à raie amplificatrice homogène. Les méthodes d'étude des impulsions lumineuses ultracourtes sont exposées séparément.

Dans les Annexes, sont étudiés les polynômes d'Hermite, la matrice de Jones, les points singuliers d'un système dynamique à deux dimensions et certaines autres questions.

Le présent ouvrage fait suite au livre *Bases physiques de l'électronique quantique*, publié en traduction française par les Editions Mir en 1979, dans lequel l'auteur a donné le tableau physique général de l'interaction entre le rayonnement optique et la matière.

L'auteur tient à remercier particulièrement V. G. Dmitriev, V. R. Kouchnir, V. K. Novokretchenov, E. A. Chalaev, V. N. Morosov, V. A. Diakov, V. V. Nikitin, J. N. Ptchelnikov, A. M. Ameliants, A. A. Soloviev, V. F. Troukhin, qui ont bien voulu relire le manuscrit et susciter des améliorations, et manifeste sa gratitude à A. N. Tarassova pour son aide dans la préparation du manuscrit.

CHAPITRE PREMIER

PROCÉDÉS DE RÉALISATION DE L'INVERSION DE POPULATIONS DU MILIEU ACTIF

§ 1.1. GÉNÉRALITÉS

Inversion de populations du milieu actif comme condition nécessaire d'oscillation laser. — Le rayonnement laser est obtenu au cours des transitions entre des niveaux énergétiques bien déterminés des centres actifs que l'on appelle *niveaux des transitions laser* ou *niveaux de travail*. Nous désignerons par n_1 (niveau *inférieur*) et n_2 (niveau *supérieur*) les populations des niveaux des transitions laser rapportés à l'unité de volume du milieu actif. La différence

$$N = n_2 - (g_2/g_1)\, n_1 \tag{1.1.1}$$

est appelée *densité d'inversion de populations* des niveaux des transitions laser. Dans cette relation, g_1 et g_2 sont les multiplicités de dégénérescence des niveaux correspondants; pour simplifier, nous supposerons en règle générale que $g_1 = g_2$.

Si la condition

$$N > 0, \tag{1.1.2}$$

est réalisée, on dit qu'il y a *inversion de populations du milieu actif*. La valeur de N étant dans le cas général une fonction du temps et des coordonnées spatiales, la notion d'inversion de populations ne peut se rapporter qu'à des intervalles de temps déterminés et à des régions déterminées du milieu actif.

Dans un milieu *en équilibre* thermodynamique, la valeur de N est négative: la population du niveau supérieur est moins élevée que celle du niveau inférieur. Pour obtenir l'inversion de populations il est nécessaire de faire passer le milieu dans un état *hors d'équilibre*.

La réalisation de l'inversion de populations du milieu actif est une condition nécessaire d'oscillation du laser. Rappelons que le *coefficient d'amplification* $\varkappa$ d'un milieu spatialement homogène se décrit par l'expression [1]

$$\boxed{\varkappa = \sigma N}, \tag{1.1.3}$$

[1] Voir, par exemple, les relations (5.6.9) et (5.6.10) dans [1].

où σ est la section efficace des transitions laser stimulées entre les niveaux. L'expression (1.1.3) montre que le fait lui-même que le rayonnement est amplifié à la traversée du milieu actif suppose la réalisation de la condition (1.1.2), c'est-à-dire exige que la valeur de N soit *positive*. Au point de vue physique la nécessité de réaliser l'inversion de population est évidente, car c'est seulement pour $N > 0$ (c'est-à-dire pour $n_2 > n_1$) que les processus *d'émission stimulée* sur la transition laser seront prédominants vis-à-vis des processus *d'absorption* du rayonnement qui se produisent en même temps.

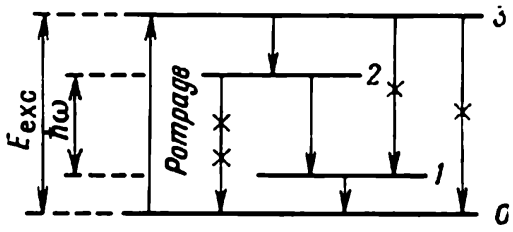


Fig. 1.1

Pour la réalisation et le maintien de l'inversion de populations on utilise un procédé d'excitation approprié (ou, comme on le dit, un procédé de pompage) du milieu actif. Les modes de pompage des lasers sont assez variés, ils seront examinés au cours des paragraphes qui suivent.

Rendement quantique et rendement énergétique d'un laser. — Le choix d'un schéma des niveaux d'énergie du centre actif et d'une méthode de pompage conditionnent en grande partie la valeur du rendement du laser.

Supposons que le centre actif se décrive par un schéma à quatre niveaux (*modèle à quatre niveaux* du laser; fig. 1.1). On distingue sur cette figure: *0*, le niveau fondamental; *1* et *2*, les niveaux inférieur et supérieur des transitions laser; *3*, le niveau peuplé sous l'action du pompage (niveau d'excitation). Admettons que toute la puissance de pompage est absorbée par les centres actifs si bien que les transitions barrées sur la figure ne se produisent pas. Dans ce cas idéal le rendement du laser est maximal; il est égal au rapport de l'énergie $\hbar\omega$ du photon émis à l'énergie E_{exc} dépensée à l'excitation d'un seul centre actif:

$$\eta' = \hbar\omega/E_{exc}. \qquad (1.1.4)$$

La quantité η' est appelée *rendement quantique* d'un laser.

En réalité, toute la puissance de pompage n'est pas absorbée par les centres actifs. Une fraction de cette puissance est dissipée et une autre fraction est absorbée par des particules non actives. L'expression donnant le rendement d'un laser doit donc comporter un facteur qui caractérise la partie de la puissance de pompage absorbée par les centres actifs; nous désignerons cette partie par γ. En outre, tous les centres actifs excités n'arrivent pas à atteindre le niveau supérieur *2*; certains de ces centres passent du niveau *3* directement au niveau *1* ou au niveau *0* (v. fig. 1.1 les transitions marquées par une seule croix). L'expression du rendement d'un laser

doit par conséquent contenir encore un facteur qui caractérise la fraction de la puissance de pompage absorbée par les centres actifs qui est dépensée pour une excitation « utile », c'est-à-dire pour l'excitation de ceux des centres actifs qui passent finalement au niveau *2*. Désignons cette fraction par ν. Enfin, tous les centres actifs atteignant le niveau *2* ne passent pas par la transition laser ; certains d'entre eux passeront du niveau *2* directement au niveau *0* (transition marquée par deux croix sur la fig. 1.1). Il en résulte que l'expression traduisant le rendement d'un laser doit faire intervenir encore un facteur qui est le rapport du nombre de centres actifs ayant passé par la transition laser au nombre total de centres actifs excités au niveau *2*. Désignons ce rapport par f. Ainsi, l'expression du rendement d'un laser devient

$$\eta = \gamma \nu f \hbar \omega / E_{\text{exc}}. \qquad (1.1.5)$$

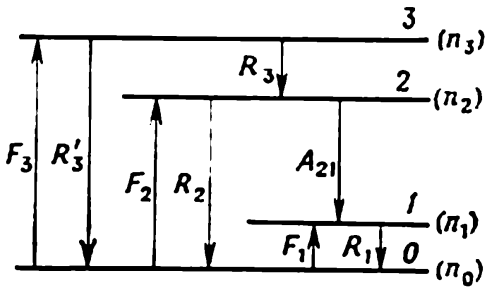


Fig. 1.2

Le facteur γ figurant dans (1.1.5) croît avec l'augmentation de la fraction de la puissance de pompage absorbée par les centres actifs. En utilisant des milieux actifs dans lesquels les transitions « parasites » du type de celles qui sont marquées par une ou deux croix sur la figure 1.1 sont peu probables, on peut augmenter les facteurs ν et f figurant dans (1.1.5). Remarquons que dans l'exemple illustré par la figure 1.1 le pompage se caractérise par une haute *sélectivité* : il n'assure que le peuplement du niveau *3*. L'utilisation d'un pompage moins sélectif peut provoquer le peuplement non seulement du niveau *3* mais du niveau *1* par exemple, ce qui entraînera une diminution du facteur ν dans (1.1.5).

Condition d'inversion de populations pour un modèle à quatre niveaux (pompage stationnaire). — La fig. 1.2 représente le schéma à quatre niveaux et montre celles des transitions qui sont prises en compte. Les probabilités des transitions, rapportées à l'unité de temps, sont désignées par des lettres placées près des flèches correspondantes sur la figure. Puisque le laser n'oscille pas, on ne tient compte dans le canal laser *2-1* que de l'émission spontanée (A_{21} est le coefficient d'Einstein d'émission spontanée). L'*équation du bilan* pour les populations stationnaires (pompage stationnaire) revêt la forme suivante :

pour le niveau *3* $F_3 n_0 - (R_3 + R_3') n_3 = 0;$ (1.1.6a)

pour le niveau *2* $R_3 n_3 + F_2 n_0 - (R_2 + A_{21}) n_2 = 0;$ (1.1.6b)

pour le niveau *1* $F_1 n_0 + A_{21} n_2 - R_1 n_1 = 0.$ (1.1.6c)

Expliquons comment on obtient ces équations, par exemple (1.1.6a). La vitesse de croissance de la population du niveau *3* est égale au nombre de transitions $0 \to 3$ par unité de temps dans l'unité de volume, c'est-à-dire à $F_3 n_0$. La vitesse de décroissance de cette population est égale à la somme des nombres des transitions $3 \to 2$ et $3 \to 0$, c'est-à-dire à $(R_3 + R_3')\, n_3$. Dans le cas stationnaire, les vitesses de croissance et de décroissance de la population du niveau doivent se compenser exactement, d'où résulte l'équation (1.1.6a).

En introduisant les notations $n_0/n_1 = x$, $n_2/n_1 = y$, $n_3/n_1 = z$, récrivons les équations du bilan sous forme du système d'équations suivant:

$$\left.\begin{aligned} &F_3 x = (R_3 + R_3')\, z\,; \\ &F_2 x + R_3 z = (R_2 + A_{21})\, y\,; \\ &F_1 x + A_{21} y = R_1. \end{aligned}\right\} \qquad (1.1.7)$$

Dans le cas considéré la condition d'inversion de populations (1.1.2) prend la forme

$$y > 1. \qquad (1.1.8)$$

En exprimant y à partir de (1.1.7) et en l'introduisant dans (1.1.8), on peut obtenir l'inégalité suivante:

$$R_1 > \left[A_{21} + F_1 \frac{A_{21} + R_2}{F_2 + F_3 R_3/(R_3 + R_3')}\right]. \qquad (1.1.9)$$

Le rapport $R_3/(R_3 + R_3')$ exprime la probabilité relative pour le centre actif se trouvant au niveau *3* de passer au niveau *2*. Par conséquent, $F_3 R_3/(R_3 + R_3')$ est la probabilité de peuplement du niveau *2* par l'intermédiaire du niveau *3*. Mais, les centres actifs pouvant passer au niveau *2* également par la transition $0 \to 2$, la somme

$$F = F_2 + [F_3 R_3/(R_3 + R_3')] \qquad (1.1.10)$$

donne la probabilité totale de peuplement du niveau supérieur de la transition laser. Remarquons également que la somme

$$R = A_{21} + R_2 \qquad (1.1.11)$$

exprime évidemment la probabilité totale de dépeuplement (de relaxation) du niveau supérieur. Compte tenu des relations (1.1.10) et (1.1.11), récrivons la *condition d'inversion de populations* (1.1.9) sous la forme

$$\boxed{(R_1 - A_{21})/R > F_1/F}. \qquad (1.1.12)$$

Principes généraux de réalisation de l'inversion de populations.— Pour obtenir l'inversion de populations il est essentiel que le peuplement ou le dépeuplement des niveaux correspondants du centre actif soit *sélectif*. Reportons-nous à ce propos à la condition (1.1.12). Il en résulte avant tout que l'inversion de populations stationnaire

suppose la réalisation de l'inégalité

$$R_1 > A_{21}. \tag{1.1.13}$$

Autrement dit, la probabilité totale de dépeuplement du niveau inférieur de la transition laser doit être plus forte que la probabilité de son peuplement par suite des transitions spontanées depuis le niveau supérieur.

La condition (1.1.12) montre également que pour établir l'inversion de populations il est souhaitable d'assurer les inégalités

$$F \gg F_1, \tag{1.1.14}$$

$$R_1 \gg R. \tag{1.1.15}$$

Ces inégalités reflètent précisément le facteur de sélectivité, déjà mentionné, nécessaire à la réalisation de l'inversion de populations. L'inégalité (1.1.14) signifie que la probabilité totale de peuplement du niveau supérieur de la transition laser doit être nettement plus grande que la probabilité totale de peuplement du niveau inférieur. L'inégalité (1.1.15) signifie que la probabilité totale de relaxation du niveau inférieur doit excéder sensiblement la probabilité totale de relaxation du niveau supérieur de la transition laser.

En pratique, pour obtenir l'inversion de populations, il suffit d'assurer la réalisation de l'une au moins de deux inégalités indiquées. A ce propos il importe de noter que l'inversion de populations peut être réalisée non seulement grâce à un peuplement plus élevé du niveau supérieur (par rapport au niveau inférieur), mais également par un dépeuplement plus élevé du niveau inférieur. Ainsi, en analysant les méthodes de pompage, faut-il prendre en considération le rapport qui existe entre les probabilités des mécanismes de peuplement et de dépeuplement des niveaux des transitions laser.

Mécanismes de peuplement des niveaux (mécanismes d'excitation)

Absorption de la lumière (*pompage optique*). En utilisant un rayonnement de pompage à spectre de fréquences spécialement choisi, on peut assurer une haute sélectivité de l'excitation optique grâce au peuplement préférentiel du niveau supérieur de la transition laser: $F \gg F_1$.

Collisions inélastiques avec les électrons libres. Au cours de telles collisions une partie de l'énergie cinétique de l'électron est transmise au centre actif (excitation électronique). Les électrons libres excitateurs peuvent être produits soit dans une décharge électrique autonome (auto-entretenue) dans le gaz, soit par l'utilisation d'une radiation ionisante dans un champ électrique externe qui assure l'accélération des électrons (décharge non autonome). Dans ce dernier

cas le pompage est dit *électrique par ionisation*. Lors du pompage électronique l'égalité (1.1.14) n'est pas généralement satisfaite [1], bien souvent on a l'inégalité $F < F_1$.

Collisions inélastiques avec des atomes et des molécules auxiliaires avec le transfert résonnant de l'énergie d'excitation de l'atome (de la molécule) au centre actif. Le mécanisme du transfert *résonnant* d'énergie prédétermine une haute sélectivité de ce mode de pompage grâce au peuplement préférentiel du niveau supérieur ($F \gg F_1$).

Pompage chimique. C'est l'excitation des niveaux par des réactions chimiques exothermiques spécialement choisies. Le pompage chimique peut présenter une haute sélectivité ($F \gg F_1$).

Pompage par recombinaison. C'est l'excitation des niveaux par suite de la recombinaison des électrons et des ions dans un plasma spécialement préparé. Dans cette méthode de pompage l'inégalité (1.1.14) peut ne pas se réaliser.

Pompage thermique. C'est l'excitation des niveaux par échauffement du milieu actif. Dans ce cas $F < F_1$.

Mécanismes de dépeuplement des niveaux (mécanismes de relaxation)

Dépeuplement par rayonnement grâce à l'émission spontanée. La sélectivité de ce mécanisme est déterminée par les règles de sélection (la transition peut être optiquement *permise* ou *interdite* suivant les caractéristiques des niveaux considérés) et par la distance entre le niveau relaxant et le niveau situé plus bas auquel passent les centres actifs au cours de la relaxation (autrement dit, par la valeur de l'énergie $\hbar\omega$ du photon d'émission spontanée). Plus élevée est l'énergie $\hbar\omega$, plus forte est la probabilité de dépeuplement par rayonnement (à condition, bien entendu, que la transition en question soit optiquement permise). Rappelons que dans le cas des transitions dipolaires (c'est-à-dire optiquement permises), le coefficient d'Einstein d'émission spontanée A se décrit par l'expression [2]

$$A = \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3} \, |(\mathbf{d})|^2, \qquad (1.1.16)$$

où $(\mathbf{d})$ est l'élément matriciel du moment dipolaire électrique du système de rayonnement correspondant à la transition considérée.

Le mécanisme du dépeuplement par rayonnement peut se caractériser par un haut degré de sélectivité. Si la transition $2 \to 0$ est optiquement interdite, alors que la transition $1 \to 0$ est optiquement permise [3] et se caractérise en outre par une fréquence suffisamment élevée, on a $R_1 \gg R$.

---

[1] A l'exception des transitions dites auto-limitées (v. plus loin).

[2] Voir par exemple la relation (2.5.34) dans [1].

[3] Pour l'explication de la numérotation des niveaux d'énergie on peut se servir de la fig. 1.1 par exemple.

Collisions inélastiques avec des électrons libres. Il en résulte une augmentation de l'énergie cinétique des électrons (désexcitation électronique). La sélectivité de ce mécanisme est médiocre.

Collisions inélastiques avec des atomes et des molécules auxiliaires au cours desquelles le centre actif cède de l'énergie à l'atome (à la molécule). On distingue deux mécanismes de transfert de l'énergie: *par résonance* et *cinétique.* Dans le premier cas il se produit l'excitation des niveaux déterminés de l'atome ou de la molécule; la sélectivité de ce mécanisme est suffisamment haute ($R_1 \gg R$). Dans le second cas c'est l'énergie cinétique de l'atome ou de la molécule qui s'accroît. Comparé au mécanisme de transfert par résonance, le mécanisme cinétique est nettement moins sélectif et en outre moins rapide.

Signalons comme un cas particulier la désexcitation par des collisions des centres actifs avec les parois du réservoir contenant le milieu actif (désexcitation par collisions contre les parois).

Désexcitation par une détente adiabatique du milieu actif gazeux. Lors d'une telle détente, l'énergie d'excitation des centres actifs se transforme en énergie cinétique des particules du gaz en détente rapide. Ce mécanisme permet de réaliser une haute sélectivité de pompage par un dépeuplement préférentiel du niveau inférieur ($R_1 \gg \gg R$).

Désexcitation chimique. Elle se fait à l'aide de réactions chimiques spécialement choisies et peut assurer un haut degré de sélectivité ($R_1 \gg R$).

Transfert de l'énergie d'excitation à des mouvements collectifs dans le milieu actif. Cette énergie peut être transmise en particulier aux phonons (augmentation de l'énergie de vibration des atomes dans le réseau cristallin).

La liste de mécanismes physiques de l'excitation et de la relaxation des niveaux n'est pas exhaustive, elle sera complétée par la suite. Remarquons que la plupart des mécanismes indiqués ci-dessus sont liés à des transitions *non optiques* dans la matière (1).

La subdivision en mécanismes d'excitation et mécanismes de relaxation est dans une certaine mesure arbitraire. Il ne faut pas oublier qu'en règle générale un seul et même mécanisme conduit au dépeuplement des uns et au peuplement des autres niveaux du centre actif.

Classification des lasers selon différents modes de pompage.— D'une manière traditionnelle, les lasers se classent en quatre groupes principaux suivant le type de milieu actif: *à gaz, à liquides, à solides, à semi-conducteurs.* Une classification plus précise doit

(1) Les transitions non optiques et en particulier les collisions inélastiques avec la participation des électrons, des atomes et des molécules sont étudiées par exemple dans [1]; voir aussi [2, 3].

tenir compte non seulement du type de milieu actif mais également du mode de pompage utilisé. Une telle classification est donnée à la fig. 1.3 [1]. Dans le schéma de cette figure sont indiqués les modes de pompage suivants: *optique*, *par décharge électrique autonome*, *par radiation ionisante dans un champ électrique*, *thermique*, *chimique*, *par recombinaison*. Toutes ces méthodes de pompage ont déjà été citées à l'occasion des mécanismes physiques d'excitation. Pourtant il faut avoir en vue que les questions relatives à la réalisation d'une inversion de populations doivent être examinées en tenant compte non seulement des processus d'excitation mais également des processus de relaxation des niveaux d'énergie.

Remarquons que dans certains types de lasers c'est la sélectivité de la relaxation des niveaux des transitions laser qui joue un rôle particulièrement important pour l'obtention de l'inversion de populations (dans de tels lasers $R_1 \gg R$). C'est ainsi par exemple que dans les lasers à gaz ionisé il est essentiel d'assurer un dépeuplement relativement rapide des niveaux inférieurs, alors que dans les lasers moléculaires et dans les lasers à pompage par radiation ionisante dans un champ électrique c'est la relaxation des niveaux inférieurs par collisions inélastiques qui présente de l'importance, et dans les lasers à gaz dynamiques, c'est la relaxation des niveaux inférieurs par détente adiabatique qui est prépondérant. Un rôle particulièrement important des processus de relaxation dans certains types de lasers est mis en évidence sur la fig. 1.3. D'ailleurs, la sélectivité de dépeuplement des niveaux des transitions laser joue un grand rôle aussi dans d'autres types de lasers (par exemple, dans les lasers à plasma et dans les lasers chimiques).

On doit également tenir compte du *régime d'oscillation*. Les questions de *dépeuplement* des niveaux se posent avec une acuité particulière pour des lasers fonctionnant en continu (inversion de populations stationnaire), alors que pour les lasers travaillant en impulsions ce sont les questions liées à la sélectivité de *peuplement* des niveaux des transitions utiles qui se mettent au premier plan.

Quelques problèmes posés par le fonctionnement en continu: lasers collisionnels. — Comme il a été dit précédemment, l'une des conditions de réalisation de l'inversion de populations stationnaire est celle exprimée par l'inégalité (1.1.13). Pour remplir cette condition il faut assurer une *relaxation suffisamment rapide du niveau inférieur de la transition laser*. L'inégalité (1.1.13) limite considérablement le choix des transitions laser susceptibles à être utilisées pour la réalisation d'une inversion de populations stationnaire et donc du fonctionnement en continu.

Supposons que la relaxation du niveau inférieur soit due à l'*émission spontanée*. Dans ce cas, pour assurer une grande vitesse de

[1] Dans le présent ouvrage les lasers à semi-conducteurs ne sont pas étudiés.

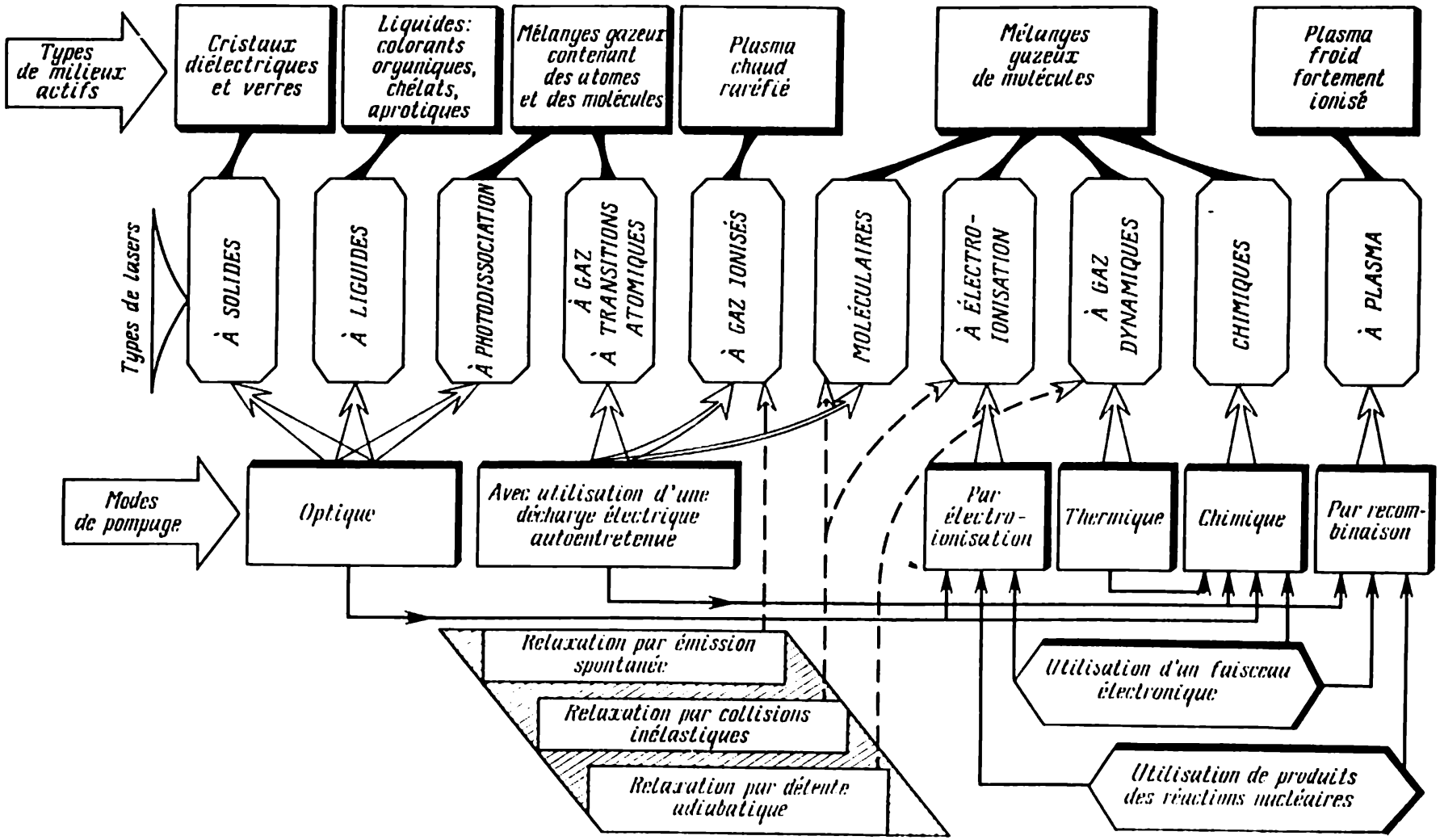

Types de milieux actifs
Cristaux diélectriques et verres
Liquides: colorants organiques, chélats, aprotiques
Mélanges gazeux contenant des atomes et des molécules
Plasma chaud raréfié
Mélanges gazeux de molécules
Plasma froid fortement ionisé
Types de lasers
À SOLIDES
À LIQUIDES
À PHOTODISSOCIATION
À GAZ À TRANSITIONS ATOMIQUES
À GAZ IONISÉS
MOLÉCULAIRES
À ÉLECTRO-IONISATION
À GAZ DYNAMIQUES
CHIMIQUES
À PLASMA
Modes de pompage
Optique
Avec utilisation d'une décharge électrique autoentretenue
Par électro-ionisation
Thermique
Chimique
Par recom-binaison
Relaxation par émission spontanée
Relaxation par collisions inélastiques
Relaxation par détente adiabatique
Utilisation d'un faisceau électronique
Utilisation de produits des réactions nucléaires

Fig. 1.3

relaxation, il faut suivant l'expression (1.1.16) utiliser comme niveau inférieur de la transition laser un niveau situé suffisamment haut par rapport au niveau fondamental. La transition laser doit donc se produire entre des niveaux bien hauts, ce qui signifie que le rendement quantique du laser $\eta' = \hbar\omega/E_{exc}$ sera très peu élevé. Pour un laser à gaz de type courant utilisant des transitions atomiques et fonctionnant en continu l'énergie $E_{exc} \approx 10$ à 20 eV et la valeur de η' n'excède pas en règle générale 0,1. En outre, l'utilisation des hauts niveaux conduit à une diminution des facteurs ν et f entrant dans l'expression (1.1.5) du rendement énergétique du laser parce qu'il y a une certaine probabilité d'excitation, au cours du pompage, des niveaux bas complémentaires ainsi qu'une probabilité de relaxation des centres actifs à ces niveaux. Il n'est donc pas surprenant que le rendement des lasers à gaz oscillant en continu sur transitions atomiques ne soit que de l'ordre de 10^{-3}.

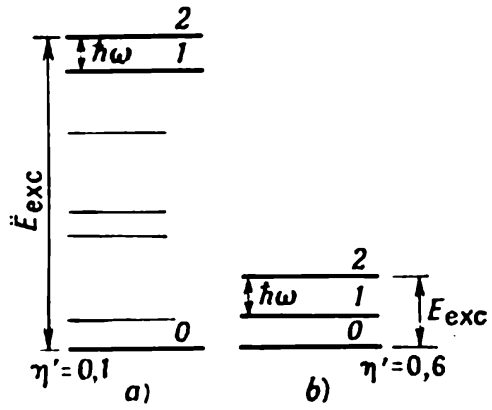


Fig. 1.4

La disposition typique des niveaux des transitions laser pour le cas où le niveau inférieur est vidé par émission spontanée est montrée sur la fig. 1.4. On distingue sur cette figure : *0*, le niveau fondamental ; *1* et *2* les niveaux des transitions laser ; on y a représenté également des niveaux additionnels qui sont dans ce cas des niveaux parasites. Pour le schéma représenté sur la fig. 1.4, *a*, $\eta' = 0{,}1$. Pour améliorer le rendement du laser, il est souhaitable de passer du schéma de la fig. 1.4, *a* au schéma de la fig. 1.4, *b* (pour ce dernier $\eta' = 0{,}6$). En d'autres termes, il convient d'utiliser des transitions entre des niveaux situés relativement bas.

Il en résulte inévitablement une diminution de la vitesse de dépeuplement par rayonnement du niveau inférieur, ce qui impose de faire appel à des mécanismes de relaxation complémentaires du niveau inférieur. Le rôle de tels mécanismes de relaxation complémentaires peut être rempli par les collisions inélastiques des centres actifs avec des atomes et des molécules que l'on introduit à cet effet dans le milieu actif gazeux. De pareils lasers sont souvent dits *collisionnels*.

Comme exemples de lasers collisionnels on peut indiquer les lasers moléculaires et les lasers à pompage par radiation ionisante dans le champ électrique qui oscillent sur les transitions vibrationnelles de la molécule CO_2. Les cas indiqués dans le schéma de la fig. 1.3 où la relaxation du niveau inférieur par collisions inélastiques joue un rôle particulièrement important dans la réalisation de l'inversion de populations se rapportent précisément aux lasers collisionnels.

Avantages du pompage impulsionnel; oscillation sur les transitions autolimitées. — Lors du pompage par *impulsions*, où l'inversion de populations n'est réalisée qu'au cours de certains intervalles de temps, le dépeuplement rapide du niveau inférieur peut perdre de son importance. Supposons qu'à l'application de l'impulsion d'excitation la vitesse de peuplement du niveau supérieur est plus élevée que celle du niveau inférieur. Dans ce cas, le laser peut osciller grâce à l'inversion de populations qui se crée au *début de l'impulsion d'excitation.* Une telle situation est représentée sur la fig. 1.5 dont les courbes *1* et *2* décrivent la variation en fonction du temps des populations des niveaux inférieur et supérieur respectivement, et la courbe *3* décrit l'impulsion d'excitation. Comme le montre cette figure, l'inversion de populations s'obtient au commencement de l'impulsion d'excitation, au bout d'un intervalle de temps t_1. Il est clair que la vitesse de relaxation du niveau inférieur est alors sans importance.

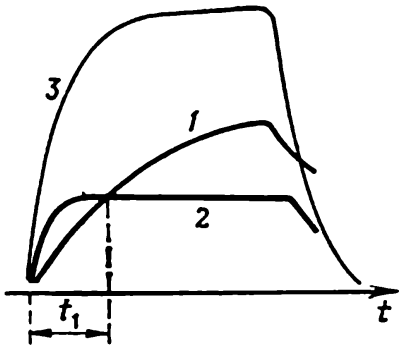


Fig. 1.5

De ce qui précède nous pouvons conclure que le pompage par impulsions permet d'assurer l'oscillation laser dans un *plus grand nombre* de milieux et sur un *plus grand nombre de transitions dans un milieu donné* que le pompage stationnaire. En particulier, le pompage par impulsions permet l'oscillation laser sur des transitions dites *autolimitées.*

Les transitions dans lesquelles le niveau supérieur est constitué par le *premier niveau de résonance* du centre actif et le niveau inférieur est un niveau *métastable* sont appelées autolimitées. La métastabilité du niveau inférieur, qui exclut la possibilité de son dépeuplement par rayonnement, ne permet pas de réaliser l'inversion de populations stationnaire sur de telles transitions bien que le premier niveau de résonance possède en règle générale la plus forte section efficace de l'excitation électronique dans la décharge. Cependant les transitions autolimitées admettent l'oscillation laser en impulsions; elle peut se produire au début de l'impulsion d'excitation lorsque ce n'est pas la vitesse de relaxation du niveau inférieur mais le rapport des vitesses de peuplement des niveaux qui est d'une importance particulière. La durée de l'oscillation étant dans ce cas limitée par les propriétés de la transition elle-même, on a donné à de telles transitions le nom de transitions autolimitées.

Le rapport des vitesses de peuplement des niveaux des transitions laser est dans les transitions autolimitées particulièrement favorable et ceci précisément par suite de la métastabilité du niveau inférieur. Le fait est qu'en règle générale les sections efficaces de l'excitation

par électrons sont beaucoup plus petites pour des transitions optiquement interdites que pour des transitions optiquement permises [3]; il en résulte que la probabilité de l'excitation électronique du premier niveau de résonance (niveau supérieur) est nettement plus forte que celle de l'excitation du niveau métastable (niveau inférieur). C'est précisément pour cette raison que les lasers oscillant sur des transitions autolimitées se caractérisent par des valeurs élevées du gain (1).

En parlant des avantages offerts par le pompage par impulsions, il convient de signaler également qu'au point de vue technique ce mode de pompage est plus facile à réaliser que le pompage continu. Un apport continu et suffisamment stable de l'énergie au milieu actif est en règle générale techniquement plus compliqué que l'apport d'énergie sous forme d'impulsions. En outre, le pompage par impulsions n'exige généralement pas de prévoir un refroidissement forcé du milieu actif réchauffé.

Le pompage impulsionnel permet de réaliser *divers régimes de fonctionnement en impulsions* (2). Les lasers travaillant en ces régimes assurent une concentration extrêmement forte, dans le temps et dans l'espace, de l'énergie lumineuse émise. C'est ainsi par exemple qu'on a réalisé les régimes de production d'impulsions lumineuses extrêmement courtes de 10^{-11} à 10^{-12} s avec une puissance de crête atteignant 10^{12} W.

En pratique, on fait fonctionner les lasers sensiblement plus souvent en impulsions qu'en régime continu. Les lasers à solides et les lasers à liquides fonctionnent généralement en régime d'impulsions; le pompage utilisé dans ce cas peut se produire tant par impulsions qu'en continu. Le fonctionnement en régime continu est caractéristique des lasers à gaz; mais ici également le fonctionnement en impulsions suscite un intérêt de plus en plus grand [5].

Lasers à molécules « éclatantes ». — Mentionnons pour terminer un mécanisme bien efficace du dépeuplement du niveau inférieur basé sur l'utilisation comme centres actifs des molécules dites « *éclatantes* ».

Une molécule « éclatante » se caractérise par le fait que son état fondamental est un état instable (répulsif). Une telle molécule ne peut exister que dans des états électroniques excités. En passant de l'état électronique excité à l'état fondamental elle se dissocie (« éclate » en atomes).

---

(1) Grâce à cette circonstance ces lasers peuvent fonctionner selon un mode superradiant, c'est-à-dire avec une cavité résonnante sans miroirs ou avec un seul miroir (voir [4], chap. 8).

(2) Les régimes de fonctionnement en impulsions seront étudiés au troisième chapitre. Remarquons que l'oscillation en régime impulsionnel peut également avoir lieu avec le pompage continu.

On sait que les atomes de gaz inertes « ne désirent pas » de former des molécules. Pour obtenir les molécules Ar_2, Kr_2, Xe_2, il est nécessaire de dépenser une certaine énergie. Ces molécules n'existent que dans des états excités; elles fournissent des exemples de molécules « éclatantes ».

La fig. 1.6 représente les termes électroniques d'une molécule biatomique « éclatante » (en fonction de la distance entre les centres des atomes). On distingue sur cette figure : *1*, le terme correspondant à l'état fondamental ; *2* et *3*, les termes excités. A la différence de l'état *1*, les états *2* et *3* sont stables. Les droites horizontales représentent sur cette figure les niveaux vibrationnels de la molécule dans ces états. La flèche verticale indique la transition $2 \rightarrow 1$; $\hbar\omega$ est l'énergie du photon émis dans cette transition ; ΔE est l'énergie des atomes produits.

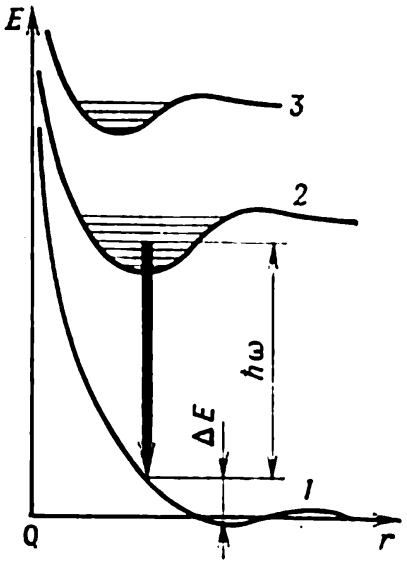


Fig. 1.6

Supposons que les molécules « éclatantes » sont utilisées dans un laser comme centres actifs et que le terme *1* (état fondamental) correspond au niveau inférieur, et le terme *2* (premier état électronique excité), au niveau supérieur des transitions laser. Il est évident que l'inversion de populations dans la transition $2 \rightarrow 1$ aura lieu quel que soit le nombre de molécules créées dans l'état *2* par le mécanisme de pompage. Dès que la molécule « éclatante » passe à l'état *1*, elle le quitte tout de suite en se décomposant en atomes. Le milieu actif à molécules « éclatantes » est un milieu dont le niveau inférieur est *constamment vide*.

L'oscillation sur les transitions entre l'état électronique excité et l'état fondamental (répulsif) est réalisée dans les lasers moléculaires à gaz inertes et dans les lasers à halogénures de gaz inertes (*lasers* dits *à excimères*). Les molécules utilisées sont Ar_2, Kr_2, Xe_2, XeF, XeCl, KrF, ArF et autres. Les lasers à excimères présentent un intérêt en particulier comme lasers pouvant osciller dans l'ultraviolet [1].

§ 1.2. POMPAGE OPTIQUE. LASERS À SOLIDES

Traits spécifiques au pompage optique. — Le *pompage optique* suppose l'excitation des centres actifs lorsque le milieu actif absorbe un rayonnement issu d'une source de lumière spéciale. La méthode

[1] On a réussi par exemple à faire osciller un laser à molécules ArCl à une longueur d'onde de 0,175 μm et un laser à molécules Ar_2 à une longueur d'onde de 0,126 μm (voir [4], chap. 9).

de pompage optique est largement utilisée dans différents types de lasers à solides et à liquides; elle est également utilisée dans les lasers à gaz.

Le pompage optique peut être *cohérent* et *incohérent*. Dans le cas du pompage incohérent on utilise un rayonnement de pompage incohérent; la source d'un tel rayonnement peut être constituée par des lampes à éclairs électroniques, des lampes à éclat continu (à décharge gazeuse et à incandescence), des éclateurs à étincelles, une flamme, et autres [1]. Dans le pompage cohérent la source de rayonnement de pompage est un laser auxiliaire.

Le pompage optique se caractérise par une sélectivité d'excitation extrêmement élevée. Un rayonnement de pompage à spectre de fréquences spécialement choisi permet d'exciter un groupe déterminé de niveaux ou même un niveau *distinct*. Dans le pompage cohérent on peut « pomper de l'énergie » dans une raie bien déterminée du spectre d'absorption du centre actif. Pour améliorer la sélectivité d'excitation lors du pompage incohérent, on peut également mettre à profit le fait que le pompage optique ne se réalise que sur des transitions optiquement permises. Ainsi, l'excitation optique permet de créer les conditions les plus favorables pour la réalisation de l'inégalité (1.1.14); on peut poser que $F_1 = 0$.

L'emploi du pompage optique élargit les possibilités fonctionnelles du laser. C'est ainsi qu'un laser à pompage cohérent peut fonctionner comme amplificateur de rayonnement cohérent ou comme convertisseur de fréquences optiques.

Enfin, un des traits spécifiques au pompage optique est qu'il initie dans le canal d'excitation (sur la transition entre le niveau fondamental et le niveau d'excitation) un processus *inverse* dont la probabilité est à peu près la même que celle du processus direct lié à l'absorption du rayonnement. La probabilité, par unité de temps, d'absorption du rayonnement de pompage est égale à

$$w_p = B\rho_p, \tag{1.2.1}$$

où ρ_p est la densité du rayonnement de pompage à la fréquence d'excitation; B, le coefficient d'Einstein d'absorption du rayonnement dans le canal d'excitation. En même temps que l'absorption il se produit un processus inverse, c'est-à-dire une émission induite initiée par le rayonnement de pompage. La probabilité de ce processus inverse a pour expression

$$w = B'\rho_p, \tag{1.2.2}$$

---

[1] Pour le pompage des lasers opérant dans le domaine ultraviolet on peut utiliser le rayonnement X émis par les électrons dans un synchrotron [6]. Ce rayonnement est appelé rayonnement synchrotron ou de freinage magnétique.

où B' est le coefficient d'Einstein pour le processus indiqué. Les coefficients B et B' sont liés l'un à l'autre par la relation connue [1]

$$gB = g'B',$$

où g et g' sont les multiplicités de dégénérescence du niveau fondamental et du niveau d'excitation respectivement. Il en résulte

$$w_p = (g'/g)\, w. \tag{1.2.3}$$

La coexistence de deux processus opposés dont les probabilités sont liées par la relation (1.2.3) interdit, dans le cas du pompage optique, de *faire coïncider* le canal d'oscillation avec le canal d'excitation. Il s'ensuit en particulier que dans le pompage optique le nombre minimal nécessaire de niveaux du centre actif est égal à trois. Nous nous en assurerons par la suite.

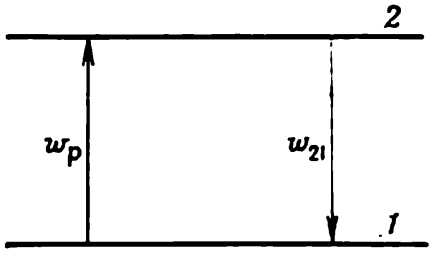


Fig. 1.7

Conditions de réalisation de l'inversion de populations stationnaire par le pompage optique. — Commençons par examiner le schéma *à deux niveaux* représenté sur la fig. 1.7. La probabilité w_{21} est la somme de deux termes dont l'un correspond à l'émission induite initiée par le rayonnement de pompage et l'autre à l'émission spontanée :

$$w_{21} = w + A_{21} \tag{1.2.4}$$

(les transitions non optiques sont négligées). Les populations stationnaires des niveaux *1* et *2* seront désignées respectivement par n_{01} et n_{02} (l'indice « 0 » signifie que la grandeur correspondante est considérée en l'absence d'oscillation). Le nombre total de centres actifs par unité de volume sera désigné par n'.

Les *équations du bilan* pour les populations des niveaux revêtent la forme :

$$n_{01}w_p - n_{02}w_{21} = 0; \qquad n_{01} + n_{02} = n'.$$

En introduisant l'inversion de populations $N_0 = n_{02} - (g_2/g_1)\, n_{01}$, on obtient

$$N_0 = n' \frac{w_p - (g_2/g_1)\, w_{21}}{w_p + w_{21}}. \tag{1.2.5}$$

Puis, en utilisant les relations (1.2.4) et (1.2.3) (avec le remplacement évident de g par g_1 et de g' par g_2), mettons l'expression (1.2.5) sous la forme suivante :

$$N_0 = -\frac{g_2}{g_1}\, n' \frac{A_{21}}{A_{21} + (1 + g_1/g_2)\, w_p}. \tag{1.2.6}$$

[1] Voir par exemple la relation (2.1.6) dans [1].

Introduisons une *vitesse* dite *de pompage* Ω et définie par la probabilité d'arrivée des centres actifs au niveau supérieur de la transition laser. Dans le cas considéré $\Omega = w_p$. En utilisant Ω, récrivons le résultat (1.2.6):

$$\frac{N_0}{n'} = -\frac{g_2}{g_1}\frac{A_{21}}{A_{21}+(1+g_1/g_2)\,\Omega}. \qquad (1.2.7)$$

La courbe de variation de N_0/n' en fonction de Ω, définie par la formule (1.2.7), est montrée à la fig. 1.8. Il est facile de voir que

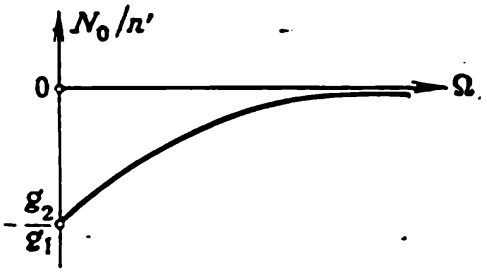


Fig. 1.8

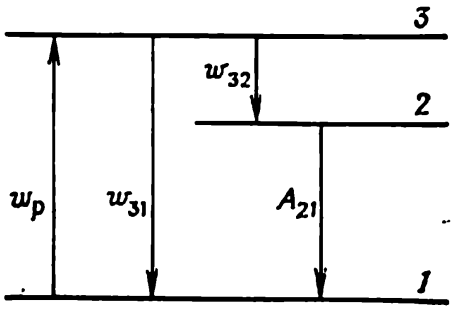


Fig. 1.9

quelle que soit la vitesse de pompage la valeur de N_0 reste négative, c'est-à-dire que l'inversion de populations ne se réalise pas. Ceci signifie que les schémas *à deux niveaux* ne sont pas applicables pour le pompage optique.

Reportons-nous maintenant au schéma *à trois niveaux* représenté à la fig. 1.9. On distingue ici: *1-3*, le canal d'excitation et *1-2*, le canal d'oscillation. Les équations du bilan pour les populations des niveaux sont dans ce cas de la forme

$$\left.\begin{aligned} &-n_{02}A_{21}+n_{03}w_{32}=0\,;\\ &n_{01}w_p-n_{03}(w_{31}+w_{32})=0\,;\\ &n_{01}+n_{02}+n_{03}=n'. \end{aligned}\right\} \qquad (1.2.8)$$

En résolvant le système (1.2.8), on obtient

$$n_{01} = (n'/D)\,A_{21}\,(w_{31}+w_{32})\,; \qquad n_{02} = (n'/D)\,w_p w_{32}\,, \qquad (1.2.9)$$

où D est le déterminant du système d'équations considéré. Il en résulte que

$$\frac{N_0}{n'} = \frac{w_p w_{32}-(g_2/g_1)\,A_{21}\,(w_{31}+w_{32})}{A_{21}\,(w_p+w_{31}+w_{32})+w_p w_{32}} \qquad (1.2.10)$$

La vitesse de pompage Ω pour le schéma à trois niveaux considéré peut s'écrire sous la forme

$$\Omega = w_p w_{32}/(w_{31}+w_{32}). \qquad (1.2.11)$$

En faisant usage de (1.2.11), récrivons (1.2.10):

$$\frac{N_0}{n'}=\frac{\Omega-(g_2/g_1)\,A_{21}}{A_{21}+\Omega\,(1+A_{21}/w_{32})}. \qquad (1.2.12)$$

La courbe de variation de N_0/n' en fonction de Ω, définie par la formule (1.2.12), est montrée sur la fig. 1.10. Cette figure représente deux courbes; la courbe en traits interrompus se rapporte à un cas particulier où $A_{21} \ll w_{32}$.

Il est facile de voir que dans le schéma à trois niveaux l'inversion de populations stationnaire peut être réalisée. A cet effet, il est nécessaire de remplir la condition

$$\Omega > (g_2/g_1)\,A_{21} \qquad (1.2.13)$$

ou encore

$$w_p > (g_2/g_1)\,(w_{31}+w_{32})\,(A_{21}/w_{32}). \qquad (1.2.14)$$

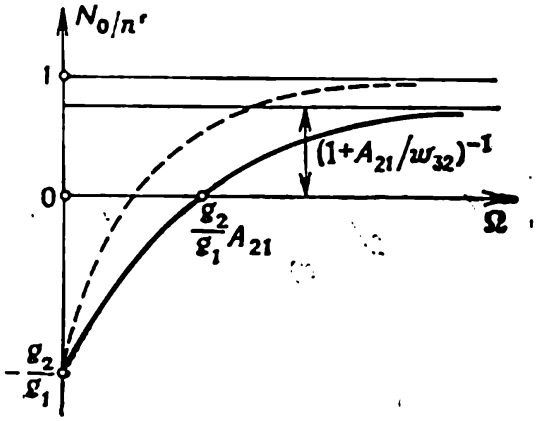


Fig. 1.10

La quantité $\Omega_{inv} = (g_2/g_1)\,A_{21}$ est appelée vitesse de pompage *de seuil suivant l'inversion*. Plus petit est A_{21}, plus bas est le seuil d'inversion.

En utilisant un schéma à trois niveaux qui satisfait à l'inégalité

$$A_{21} \ll w_{32}, \qquad (1.2.15)$$

on peut réduire la valeur de Ω_{inv} et en outre augmenter la valeur limite du rapport N_0/n'.

Une conclusion s'impose qu'il est avantageux d'utiliser les schémas pour lesquels la valeur de A_{21} est aussi petite que possible. Pourtant une telle conclusion est erronée; il se trouve qu'une augmentation excessive de A_{21} n'est pas raisonnable. Cette question sera examinée au § 2.1.

Lasers à solides: problèmes de la réalisation du pompage optique, schémas de travail des lasers [1]. — La fig. 1.11, *a* montre schématiquement comment on peut réaliser le pompage optique d'un laser à solide. Sur cette figure on distingue: *1*, l'élément actif; *2*, la source de rayonnement de pompage ou la pompe (par exemple, une lampe à

[1] Les questions générales concernant le fonctionnement des lasers à solides sont examinées dans [7 à 9]. Les bases théoriques des lasers à solides sont étudiées dans [10 à 12]. Les propriétés spectroscopiques des cristaux laser activés sont systématisées dans [13, 14]; voir aussi [4]. Les constructions concrètes des lasers, la constitution et les caractéristiques des sources de lumière sont décrites dans [15]. Le régime thermique des lasers à solides est examiné dans [16]. Les questions relatives à la fabrication des éléments actifs solides sont traitées dans [17].

décharge du type flash) ; *3*, le réflecteur destiné à concentrer le rayonnement de pompage sur l'élément actif ; *4*, le miroir de la cavité résonnante optique ; *5*, le rayonnement laser. La fig. 1.11, *b* représente la section transversale du laser ; aux foyers du réflecteur dont la section de la surface est une ellipse, sont placés l'élément actif et la source de pompage. En pratique, on fait appel à des réflecteurs de différentes formes et constructions. On utilise par exemple un

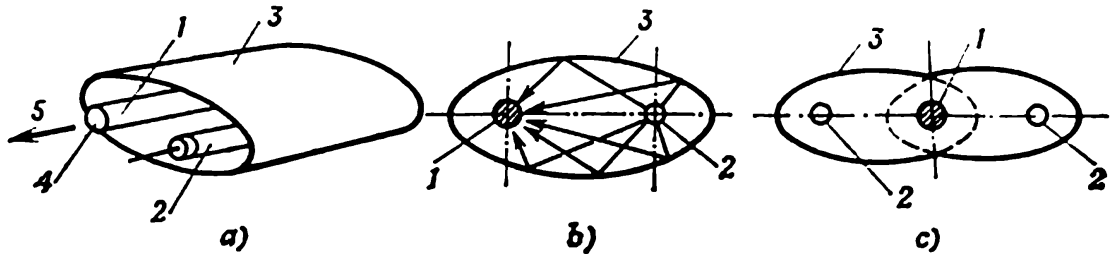


Fig. 1.11

réflecteur à deux lampes dont la coupe transversale est montrée sur la fig. 1.11, *c*. Un tel réflecteur permet d'augmenter la puissance de rayonnement de sortie.

Dans un élément actif solide on distingue la *matrice* (matériau de base) et l'*activateur* (centre actif) introduit dans la matrice sous forme d'impureté. On utilise tant des matrices cristallines que des matrices amorphes (en verres).

Actuellement l'effet d'émission induite est décelé dans plus de 250 cristaux diélectriques activés aux ions de corps appartenant aux groupes intermédiaires. Les plus nombreux sont les cristaux d'oxydes à structure ordonnée (par exemple le cristal Al_2O_3 dopé par les ions chrome Cr^{3+} ou les cristaux $Y_3Al_5O_{12}$ et $YAlO_3$ dopés par les ions Nd^{3+}). Mentionnons également les cristaux de fluorures à structure ordonnée (par exemple le cristal CaF_2 dopés par les ions Dy^{2+}).

L'*efficacité* du pompage optique se détermine par deux facteurs principaux. Premièrement, le rayonnement de pompage doit être efficacement absorbé par les centres actifs et en même temps il ne doit subir pratiquement aucune absorption dans la matrice. Deuxièmement, le *rendement quantique* du pompage doit être élevé : pratiquement tous les centres actifs placés par le mécanisme de pompage au niveau d'excitation doivent ensuite passer au niveau supérieur de la transition laser. En outre il est souhaitable que soient minimales les pertes d'énergie sur les transitions intermédiaires, par exemple, sur la transition du niveau d'excitation vers le niveau supérieur.

Pour améliorer l'efficacité du pompage optique on s'efforce d'utiliser comme « niveau d'excitation » une bande d'énergie *suffisamment large* ou un groupe de niveaux et d'assurer dans ces conditions la *correspondance* de la fréquence de la transition (des fréquences des transitions) dans le canal d'excitation au maximum du spectre de

rayonnement de la lampe de pompage. On applique également la *méthode de sensibilisation* qui consiste à incorporer à la matrice, en plus des ions principaux (ions oscillateurs), encore des ions d'un autre type appelés ions-sensibilisateurs. Ces derniers absorbent assez efficacement le rayonnement de pompage et cèdent ensuite l'énergie absorbée aux ions-activateurs (1). Une autre méthode utilisée en vue d'élever l'efficacité des lasers à solides prévoit l'utilisation com-

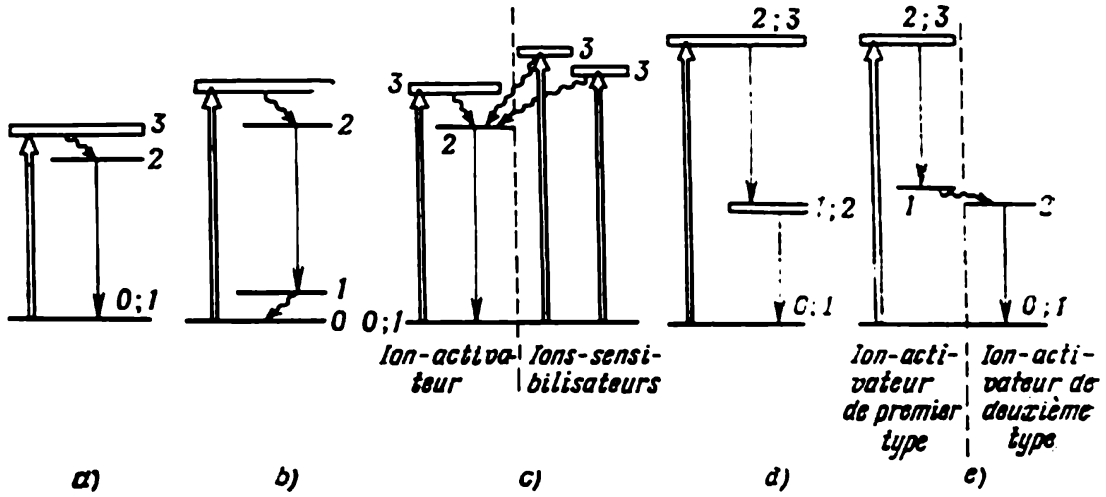


Fig. 1.12

me cristal-matrice non pas de composés simples mais de systèmes mixtes désordonnés (solutions solides), ce qui conduit à un élargissement considérable du spectre d'absorption [20].

Les *schémas de travail* utilisés dans les lasers à solides sont assez variés (v. par exemple [14]). Quelques exemples de schémas de travail sont montrés sur la fig. 1.12. Les chiffres *0*, *1*, *2*, *3* désignent respectivement les niveaux: *fondamental*, *inférieur*, *supérieur*, *d'excitation*. Lorsqu'un niveau est désigné par deux chiffres, ceci signifie qu'il remplit deux fonctions; c'est ainsi par exemple que le niveau marqué par les chiffres *0* et *1* est à la fois le niveau fondamental et le niveau inférieur de la transition laser. Sur la figure, les flèches doubles désignent les transitions dans le canal d'excitation, les flèches ordinaires, les transitions dans le canal d'oscillation, et les flèches ondulées, les transitions non radiatives. La fig. 1.12, *a* représente un schéma à trois niveaux ordinaire et la fig. 1.12, *b* un schéma à quatre niveaux. La fig. 1.12, *c* donne un exemple de schéma à trois niveaux utilisant des ions-sensibilisateurs. Les schémas des fig. 1.12, *d* et *e* sont dits *en cascade* [21]. L'émission induite se fait dans ce cas sur plusieurs transitions à la fois (dans la figure sur deux

(1) La méthode de sensibilisation a été proposée dans [18]. Les mécanismes possibles d'échange d'énergie entre les ions dans les cristaux laser sont examinés dans [19].

transitions). Dans ces schémas on utilise les transitions entre les niveaux soit d'un même ion-activateur (schéma en cascade direct; fig. 1.12, *d*), soit des ions-activateurs de types différents (schéma en cascade comportant un acte intermédiaire de transfert d'énergie d'excitation; fig. 1.12, *e*). Les schémas en cascade présentent un

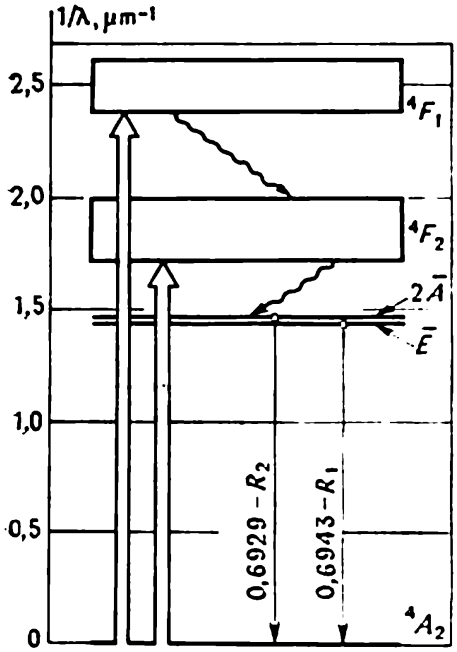


Fig. 1.13

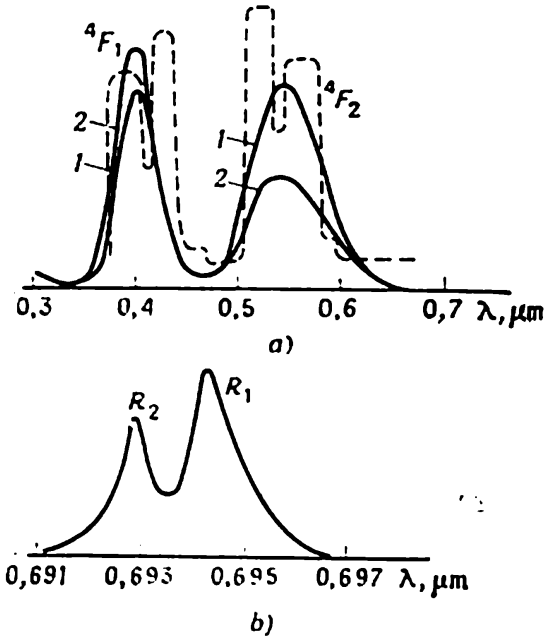


Fig. 1.14

intérêt en particulier comme un moyen permettant de réduire au minimum les pertes liées aux transitions auxiliaires (non radiatives).

Laser à rubis. — L'oscillation laser a été obtenue pour la première fois dans le *rubis* [22]. Grâce à une forte résistance mécanique et une conductibilité thermique élevée des cristaux de rubis ainsi qu'à la possibilité de fabriquer des échantillons caractérisés par une haute qualité optique, les lasers à rubis sont jusqu'à nos jours largement utilisés en pratique.

Le *rubis* est un cristal d'alumine Al_2O_3 (matrice) dopé par les ions chrome Cr^{3+} (centres actifs). Dans les lasers on utilise généralement un rubis rose dopé avec 0,05 % de chrome ($1{,}6 \cdot 10^{19}$ d'ions par 1 cm^3).

La fig. 1.13 montre le *diagramme d'énergie de l'ion chrome dans le rubis*. Le passage de $1/\lambda$ à l'énergie E s'effectue suivant la formule $E = 2\pi\hbar c/\lambda$. Au cours du pompage sont excités les états $^4F_1$ et $^4F_2$. Chacun d'eux est représenté sur la figure par une certaine bande énergétique, ce qui s'explique par un « flou » des états énergétiques correspondants (par suite de la petite durée de vie des centres actifs dans les états indiqués). Les centres actifs retombent immédiatement

des états $^4F_1$ et $^4F_2$ à deux niveaux métastables désignés par $2\bar{A}$ et $\bar{E}$ et situés l'un près de l'autre (à une distance de 0,003 μm^{-1}). Ces niveaux jouent le rôle des niveaux *supérieurs* des transitions laser. Au cours des transitions des états $^4F_1$ et $^4F_2$ aux niveaux supérieurs les ions chrome transfèrent une partie de leur énergie au réseau cristallin (les transitions non radiatives sont représentées sur la figure par des flèches ondulées). Le niveau *inférieur* de la transition laser est noté $^4A_2$; il est en même temps le niveau fondamental (1). Comme le montre l'examen de la figure, un laser à rubis peut se décrire par un schéma de travail *à trois niveaux*.

La fig. 1.14, *a* représente le *spectre d'absorption* du rubis dans les cas où le rayonnement de pompage se propage parallèlement (courbe *1*) et perpendiculairement (courbe *2*) à l'axe optique du cristal (2). Dans le spectre d'absorption se dégagent nettement deux raies relativement larges avec des maximums à $\lambda = 0{,}41\ \mu m$ (bande d'absorption indigo) et $\lambda = 0{,}55\ \mu m$ (bande jaune verte) correspondant respectivement à l'excitation des états $^4F_1$ et $^4F_2$. La courbe en traits interrompus montre le spectre de rayonnement de la source de pompage constituée par une lampe à vapeur de mercure. Il est facile de voir que le spectre de la lampe à vapeur de mercure correspond bien aux bandes d'absorption du rubis, ce qui assure une haute sélectivité de l'excitation et augmente la partie utile de la puissance de pompage.

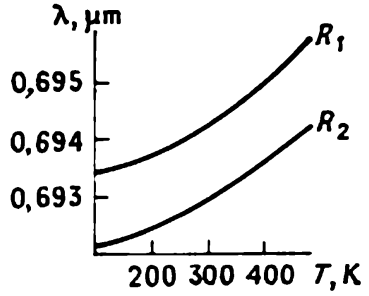


Fig. 1.15

La fig. 1.14, *b* présente le *spectre de luminescence* des ions chrome dans le rubis. On distingue dans ce spectre deux raies : 0,6943 μm (raie R_1, elle correspond à la transition $\bar{E} \rightarrow {}^4A_2$) et 0,6929 μm (raie R_2, elle correspond à la transition $2\bar{A} \rightarrow {}^4A_2$). La courbe de la figure 1.14, *b* a été obtenue à une température de 300 K. Lorsque la température baisse, les deux raies se déplacent vers la région de longueurs d'onde plus courtes (fig. 1.15).

Laser à grenat d'yttrium-aluminium activé au néodyme. — Un des lasers à solides les plus employés à l'heure actuelle est celui dans lequel la matrice est constituée par le *grenat d'yttrium-aluminium* ($Y_3Al_5O_{12}$) et l'activateur par les ions néodyme Nd^{3+}. Il est symboliquement noté YAG : Nd^{3+}.

Le laser YAG : Nd^{3+} se caractérise par un seuil d'accrochage relativement bas et une bonne conductivité thermique, ce qui permet

(1) Le niveau inférieur de la transition laser se compose de deux sous-niveaux distants l'un de l'autre de $4 \cdot 10^{-5}\ \mu m^{-1}$.

(2) Le cristal de rubis est un cristal à symétrie trigonale (rhomboédrique) ; son axe optique est un axe de symétrie de 3-ième ordre.

d'obtenir l'oscillation avec une cadence de tir très élevée et même un fonctionnement continu. Le rendement de ce laser est relativement haut : il s'élève à plusieurs pour cent.

Les transitions principales de l'ion néodyme dans le grenat sont montrées à la fig. 1.16. Elles s'effectuent entre des *termes atomiques*

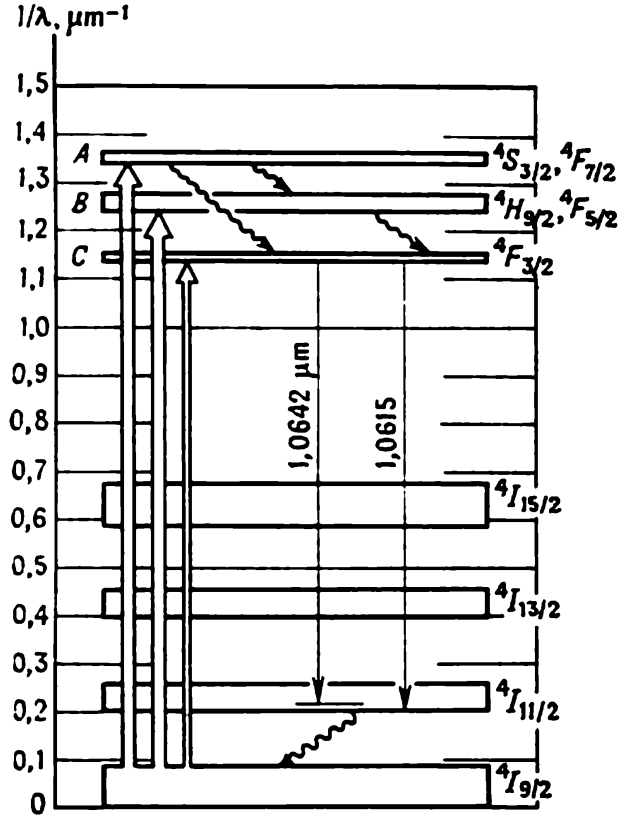


Fig. 1.16

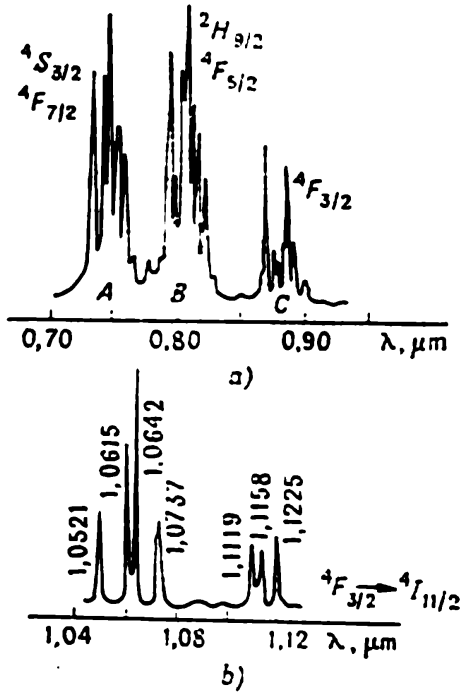


Fig. 1.17

bien déterminés (¹) qui sont représentés sur la figure sous forme de « bandes d'énergie ». A chaque « bande » (à chaque terme) correspond un groupe de niveaux énergétiques relativement étroits qui résultent de la décomposition du terme donné sous l'effet du champ électrique régnant dans le réseau cristallin du grenat (*effet Stark*).

Au cours du pompage, les ions néodyme passent de l'état fondamental correspondant au terme $^4I_{9/2}$ dans trois groupes d'états : A, B, C. Le groupe A correspond aux termes $^4F_{7/2}$ et $^4S_{3/2}$; le groupe B aux termes $^4F_{5/2}$ et $^2H_{9/2}$; le groupe C aux termes $^4F_{3/2}$. A ces trois groupes d'états correspondent trois bandes du *spectre d'absorption* du néodyme dans le grenat, représenté sur la fig. 1.17, *a* (respectivement les bandes A, B et C). La structure fine des bandes d'absorption,

(¹) Les désignations des termes atomiques sont examinées par exemple dans [7, 23] ; voir aussi [1], § 3.1.

bien visible sur la figure, traduit l'effet Stark de décomposition des termes.

Le terme $^4F_{3/2}$ constitue le « niveau » *supérieur* de la transition laser. Les ions néodyme se désexcitent avec production de photons en passant de ce « niveau » aux niveaux correspondant aux termes $^4I_{11/2}$, $^4I_{9/2}$, $^4I_{13/2}$, $^4I_{15/2}$. La plus grande partie de l'énergie (60 %) est émise sur les transitions $^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$. Comme niveaux *inférieurs* des transitions laser on convient de considérer les niveaux correspondant au terme $^4I_{11/2}$. La fig. 1.17, *b* représente le *spectre de luminescence* du néodyme dans le grenat pour les transitions $^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$. Ce spectre comporte sept raies; les plus intenses sont les raies à 1,0615 et à 1,0642 µm. Le Tableau 1.1 indique les longueurs d'onde pour 18 raies de luminescence compte tenu des différentes transitions [14]; ces résultats sont obtenus à la température de 300 K.

Tableau 1.1

Transitions	Longueur d'onde des raies de luminescence, µm	Intensité relative des transitions, %
$^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$	0,8910 0,8999 0,9385 0,9460	25
$^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$	1,0521 1,0615 1,0642 1,0737 1,1119 1,1158 1,1225	60
$^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$	1,3184 1,3331 1,3351 1,3381 1,3533 1,3572	14
$^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$	1,833	1

Pour une étude simplifiée du laser YAG : Nd^{3+} on peut se servir du schéma *à quatre niveaux*(1) : le « niveau » fondamental étant constitué par le terme $^4I_{9/2}$, le « niveau » inférieur de la transition laser par le terme $^4I_{11/2}$, le « niveau » supérieur par le terme $^4F_{3/2}$ et le

(1) Le schéma à quatre niveaux est caractéristique des lasers à solides utilisant comme centres actifs les ions Nd^{3+}.

« niveau » d'excitation par les termes $^4F_{7/2}$ et $^4F_{5/2}$. Remarquons qu'en approximation dipolaire les transitions $F \rightarrow I$ sont interdites (optiquement) puisque dans de telles transitions le nombre quantique orbital de l'ion néodyme varie de 3; ceci signifie que les états correspondant aux termes F sont métastables.

Pour le pompage des lasers YAG : Nd^{3+} on utilise souvent les lampes au krypton. Dans certains cas on incorpore au réseau cristallin du grenat un sensibilisateur — les ions chrome et on fait appel aux lampes au xénon. Le chrome présente dans le grenat deux larges bandes d'absorption (aux longueurs d'onde de 0,43 et 0,59 μm) qui s'accordent bien avec le spectre de rayonnement des lampes au xénon. Les ions chrome excités cèdent leur énergie d'excitation aux centres actifs, c'est-à-dire aux ions néodyme. Un temps relativement long (près de 6 ms) nécessaire au transfert de l'énergie du chrome au néodyme ne permet d'améliorer l'efficacité du pompage par cette méthode que dans des lasers fonctionnant en régime continu.

Pompage optique au moyen d'un laser à semi-conducteur ou d'une diode luminescente. — Actuellement on développe une méthode de pompage optique *à bande étroite* du laser YAG : Nd^{3+}. Comme pompe on utilise un laser à injection à GaAs ou une diode luminescente à $Ga_{1-x}Al_xAs$. Dans le premier cas, le pompage s'effectue à la longueur d'onde de 0,88 μm (pompage dans le groupe C de raies dans le spectre d'absorption de la fig. 1.17, *a*); dans le second cas, à la longueur d'onde de 0,81 μm (pompage dans le groupe B de raies du même spectre).

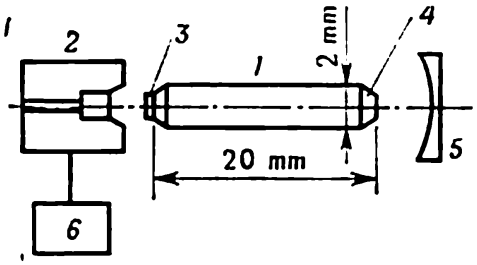


Fig. 1.18

Le rayonnement de pompage est introduit dans la face terminale de l'élément actif. Le laser utilisant un tel pompage est schématisé sur la fig. 1.18 [24]. On y distingue: *1*, l'élément actif (grenat dopé au néodyme); *2*, un laser à injection; *3*, un miroir diélectrique à coefficient de réflexion $R = 99{,}8$ % à $\lambda = 1{,}06$ μm et $R \leqslant 5$ % à $\lambda \approx 0{,}8$ à 0,9 μm; *4*, un revêtement diélectrique d'éclaircissement à $R \leqslant 0{,}5$ % à $\lambda = 1{,}06$ μm; *5*, un miroir sphérique extérieur de la cavité; *6*, l'alimentation du laser à injection.

La méthode de pompage optique à bande étroite dans la face terminale de l'élément actif constitue une prémisse de la mise au point des lasers à solides miniatures possédant un seuil d'accrochage relativement bas et un rendement suffisamment élevé.

§ 1.3. LASERS À COLORANTS ORGANIQUES

Le pompage optique est également utilisé pour l'excitation des *lasers à liquides*. Considérons les lasers à base de solutions liquides de *colorants organiques* (1).

(1) En plus des solutions de colorants organiques, on utilise comme milieux actifs des liquides dopés par les ions de terres rares (par exemple Eu^{3+}, Nd^{3+}). On distingue deux types de tels liquides: les liquides *organométalliques* (*chélates*) et les liquides *non organiques* (*aprotiques*); voir par exemple [4], chap. 17.

Colorants organiques. — Sous le terme de *colorants* on entend des composés organiques complexes à système développé de liaisons conjuguées possédant des bandes d'absorption intenses dans le domaine du visible et du proche ultraviolet [1]. La constitution chimique des colorants se caractérise par une combinaison de noyaux benzéniques, pyridiques, aziniques, pyrroliques et autres, situés dans un même plan. Les colorants présentant la plus forte lumines-

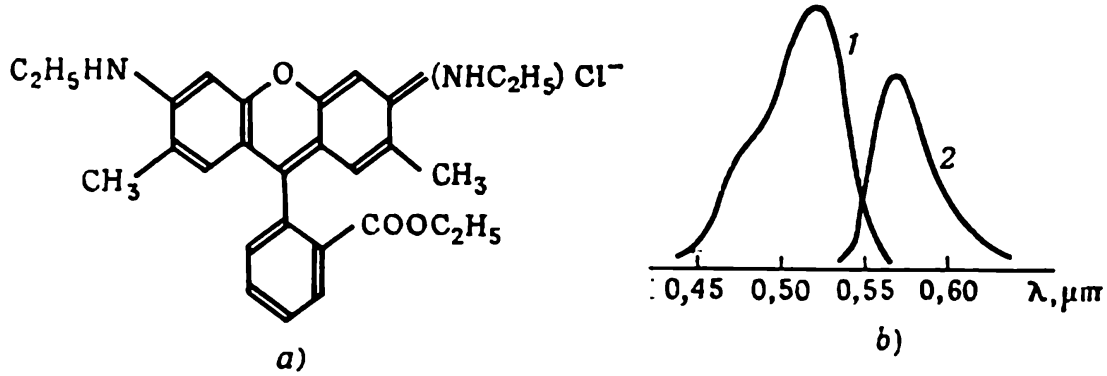


Fig. 1.19

cence se répartissent en huit classes suivantes: les *xanthènes*, les *polyméthines*, les *oxazines*, les *coumarines*, les *anthracènes*, les *acridines*, les *azines*, les *phtalocyanines*.

Comme exemple ayant une importance pratique, indiquons le colorant, appelé *rhodamine 6G*, appartenant à la classe de xanthènes. Sa formule structurale, basée sur les noyaux benzéniques, est montrée à la fig. 1.19, *a*. Les colorants de xanthène absorbent et émettent la lumière en règle générale dans la partie visible du spectre. La fig. 1.19, *b* montre les spectres *d'absorption* (courbe *1*) et *de luminescence* (courbe *2*) de la rhodamine 6*G*. Ce colorant émet dans la gamme de 0,55 à 0,6 μm environ.

A l'heure actuelle l'oscillation laser est obtenue dans plus de 200 colorants différents. La gamme totale de longueurs d'onde émises par les divers colorants s'étend de 0,3 à 1,3 μm. En faisant appel à des colorants appropriés, on peut obtenir un rayonnement cohérent pratiquement à toute longueur d'onde comprise dans la gamme indiquée.

Les recherches de nouveaux milieux actifs parmi les colorants sont liées à la résolution du problème de l'instabilité chimique et photochimique des colorants utilisés ainsi qu'au choix des *solvants* appropriés. Remarquons que comme solvants on utilise l'eau, l'éthanol, le méthanol, le cyclohexane, le toluène, la glycérine, le benzène, l'acétone et d'autres liquides.

[1] Actuellement le terme « colorant » ne signifie nullement que la substance considérée doit présenter obligatoirement une couleur ou posséder des propriétés colorantes.

Une chose importante est que la largeur de la *raie de luminescence* des colorants est extrêmement grande, elle est de l'ordre de 0,1 μm (v. courbe *2* de la fig. 1.19, *b*). Quant à la largeur de la *raie laser*, elle ne peut être que de l'ordre de 10^{-4} μm et même moins. La position de la longueur d'onde produite par le laser dans les limites de la largeur de la raie de luminescence peut être modifiée de façon continue, ce qui signifie qu'on peut assurer dans les limites jusqu'à 0,1 μm environ une *variation continue* de la longueur d'onde oscillante. Les lasers à colorants concurrencent avec succès les générateurs paramétriques de lumière dans l'infrarouge et le visible (1).

Pompage optique des lasers à colorants. — Pour l'excitation des colorants on utilise le plus souvent un pompage *cohérent* au moyen des lasers à solides (YAG : Nd^{3+}, verre au néodyme, rubis) fonctionnant *en impulsions*. Comme rayonnement de pompage on utilise aussi bien l'*onde fondamentale* que ses *harmoniques*, par exemple le deuxième ($\lambda = 0{,}53$ μm) et le troisième ($\lambda = 0{,}35$ μm), émis par le laser YAG : Nd^{3+}. Le rendement des lasers à colorants pompés par impulsions issues d'un laser auxiliaire s'élève à quelques dizaines de pour cent. Pour la rhodamine 6*G* en solution dans l'éthanol, pompée par le deuxième harmonique d'un laser à verre au néodyme, on a réalisé un rendement égal à 75 %. Les lasers à colorants à pompage cohérent peuvent fonctionner comme amplificateurs à large bande dans le domaine optique; ils peuvent également servir à une conversion relativement simple et efficace de fréquences optiques.

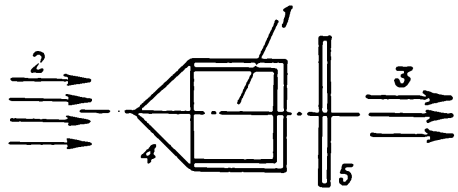


Fig. 1.20

On distingue un schéma transverse et un schéma longitudinal du pompage cohérent par impulsions. Dans le premier cas le rayonnement de pompage se propage perpendiculairement et dans le second cas parallèlement à la direction d'oscillation du colorant. La fig. 1.20 montre à titre d'exemple une des variantes du schéma du pompage longitudinal. Sur cette figure on distingue : *1*, le colorant ; *2*, le rayonnement de pompage; *3*, le rayonnement émis par le colorant; *4*, un prisme à réflexion intérieure totale; *5*, le miroir de la cavité (opaque au rayonnement de pompage).

En plus du pompage par impulsions, on utilise également un pompage cohérent *en continu*. Ce dernier s'obtient généralement au moyen d'un laser à argon ionisé. Pour dépasser le seuil d'oscillation du colorant on est amené à focaliser le rayonnement de pompage dans la solution de colorant dans les limites d'une région ayant un diamètre de l'ordre de 10 μm. Ceci entraîne un danger d'apparition de

(1) Les colorants organiques et les lasers à colorants sont étudiés en détail dans [25 à 27]; voir aussi [4], chap. 18.

distorsions thermo-optiques dans le milieu actif. Pour prévenir un tel danger, on fait circuler rapidement la solution de colorant à travers la zone d'oscillation (le renouvellement total de liquide dans la zone d'oscillation se fait durant un temps de l'ordre de 1 μs). La circulation de la solution de colorant est aussi importante à d'autres égards, par exemple au point de vue de l'évacuation des produits de photodésintégration de la zone d'oscillation.

On utilise également un pompage optique *incohérent* des lasers à colorants en faisant appel, par exemple, aux lampes à éclairs de forme tubulaire ou coaxiale. Le rendement des lasers pompés au moyen de lampes est de l'ordre de 1 % et moins.

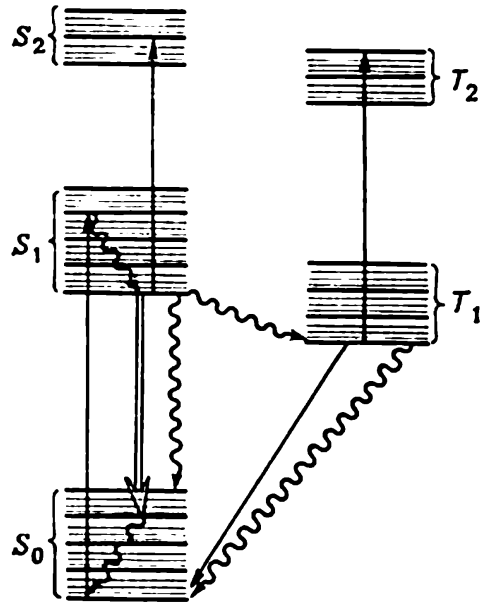


Fig. 1.21

Schéma des niveaux énergétiques et transitions principales.— La molécule d'un colorant présente une structure bien complexe, comporte beaucoup d'atomes et se caractérise par un grand nombre d'états qui sont des combinaisons complexes d'états électroniques, vibrationnels et rotationnels. Aussi, un schéma des niveaux est-il dans ce cas impossible à représenter de façon tant soit peu précise. Pour étudier le mécanisme d'obtention d'une inversion de populations dans un laser à colorant on se sert d'un schéma extrêmement simplifié, en quelque sens d'un schéma conventionnel, qui ne reflète que des points fondamentaux caractérisant les transitions quantiques dans la molécule d'un colorant. Un tel schéma est montré sur la fig. 1.21.

Dans le schéma de la fig. 1.21 les niveaux sont indiqués par des lignes en traits forts et en traits fins; les premières se rapportent aux états *vibrationnels* et les secondes aux états *rotationnels* de la molécule. Les états de vibration-rotation sont concentrés près des états *électroniques* de la molécule qui sont désignés sur la figure par S_0, S_1, S_2, T_1, T_2. L'état S_0 est l'état fondamental.

Lorsque la molécule est excitée, un de ses électrons passe à un état plus excité. Si le spin de cet électron reste antiparallèle au spin du restant de molécule, on dit que les états électroniques sont *singulets* (états S_1, S_2 ainsi que l'état fondamental S_0); si, par suite de l'excitation, le spin de l'électron tourne et devient parallèle au spin du restant de la molécule, les états électroniques sont dits *triplets* (états T_1, T_2). Les transitions singulet-triplet sont liées au

retournement du spin de l'électron et de ce fait elles sont moins probables que les transitions singulet-singulet ou triplet-triplet. Sur la fig. 1.21 les transitions sont indiquées par des flèches; les flèches droites désignent les transitions optiques (la transition laser est désignée par une flèche double) et les flèches ondulées les transitions non optiques.

Le pompage optique fait passer la molécule de l'état électronique S_0 à l'état électronique S_1. La molécule excitée relaxe rapidement (en un temps de l'ordre de 10^{-11} s), en effectuant une transition non radiative, vers le niveau vibrationnel inférieur de l'état S_1, en cédant l'excès d'énergie au solvant. Ensuite la molécule peut effectuer soit la transition radiative $S_1 \rightarrow S_0$ (transition laser), soit l'une des trois transitions suivantes qui entrent en compétition avec la transition laser: la transition $S_1 \rightarrow S_2$ liée à une absorption supplémentaire du rayonnement de pompage; la transition non radiative $S_1 \rightarrow S_0$ (*conversion interne*); la transition non radiative $S_1 \rightarrow T_1$ (*conversion singulet-triplet*). La conversion singulet-triplet peut provoquer ensuite une absorption supplémentaire du rayonnement de pompage sur la transition $T_1 \rightarrow T_2$ (*absorption triplet-triplet*). En plus de la dernière transition peuvent également se produire les transitions non radiative et radiative $T_1 \rightarrow S_0$.

Au point de vue de l'obtention d'une inversion de populations il importe de tenir compte de toutes les transitions qui viennent d'être énumérées. Les transitions $S_1 \rightarrow S_2$ et $T_1 \rightarrow T_2$ entraînent une dépense supplémentaire de l'énergie de pompage. La transition non radiative $S_1 \rightarrow S_0$ ainsi que les transitions $S_1 \rightarrow T_1 \rightarrow S_0$ diminuent le nombre de molécules qui effectuent la transition laser.

L'effet nuisible de l'absorption triplet-triplet peut être réduit si l'on prend des mesures pour augmenter la probabilité des transitions $T_1 \rightarrow S_0$. Cette probabilité (et donc la durée de vie de la molécule à l'état T_1 qui est de l'ordre de 1 μs) dépend de la composition du solvant. Pour augmenter cette probabilité on ajoute à la solution de solvant des substances spéciales appelées extincteurs de l'état triplet. C'est ainsi que l'adjonction de mélanges paramagnétiques (par exemple, d'oxygène) favorise le « mélange » des états singulets et triplets et conduit par conséquent à une croissance de la vitesse des transitions triplet-singulet.

Changement de longueur d'onde émise; cavités optiques sélectives. — Comme il a été dit précédemment, les lasers à colorants permettent un changement de longueur d'onde émise. Dans ce but on peut profiter du fait que la position de la raie laser du colorant dépend de la concentration des molécules de colorant dans la solution, de la température de la solution, des coefficients de réflexion des miroirs de la cavité. Pour pouvoir changer la longueur d'onde émise, on utilise le plus souvent des *cavités résonnantes sélectives*.

La cavité sélective est une cavité résonnante qui renferme en plus du milieu actif encore un *élément sélecteur de spectre*. Comme éléments sélecteurs de spectre on emploie les filtres optiques sélectifs.

les interféromètres de Pérot et Fabry, les prismes de dispersion, les réseaux de diffraction.

La fig. 1.22, *a* représente un laser à colorant à changement continu de longueur d'onde émise au moyen d'un *prisme de dispersion*. On y distingue : *1*, une cuve à colorant ; *2*, le rayonnement de pompage (depuis un laser auxiliaire) ; *3*, le rayonnement de sortie ; *4*, le miroir de sortie de la cavité ; *5*, un prisme ; *6*, un miroir de réflexion tournant par rapport au prisme. La cuve est orientée de telle sorte que la perpendiculaire à sa paroi forme avec la direction d'émission du colorant l'angle de Brewster φ. Dans ces conditions le rayonnement laser est polarisé rectilignement (le vecteur **E** oscille dans

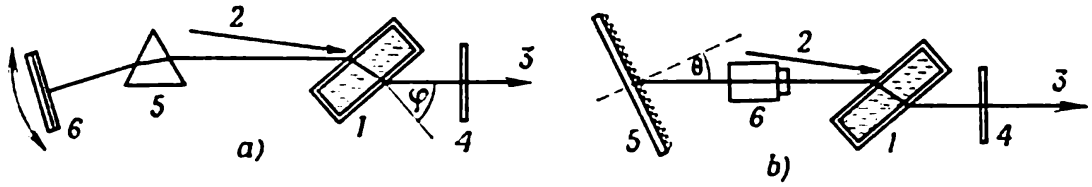


Fig. 1.22

le plan de la figure) et les pertes par réflexion du rayonnement sur les parois de la cuve sont pratiquement nulles. Le rôle de l'élément sélectif est dans ce cas joué par le prisme. Suivant l'orientation du plan du miroir *6* par rapport au prisme, on obtient l'oscillation à une longueur d'onde déterminée. En faisant tourner le plan du miroir *6*, on peut faire varier de façon continue la longueur d'onde émise (dans les limites de la largeur de la raie de luminescence du colorant donné).

Un effet analogue s'obtient également si l'on remplace un des miroirs de la cavité par un *réseau travaillant en réflexion*. Le schéma d'un tel laser est représenté par la fig. 1.22, *b*. Dans cette figure : *1* à *4*, les mêmes que sur la fig. 1.22, *a* ; *5*, un réseau de diffraction réfléchissant : *6*, un système télescopique servant à une meilleure sélection du rayonnement très directif. L'angle de diffraction θ est lié à la longueur d'onde émise λ par la relation connue

$$2d \sin \theta = \lambda, \qquad (1.3.1)$$

où *d* est la période du réseau. Pour une valeur donnée de l'angle θ, que la perpendiculaire au réseau fait avec l'axe de la cavité (pour une orientation donnée du réseau dans la cavité), le rayonnement sera émis à la longueur d'onde λ définie par la formule (1.3.1.) [1]. C'est seulement à cette longueur d'onde que le rayonnement réfléchi par le réseau se propagera le long de l'axe de la cavité optique résonnante. En faisant tourner le réseau de diffraction, on peut faire varier l'angle θ et par là même changer la longueur d'onde émise.

[1] Cette longueur d'onde doit bien entendu se situer à l'intérieur de la raie de luminescence du colorant considéré.

L'élément assurant la sélection des longueurs d'onde (prisme, réseau de diffraction, etc.) remplit une double fonction : il sélectionne une raie d'oscillation étroite et permet de modifier la position de cette raie dans les limites de la largeur de la raie de luminescence du colorant. L'emploi d'un seul élément permet de rétrécir la raie d'oscillation jusqu'à 10^{-3} à 10^{-4} μm sans que la puissance de sortie s'en trouve réduite de façon appréciable ; il en résulte qu'au lieu d'une raie de luminescence très large et relativement peu intense on obtient une raie d'oscillation très étroite et bien intense. Ces deux raies sont comparées qualitativement à la fig. 1.23 (*1*, la raie de luminescence ; *2*, la raie d'oscillation).

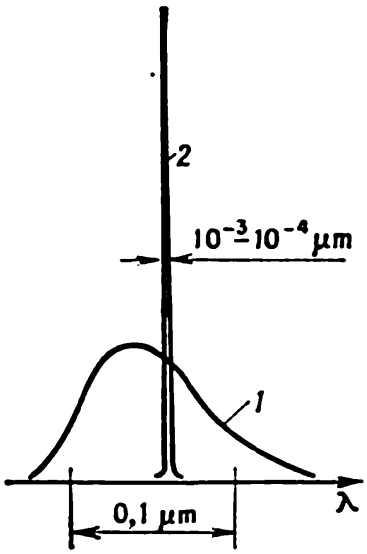


Fig. 1.23

Pour obtenir un plus grand rétrécissement de la raie d'oscillation on a recours à une combinaison de plusieurs éléments sélecteurs. On arrive à obtenir par cette méthode des raies d'oscillation jusqu'à 10^{-6} μm de largeur mais au prix des pertes notables inévitables de la puissance rayonnée.

Problème de l'extension de gamme de changement de longueur d'onde émise. — Pour élargir la gamme de changement de longueur d'onde émise d'une solution active donnée d'un colorant, on peut avoir recours à différentes méthodes. C'est ainsi par exemple qu'on peut modifier la structure chimique du colorant par suite des réactions chimiques provoquées par adjonction au milieu actif des réactifs appropriés. L'interaction entre les molécules de colorant et les additifs provoque la création des formes ioniques du colorant présentant des propriétés spectrales différentes. Malheureusement cette méthode de changement de longueur d'onde est peu rapide et de plus n'est pas réversible.

Une méthode plus intéressante est celle qui utilise les modifications *reversibles* des propriétés spectrales des solutions de colorants de coumarine lorsqu'elles sont parcourues par un courant électrique [28]. On a constaté que le passage du courant provoque un déplacement du spectre du colorant de 0,05 μm environ vers les ondes longues, si bien que le domaine de changement de longueur d'onde émise du colorant se trouve élargi (de 1,5 à 2 fois).

§ 1.4. LASERS À GAZ À POMPAGE OPTIQUE À LARGE BANDE

Problème du pompage optique des milieux actifs gazeux. — Dans le cas des lasers à solides et des lasers à liquides l'efficacité du pompage optique est liée avant tout à une largeur relativement grande de la raie d'absorption des milieux actifs solides et liquides qui est de l'ordre de 0,1 μm [1]. Les milieux actifs gazeux se caractérisent par des raies d'absorption *sensiblement plus étroites*, ayant une largeur

[1] La largeur du spectre d'absorption est montrée pour quelques milieux concrets (solides et liquides) sur les fig. 1.14, *a*, 1.17, *a* et 1.19, *b*.

de l'ordre de 10^{-6} μm et même moins. Pour réaliser l'excitation optique d'un gaz il est nécessaire que le rayonnement de pompage présente un spectre de raies suffisamment étroites et que le maximum de l'une au moins des raies intenses de la pompe coïncide exactement avec le maximum de l'une des raies d'absorption du centre actif.

C'est précisément une telle situation qui a lieu dans un *laser à vapeur de césium* [29]. Les atomes de Cs sont excités par le rayonnement d'une lampe à hélium dont le spectre comporte une raie intense étroite à $\lambda = 0{,}3888$ μm qui correspond assez exactement à la longueur d'onde d'une des transitions dans le césium.

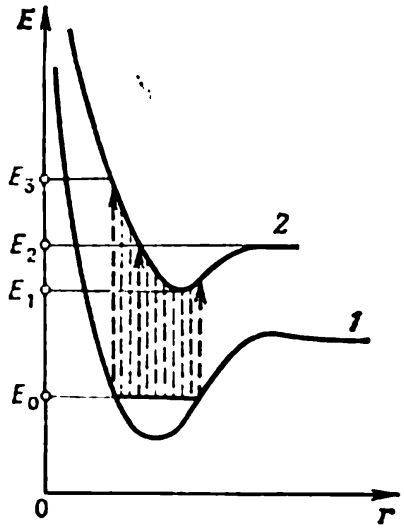


Fig. 1.24

Quant au pompage optique incohérent ordinaire (à large bande), il est évident que dans le cas des lasers à gaz son efficacité est extrêmement faible. Les raies d'absorption des particules de gaz étant très étroites, seule une fraction minime de la puissance lumineuse de la pompe sera dans ce cas utilisée pour l'excitation des centres actifs; la majeure partie de la puissance lumineuse tombant sur le milieu actif sera dépensée en pure perte pour l'échauffement du gaz et des objets environnants. C'est la raison pour laquelle le pompage optique à large bande n'est généralement pas utilisé dans les lasers à gaz.

Possibilité de pompage optique à large bande dans les gaz: lasers à photodissociation. — Il ne sera faite une exception que pour des milieux gazeux contenant des molécules qui se dissocient sous l'effet d'un rayonnement. Ceci tient à ce que le spectre d'absorption des molécules dans un gaz, lié à la photodissociation, est un *spectre continu* qui ne cède pas en largeur aux spectres d'absorption des milieux actifs solides et liquides. Reportons-nous à ce propos à la fig. 1.24.

Cette figure représente les termes électroniques d'une molécule biatomique (courbes *1* et *2*). Supposons que la molécule soit à un des états vibrationnels du terme *1* (l'énergie de la molécule est égale à E_0). En absorbant le rayonnement de pompage, la molécule peut passer au terme électronique *2*. Suivant le *principe de Franck-Condon*(1) de telles transitions doivent être représentées sur la figure par des flèches verticales (v. lignes en traits interrompus). Comme le montre la figure, la transition $1 \to 2$ est possible lorsque les énergies $\hbar\omega$ des photons absorbés satisfont aux inégalités $(E_1 - E_0) < \hbar\omega < (E_3 - E_0)$. Si $\hbar\omega < (E_2 - E_0)$, la molécule passe de l'état vibra-

(1) Voir par exemple [1], § 3.7.

tionnel de départ du terme *1* à un des états vibrationnels du terme *2*. Le spectre d'absorption est dans ces conditions une série de raies étroites. Si au contraire $\hbar\omega > (E_2 - E_0)$, la molécule effectue la transition $1 \rightarrow 2$ qui conduit à sa *dissociation*. Dans ce cas, le spectre d'absorption sera *continu*; sa largeur est égale à $E_3 - E_2$.

Le caractère continu et une largeur relativement grande du spectre d'absorption des molécules photodissociables permettent d'utiliser le pompage optique à large bande pour initier les réactions de photodissociation :

$$AB + \hbar\omega \rightarrow A^* + B.$$

Parmi les produits de dissociation de la molécule il existe au moins un à l'état excité (A^*) qui peut être utilisé pour obtenir l'oscillation laser. Ainsi, le pompage optique à large bande des lasers à gaz devient possible si l'on utilise comme processus intermédiaire la photodissociation des molécules (1). Les lasers à gaz de ce type ont reçu le nom de *lasers à photodissociation*.

On distingue deux types de lasers à photodissociation. Dans le premier type le rôle du centre actif excité est joué par un des produits de photodissociation de la molécule (excitation au cours des photoprocessus primaires). Dans les lasers du deuxième type, les centres actifs excités sont obtenus par suite des réactions chimiques entre les produits de dissociation des molécules (excitation au cours des réactions chimiques secondaires). Dans ce dernier cas le laser est dit encore *photochimique*.

Actuellement on étudie la possibilité de réalisation des lasers à gaz à transitions électroniques permises des molécules utilisant un pompage optique à large bande direct (sans photodissociation des molécules). Ces possibilités reposent sur un spectre d'absorption relativement large de certaines molécules (surtout des molécules polyatomiques) dans l'ultraviolet. Une faible valeur des quanta vibrationnels pourra conduire dans ce domaine à un spectre d'absorption presque continu (2).

Laser à iode à photodissociation. — Comme exemple de laser à photodissociation, indiquons un laser oscillant sur les transitions des *atomes d'iode* [32]. Etant soumises à un pompage optique à large bande (de 0,27 μm de longueur d'onde) les molécules CF_3J se dissocient : $CF_3J + \hbar\omega \rightarrow CF_3 + J^*$. Les atomes d'iode J^* prennent naissance à l'état excité $^2P_{1/2}$. Les transitions de ces atomes vers l'état $^2P_{3/2}$ donnent lieu à l'émission d'un rayonnement à la longueur d'onde de 1,315 μm. En plus des molécules CF_3J on peut également utiliser les molécules CH_3J.

---

(1) La méthode de pompage optique à large bande des lasers à gaz contenant des molécules photodissociables a été proposée dans [30].

(2) Le pompage optique à large bande dans les lasers à gaz avec et sans photodissociation des molécules est examiné dans [31].

Le rendement des lasers à photodissociation est d'environ 0,5 %. Il peut en principe être amélioré par l'élargissement du spectre d'absorption des molécules en dissociation du milieu actif gazeux ainsi que par utilisation des réactions chimiques qui accompagnent le processus de photodissociation. A ce propos, on cherche à élargir la classe de milieux actifs susceptibles à être utilisés dans les lasers à photodissociation [31].

Problème de la conversion directe de l'énergie solaire en rayonnement laser. — La possibilité de réalisation d'un laser à photodissociation pompé par la lumière du Soleil, c'est-à-dire d'un *laser solaire*, est étudiée dans [33]. Le milieu actif d'un tel laser doit satisfaire à plusieurs conditions: la bande d'absorption constitue une partie notable du spectre solaire, le rendement quantique est aussi élevé que possible, l'oscillation prend naissance pour un pompage en continu d'intensité relativement faible.

Comme milieu actif à utiliser dans le laser solaire, on propose un mélange gazeux contenant du césium moléculaire et du xénon. En absorbant le rayonnement solaire dans une bande allant de 0,44 à 0,52 μm environ, les molécules Cs_2 se dissocient en atomes de césium. Parmi les produits de dissociation apparaissent des atomes de césium excités à l'état $7^2S_{1/2}$ (désignons-les par Cs **). L'oscillation laser peut prendre naissance sur les transitions de ces atomes vers les états moins excités $6^2P_{3/2}$ et $6^2P_{1/2}$:

$$Cs^{**} \rightarrow Cs^{*} \begin{cases} 7^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}, \\ 7^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{1/2}. \end{cases}$$

Les longueurs d'onde émises correspondant à ces transitions sont de 1,47 et 1,36 μm.

Un problème qui se pose avec une acuité particulière dans le laser considéré est celui du dépeuplement sélectif des niveaux inférieurs des atomes de césium (sans provoquer la désexcitation du niveau supérieur de la transition laser). On a proposé un mécanisme de relaxation chimique basé sur le fait que les atomes Cs * (mais non pas les atomes Cs **) réagissent activement avec les atomes Xe pour former des molécules excitées CsXe. Ces molécules sont « éclatantes »: leur état fondamental est instable. En passant à l'état fondamental, les molécules CsXe se décomposent en atomes non excités Cs et Xe.

§ 1.5. POMPAGE AVEC UTILISATION D'UNE DÉCHARGE ÉLECTRIQUE AUTO-ENTRETENUE DANS DES GAZ RARÉFIÉS

Types de lasers à pompage par décharge. — Pour exciter les lasers à gaz on applique très largement la méthode de pompage basée sur l'utilisation d'une décharge électrique *auto-entretenue* dans le milieu actif. De tels lasers sont appelés lasers à pompage par décharge [1]. Leurs milieux actifs sont constitués par des gaz fortement raréfiés: sous une pression d'environ 1 à 10 mm de mercure.

On distingue trois types de lasers à pompage par décharge: les lasers oscillant sur les transitions entre les niveaux des ions (*lasers*

---

[1] La physique des lasers à pompage par décharge est étudiée dans [34 à 36]; voir aussi [4, 7, 8, 37, 38].

à gaz ionisé); les lasers oscillant sur les transitions entre les niveaux des atomes neutres (*lasers à atomes neutres* ou *lasers à transitions atomiques*); les lasers oscillant sur les transitions entre les niveaux des molécules (lasers à transitions moléculaires ou *lasers moléculaires* tout court). Les centres actifs de ces trois types de lasers sont constitués respectivement par les ions libres, les atomes libres et les molécules libres.

Les *lasers à gaz ionisés* oscillent essentiellement dans le domaine du visible ainsi que dans le proche ultraviolet (à des longueurs d'onde de 0,3 à 1 μm environ). Les *lasers à transitions atomiques* émettent dans une gamme de longueurs d'onde plus large qui s'étend de 0,4 à 100 μm, mais le nombre principal de transitions laser tombe dans le domaine de 1 à 20 μm.

Les *lasers moléculaires* se caractérisent par la gamme de longueurs d'ondes émises la plus large. Les lasers moléculaires oscillant sur les transitions entre les niveaux rotationnels d'un même état électronique et vibrationnel de la molécule (transitions *purement rotationnelles*) émettent dans le large domaine infrarouge à des longueurs d'onde allant de 10 ou 20 μm jusqu'à plusieurs centaines de micromètres. Les lasers moléculaires utilisant les transitions entre les niveaux vibrationnels d'un même état électronique de la molécule (transitions de vibration-rotation) émettent dans l'infrarouge à des longueurs d'onde de 5 à 50 μm. Les lasers moléculaires peuvent également osciller sur les transitions entre les états électroniques de la molécule; dans ce cas les longueurs d'onde émises se situent dans les portions visible ou ultraviolette du spectre (de 0,2 à 1 μm environ) [1].

Les *transitions de vibration-rotation* dans les lasers obéissent aux règles de sélection:

$$\Delta v = \pm 1, \qquad \Delta j = 0, \quad \pm 1, \tag{1.5.1}$$

où v et j sont les nombres quantiques de vibration et de rotation respectivement; Δv et Δj, les variations de ces nombres par suite de la transition. Lorsque $\Delta j = 0$, on dit que les transitions appartiennent à la branche Q. Les transitions entre le niveau rotationnel $j - 1$ de l'état vibrationnel supérieur et le niveau j de l'état vibrationnel inférieur appartiennent à la branche P. Les transitions entre le niveau rotationnel $j + 1$ de l'état vibrationnel supérieur et le niveau j de l'état vibrationnel inférieur se rapportent à la branche R.

Décharges électriques utilisées dans les lasers à pompage par décharge. — Le milieu actif d'un laser à pompage par décharge est constitué par un plasma produit par la décharge électrique dans le gaz. Si les temps de montée et de descente de l'impulsion de courant sont inférieurs aux temps caractéristiques d'établissement de l'équilibre dans le plasma, la décharge électrique se produit *par impulsions*. En plus des décharges par impulsions on utilise également des dé-

[1] Un exemple est fourni par des lasers moléculaires oscillant sur les transitions d'un état électronique excité stable vers un état répulsionnel (lasers à eximères).

charges électriques *stationnaires* (quasi stationnaires). Dans les lasers à pompage par décharge on utilise deux types de décharges stationnaires: la décharge *par arc* (dans des lasers à gaz ionisés) et la décharge *luminescente* (dans des lasers moléculaires et des lasers à transitions atomiques).

La décharge en régime d'arc et la décharge luminescente sont comparées sur la fig. 1.25 qui montre les variations caractéristiques

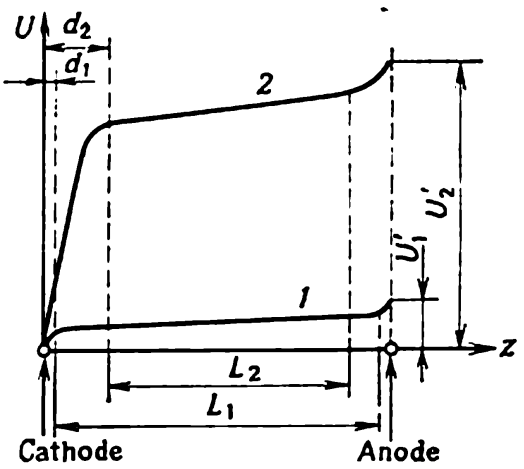


Fig. 1.25

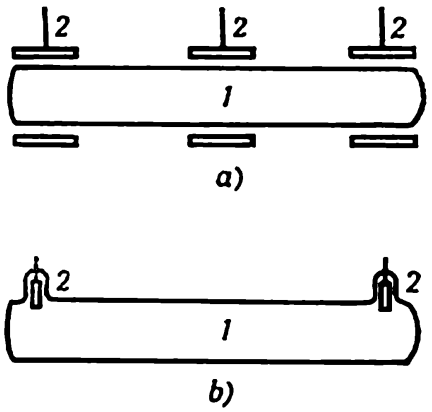


Fig. 1.26

du potentiel le long de l'intervalle de décharge pour les deux types de décharge. Dans cette figure: l'indice *1* (ainsi que la courbe *1*) se rapporte à la décharge en arc et l'indice *2* (et la courbe *2*) à la décharge luminescente; d, la longueur du domaine cathodique de la décharge; L, la longueur de la colonne positive, c'est-à-dire de l'espace où les caractéristiques de la décharge sont les plus stables et l'intensité de champ est constante sur toute la longueur (c'est précisément cette région du milieu actif qui est utilisée); U', la tension de travail (différence de potentiel entre l'anode et la cathode). La figure illustre les inégalités suivantes (la distance anode-cathode étant la même pour les deux décharges):

$$d_1 \ll d_2, \quad U_1' \ll U_2', \quad L_1 > L_2. \tag{1.5.2}$$

Les valeurs numériques caractérisant les décharges considérées sont comparées dans le Tableau 1.2. Dans ce Tableau: T_a est la température du constituant lourd du plasma (température de la décharge); T_e, la température du constituant électronique (*Température électronique*); n_e, la concentration en électrons libres du plasma. La décharge *en arc* se caractérise par de fortes intensités de courant, une température élevée et un degré d'ionisation [1] relativement éle-

[1] Le *degré d'ionisation* du plasma est égal au rapport de la concentration des électrons libres dans le plasma à la concentration des particules lourdes.

Tableau 1.2

Décharge	Tension de travail, V	Densité de courant, A/cm²	T_a, K	T_e, K	n_e, cm⁻³	Ionisation relative, %
en arc	10 à 100	10^2 à 10^3	$\sim 10^3$	$\sim 10^4$	$\sim 10^{13}$	>1
luminescente	$>10^3$	10^{-3} à 0,1	$\sim 3 \cdot 10^2$	$>10^4$	10^9 à 10^{11}	10^{-4} à 10^{-2}

vé du plasma; la décharge *luminescente* se caractérise au contraire par de faibles intensités de courant, une basse température et un degré d'ionisation relativement faible du plasma.

Selon le mode d'amorçage les décharges stationnaires se répartissent en décharges *à haute fréquence* et décharges *à courant continu*. Les premières sont produites par un courant alternatif à fréquence de 10 à 50 MHz (dans ce cas les électrodes sont placées en dehors du

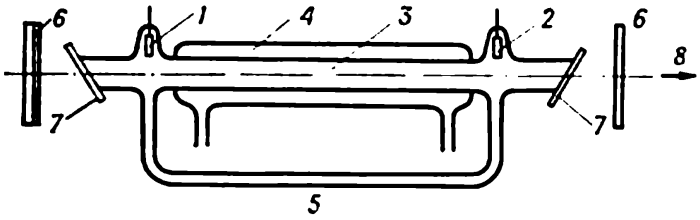


Fig. 1.27

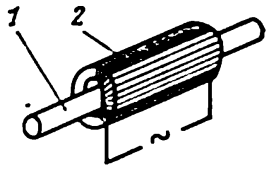


Fig. 1.28

tube à décharge dans le gaz, v. fig. 1.26, *a*); les secondes sont amorcées par un courant continu (les électrodes sont placées à l'intérieur du tube, v. fig. 1.26, *b*). Dans la fig. 1.26 on distingue: *1*, le tube à décharge dans le gaz; *2*, les électrodes.

Laser à argon ionisé [39]. — Considérons à titre d'exemple de laser à gaz ionisé le laser qui oscille sur les transitions dans l'argon ArII (sur les transitions entre niveaux de l'ion simple Ar^+) [1]. La structure d'un tel laser est schématisée sur la fig. 1.27 pour la variante d'excitation par courant continu. On y distingue: *1*, l'anode; *2*, la cathode; *3*, le volume utile du tube; *4*, un système de refroidissement par circulation d'eau; *5*, un canal périphérique; *6*, les miroirs de la cavité (l'un à réflexion totale et l'autre de sortie); *7*, les fenêtres de sortie du tube à décharge dans le gaz inclinées à l'angle de Brewster sur l'axe de la cavité optique; *8*, le rayonnement de sortie. Le canal périphérique sert à égaliser la pression suivant la longueur du tube à décharge dans le gaz. Si un tel canal n'est pas

[1] En spectroscopie, pour la désignation des gaz ionisés on utilise des chiffres romains supérieurs d'une unité à la multiplicité d'ionisation (c'est ainsi par exemple que ArII contient les ions Ar^+; ArIII, les ions Ar^{2+}, et ainsi de suite).

prévu, le gaz s'accumule dans le tube près de l'anode peu de temps après l'amorçage de la décharge.

Si l'excitation s'effectue par décharge à haute fréquence, les électrodes à l'intérieur du tube ne sont pas utilisées. La décharge peut être excitée au moyen d'une bobine enfilée sur le canal périphérique et alimentée par un courant alternatif à haute fréquence (fig. 1.28). Sur cette figure: *1* est une partie du canal périphérique; *2*, la bobine d'alimentation.

On utilise largement une méthode permettant, au moyen d'un champ magnétique longitudinal, de repousser la décharge des parois du tube laser. Il en résulte une diminution de la vitesse de relaxation des états ioniques excités dus aux collisions contre les parois du tube et par conséquent une augmentation de la puissance de sortie du rayonnement laser.

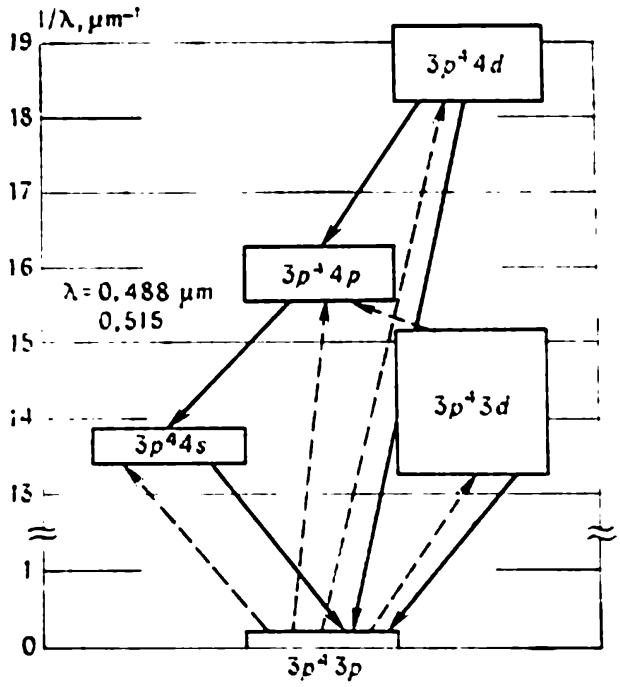


Fig. 1.29

Mécanisme d'établissement d'une inversion de populations dans un laser à argon ionisé. — La fig. 1.29 montre les transitions principales de l'ion Ar^+ qui participent à la création de l'inversion de populations dans le laser à argon; les flèches en pointillés désignent les transitions liées à l'excitation électronique et les flèches continues les transitions optiques. La figure représente cinq groupes d'états, dont chacun se caractérise par une *configuration électronique* déterminée (c'est-à-dire par une répartition déterminée des électrons dans l'ion dans des états ayant des nombres quantiques principal (n) et orbital (l) différents), à savoir: $3p^4 4s$, $3p^4 4p$, $3p^4 3p$, $3p^4 3d$, $3p^4 4d$. Le groupe d'états caractérisé par la configuration électronique $3p^4 4s$ (quatre électrons à l'état de $n = 3$ et $l = 1$ et un électron à l'état de $n = 4$ et $l = 0$; quatre électrons $3p$ et un électron $4s$) correspond au « niveau » inférieur de la transition laser; nous l'appellerons « niveau $4s$ ». Le groupe d'états de configuration électronique $3p^4 4p$ correspond au « niveau » supérieur de la transition laser (« niveau $4p$ »). Le groupe d'états de configuration $3p^4 3p$ (autrement dit, de configuration $3p^5$) correspond au « niveau » fondamental (« niveau $3p$ »). Le terme « niveau » est employé ici entre guillemets parce

qu'à chaque configuration électronique correspondent plusieurs états d'énergie de l'ion (plusieurs termes spectraux) [1]. C'est ainsi par exemple qu'à la configuration électronique $3p^4 4p$ correspondent 15 termes, ce qui signifie qu'en réalité le « niveau $4p$ » se compose de 15 niveaux d'énergie. C'est pour cette raison qu'à chacune des configurations électroniques est associée sur la figure une bande d'énergie d'une hauteur déterminée. Les termes spectraux correspondant dans le cas considéré au « niveau » fondamental ainsi qu'aux « niveaux » inférieur et supérieur des transitions laser sont indiqués dans le Tableau 1.3.

Tableau 1.3

Configuration électronique	Termes spectraux
$3p^4 3p$	$^2P_{1/2}\,^2P_{3/2}$
$3p^4 4s$	$^2P_{1/2}\,^2P_{3/2}\,^4P_{1/2}\,^4P_{3/2}\,^4P_{5/2}\,^2D_{3/2}\,^2D_{5/2}\,^2S_{1/2}$
$3p^4 4p$	$^2S_{1/2}\,^4S_{3/2}\,^2P_{1/2}\,^2P_{3/2}\,^4P_{1/2}\,^4P_{3/2}\,^4P_{5/2}$ $^2D_{3/2}\,^2D_{5/2}\,^4D_{1/2}\,^4D_{3/2}\,^4D_{5/2}\,^4D_{7/2}\,^2F_{5/2}\,^2F_{7/2}$

Raies dans le spectre de luminescence de l'argon (transition $4p \rightarrow 4s$): 0,455, 0,466, 0,473, 0,477, 0,488, 0,497, 0,502, 0,515 µm.

Remarquons que l'origine des bandes d'énergie dans les schémas de la fig. 1.16 (laser YAG : Nd^{3+}) et de la fig. 1.29 (laser à argon ionisé) est différente. Sur la fig. 1.16, chaque bande correspond à un seul terme spectral (atomique) qui subit une décomposition par effet Stark en plusieurs sous-niveaux sous l'action du champ électrique du réseau cristallin. Sur la fig. 1.29, chaque bande correspond à plusieurs termes spectraux non fissionnés.

La transition laser $4p \rightarrow 4s$ donne lieu à l'émission sur 8 raies dont les longueurs d'onde sont indiquées dans le Tableau 1.3. Les plus intenses sont la raie bleue à la longueur d'onde de 0,488 µm (d'intensité relative de 45 %) et la raie verte à 0,515 µm (35 %). Le « niveau » supérieur de la transition laser est excité par le jeu de plusieurs transitions: a) transition $3p \rightarrow 4d \rightarrow 4p$, b) transition $3p \rightarrow 3d \rightarrow 4p$, c) transition $3p \rightarrow 4p$ (excitations électroniques *en cascade*, *par degrés* et *directe* respectivement).

Fait remarquable, la vitesse d'excitation électronique du « niveau » supérieur de la transition laser (désignons-la par $F(4p)$) est

[1] Le lien qui existe entre une configuration électronique et les termes spectraux qui lui correspondent est expliqué en particulier dans [40]; voir aussi [1], § 3.1.

inférieure à la vitesse d'excitation électronique du « niveau » inférieur (F ($4s$)). Il se trouve que F ($4s$)/F ($4p$) $\approx$ 2. L'inversion de populations s'établit du fait que les états inférieurs relaxent *sensiblement plus vite* que les états supérieurs :

$$R\ (4s)/R(4p) \approx 10.$$

La relaxation des niveaux des transitions laser se produit essentiellement par l'émission spontanée. Dans ces conditions, il est d'une importance substantielle que la transition $4p \rightarrow 3p$ est interdite à l'approximation dipolaire (optiquement interdite) et que les niveaux des transitions laser se situent suffisamment haut par rapport au niveau fondamental. Ainsi, dans un laser à argon ionisé, l'inversion de populations s'obtient grâce à un dépeuplement préférentiel des états inférieurs et non grâce à un peuplement préférentiel des états supérieurs.

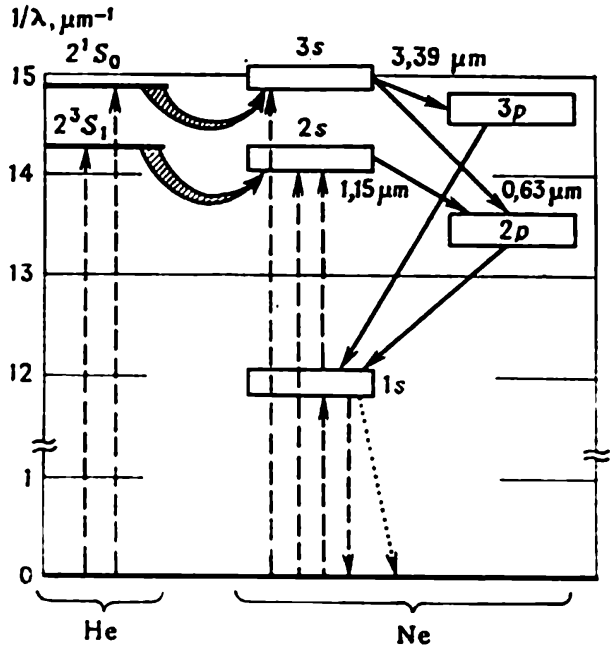


Fig. 1.30

Laser à hélium-néon ; mécanisme de réalisation d'une inversion de populations. — Le *laser à hélium-néon* est historiquement le premier laser à gaz à être réalisé [41]. Il oscille sur les transitions entre niveaux des *atomes* neutres *de néon*. En plus du néon le milieu actif gazeux contient un *gaz tampon*, *l'hélium*. La pression du mélange gazeux est de l'ordre de 1 mm de mercure, la pression partielle de l'hélium étant d'environ 5 à 10 fois celle du néon. L'ionisation et le pompage dans ce laser s'effectuent par une décharge luminescente stationnaire excitée par un courant continu.

La fig. 1.30 montre les principales transitions dans le milieu actif du laser à hélium-néon. Les flèches en traits interrompus y figurent les transitions liées à l'excitation électronique ou à la désexcitation, les flèches en traits continus désignent les transitions optiques, la flèche en pointillés montre la transition liée à la désexcitation par collisions contre les parois et les flèches en forme de demi-cercle désignent le transfert résonnant d'énergie d'excitation des atomes d'hélium aux atomes de néon. Les bandes d'énergie représentées sur la figure pour l'atome de néon correspondent, de même que dans le cas du laser à argon ionisé, à des configurations électroniques détermi-

nées et se composent donc de plusieurs niveaux (plusieurs termes spectraux). Les notations utilisées sur la figure sont des notations abrégées (suivant Pashen) : la bande $1s$ correspond à la configuration $2p^5 3s$, la bande $2s$ à la configuration $2p^5 4s$, la bande $3s$ à la configuration $2p^5 5s$, la bande $2p$ à la configuration $2p^5 3p$, la bande $3p$ à la configuration $2p^5 4p$. Chacune des bandes s se compose de quatre niveaux et chacune des bandes p en a dix.

Le rôle des niveaux supérieurs des transitions laser est joué par les bandes $3s$ et $2s$ et celui des niveaux inférieurs par les bandes $3p$ et $2p$. Les principales transitions laser sont : $3s \rightarrow 3p$ (3,39 μm), $2s \rightarrow 2p$ (1,15 μm), $3s \rightarrow 2p$ (0,6328 μm, la raie rouge).

L'inversion de populations dans le laser à hélium-néon résulte du fait que la vitesse de peuplement des niveaux supérieurs des transitions laser est nettement plus grande que celle des niveaux inférieurs. Le rôle décisif revient ici au *transfert résonnant* de l'énergie de l'hélium au néon. Le choc de l'atome de néon sur un atome d'hélium se trouvant au niveau 2^1S_0 peut donner lieu à l'excitation d'un des niveaux de l'atome de néon dans la bande $3s$; le choc sur un atome d'hélium se trouvant dans l'état 2^3S_1 peut provoquer l'excitation du niveau de l'atome de néon dans la bande $2s$. Le transfert résonnant de l'énergie de l'hélium au néon est favorisé par trois circonstances : la proximité des niveaux d'énergie correspondants des atomes d'hélium et de néon, la métastabilité des niveaux 2^1S_0 et 2^3S_1 de l'hélium (et donc l'impossibilité de leur relaxation par émission spontanée), la pression plus élevée de l'hélium dans le mélange gazeux (ce qui réduit la probabilité du transfert d'énergie en sens inverse, du néon à l'hélium).

La relaxation des niveaux inférieurs des transitions laser (bandes $3p$ et $2p$) se fait par émission spontanée et s'accompagne du passage des atomes de néon dans la bande $1s$. Quant aux transitions spontanées des niveaux supérieurs (bandes $3s$ et $2s$) vers la bande $1s$, elles sont interdites à l'approximation dipolaire. La relaxation des niveaux dans la bande $1s$ est un « goulot d'étranglement » du laser à hélium-néon ; la relaxation de ces niveaux s'effectue par les processus de désexcitation électronique ainsi que par collisions des atomes de néon contre les parois du tube. Ces derniers processus sont d'une grande importance, ce qui est confirmé par le fait que la puissance d'un laser à hélium-néon est inversement proportionnelle au diamètre du tube à décharge gazeuse.

Laser à vapeur de cuivre [5]. — Un autre exemple de laser à pompage par décharge dans le gaz, oscillant sur transitions atomiques est fourni par le laser à vapeur de cuivre. Il présente un intérêt comme appartenant à la classe de lasers travaillant sur des transitions *auto-limitées*. Pour la production des vapeurs de cuivre et la réalisation de l'inversion de populations on fait appel à une décharge par impulsions.

Le diagramme d'énergie des atomes de cuivre est représenté sur la fig. 1.31. Les flèches en traits interrompus y désignent les transitions liées à l'excitation électronique et les flèches en traits pleins les transitions optiques donnant lieu à l'oscillation laser (0,51 et 0,58 μm). Le niveau supérieur de la transition laser [les termes atomiques $^2P_{1/2}$ et $^2P_{3/2}$, la configuration électronique correspondant à

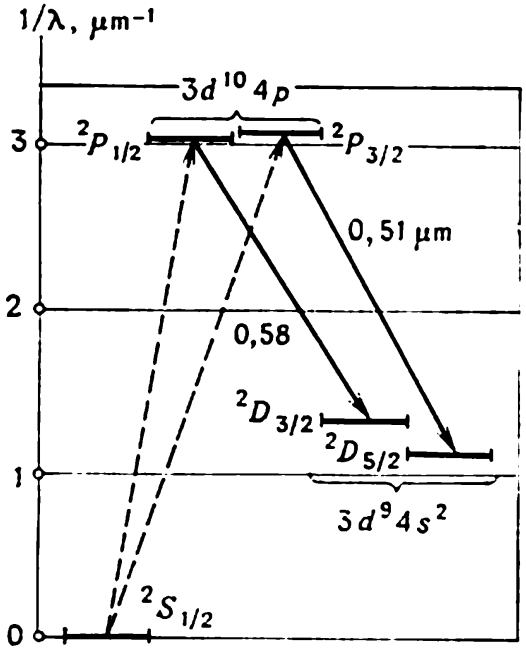


Fig. 1.31

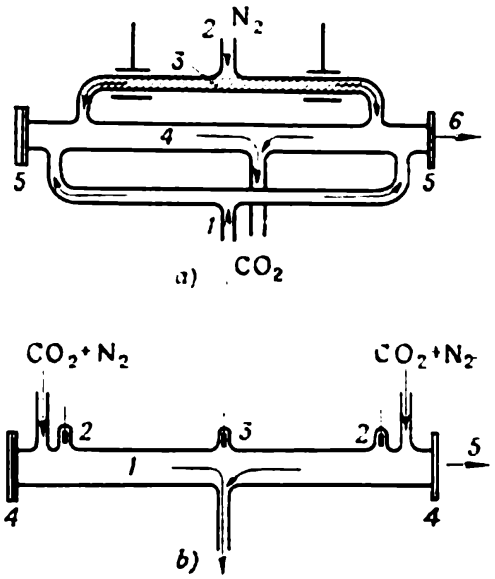


Fig. 1.32

ces termes est $(3d^{10})\ 4p$] est constitué par le premier niveau de résonance de l'atome de cuivre. Les niveaux inférieurs des transitions laser [les termes $^2D_{3/2}$ et $^2D_{5/2}$, la configuration électronique correspondante est $3d^94s^2$] sont des niveaux métastables; les transitions entre ces niveaux et le niveau fondamental (le terme $^2S_{1/2}$) sont optiquement interdites. Rappelons que la probabilité d'excitation électronique est beaucoup plus faible sur les transitions optiquement interdites que sur les transitions permises. C'est pourquoi les électrons contenus dans le plasma à décharge gazeuse exciteront effectivement les états supérieurs des atomes de cuivre sans exciter pratiquement les états inférieurs des transitions laser. Il en résulte, dans l'étape initiale de la formation de l'impulsion d'excitation, la création d'une forte inversion de populations sur la transition laser.

Laser moléculaire à gaz carbonique (laser à CO_2). — Les lasers moléculaires *à gaz carbonique* [1] permettent de réaliser de fortes

[1] Le laser à CO_2 a été construit en 1964 [42]. Les lasers à CO_2 sont étudiés dans [43 à 46]; voir aussi [4, 8, 36].

puissances en continu (jusqu'à 10 kW et plus) et se caractérisent par un rendement extrêmement élevé (jusqu'à 40 %). Le milieu actif d'un tel laser est constitué par un mélange de gaz carbonique et d'azote moléculaire contenant en outre quelques additifs (hélium, vapeurs d'eau et autres). Comme *centres actifs* sont utilisées des molécules CO_2 qui émettent sur les transitions entre niveaux vibrationnels de l'état électronique fondamental. L'azote joue le rôle de *gaz tampon* dont les molécules transfèrent par résonance l'énergie d'excitation aux molécules CO_2. Pour l'excitation des lasers à CO_2 on utilise le plus souvent une décharge luminescente; on fait également appel à la décharge par impulsions.

La structure d'un laser à CO_2 dans sa variante primitive est schématisée sur la fig. 1.32, *a*. On distingue ici: *1*, un système de circulation du gaz carbonique; *2*, un système de circulation de l'azote; *3*. la région de décharge luminescente haute fréquence; *4*, le volume utile dans lequel sont mélangées les molécules excitées d'azote et les molécules CO_2 non excitées; *5*, les miroirs de la cavité; *6*, le rayonnement de sortie. Dans cette variante de laser à gaz carbonique, les électrons produits par la décharge n'excitent que les molécules d'azote, ensuite, dans une autre région de l'espace, les molécules d'azote excitées transfèrent leur énergie aux centres actifs.

Dans les variantes plus récentes de laser à CO_2, on utilisait une décharge, généralement luminescente à courant continu, dans un mélange $CO_2 + N_2$. La structure d'un tel laser est représentée sur la fig. 1.32, *b*. On y distingue: *1*, le volume utile; *2*, l'anode; *3*, la cathode; *4*, les miroirs de la cavité; *5*, le rayonnement de sortie. Ce schéma, de même que le schéma précédent est basé sur la circulation du gaz. La circulation du gaz permet de prévenir un changement indésirable de la composition chimique du milieu actif gazeux, qui peut se produire en particulier par suite de la réaction $2CO_2 \rightarrow$ $\rightarrow 2CO + O_2$.

A l'heure actuelle, on utilise largement des lasers à CO_2 scellés (sans circulation de mélange gazeux). La durée de service de tels tubes à décharge gazeuse peut être suffisamment grande, jusqu'à 1000 h et plus.

Mécanisme d'établissement de l'inversion de populations dans un laser à CO_2. — La molécule CO_2 possède 4 degrés de liberté de vibration auxquels correspondent 3 types de vibrations: *symétriques* (fig. 1.33, *a*), de déformation (fig. 1.33, *b*), *asymétriques* (fig. 1.33, *c*) [1]. Désignons la fréquence de ces vibrations par ω_1, ω_2, ω_3 respectivement. Indiquons que $\hbar\omega_1 = 0{,}163$ eV, $\hbar\omega_2 = 0{,}078$ eV, $\hbar\omega_3 =$ $= 0{,}276$ eV; $\omega_1 \approx 2\omega_2$.

[1] L'énergie des vibrations de déformation est doublement dégénérée (le type de vibrations de déformation correspond à deux degrés de liberté de vibration de la molécule).

Les *états vibrationnels* de la molécule CO_2 seront désignés par un système de trois nombres quantiques de vibration : v_1, v_2, v_3. Ces nombres sont égaux à la multiplicité d'excitation respectivement des vibrations symétriques, de déformation et asymétriques de la molécule CO_2. C'est ainsi par exemple que l'état vibrationnel (020)

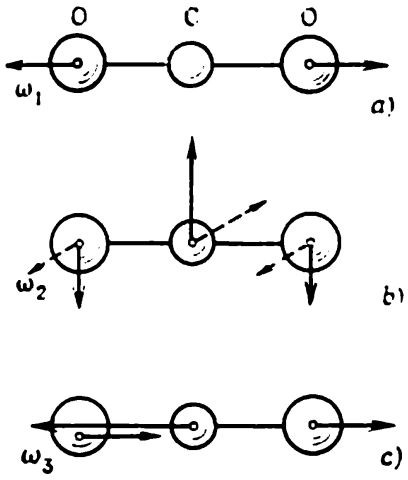


Fig. 1.33

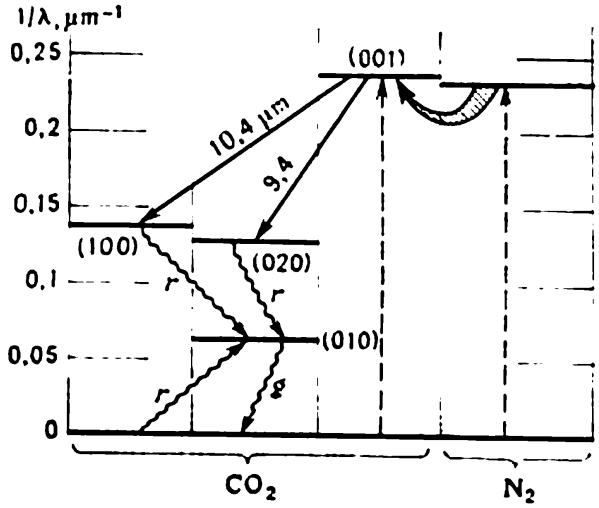


Fig. 1.34

($v_1 = 0$, $v_2 = 2$, $v_3 = 0$) est un état dans lequel les vibrations de déformation sont excitées doublement, alors que les vibrations symétriques et asymétriques ne sont pas excitées.

Le mécanisme d'établissement de l'inversion de populations dans le laser à gaz carbonique est illustré par la fig. 1.34 qui montre les niveaux d'énergie de la molécule CO_2 répondant à trois types différents de vibrations ainsi que le premier niveau vibrationnel excité de la molécule d'azote. Le niveau *supérieur* de la transition laser est le niveau (001) ; le niveau *inférieur* est représenté par les niveaux (020) et (100). La transition (001) → (100) s'accompagne de l'émission à la longueur d'onde de 10,4 μm et la transition (001) → (020) donne lieu à l'émission à la longueur d'onde de 9,4 μm. L'excitation du niveau (001) s'effectue par collisions inélastiques entre les molécules CO_2 et les électrons (excitation électronique) et les molécules N_2 excitées (transfert résonnant d'énergie). Ces dernières sont excitées au cours des chocs avec les électrons.

La relaxation des niveaux (020) et (100) se fait essentiellement par transfert résonnant d'énergie aux molécules non excitées de gaz carbonique avec accumulation des molécules CO_2 dans l'état (010) (v. les transitions désignées par la lettre *r* sur la fig. 1.34) :

$$CO_2\,(020) + CO_2\,(000) \rightarrow 2CO_2\,(010),$$
$$CO_2\,(100) + CO_2\,(000) \rightarrow 2CO_2\,(010).$$

La relaxation du niveau (010) est le point le plus critique dans le laser considéré. Ce niveau relaxe principalement selon un mécanisme de transfert *cinétique* de l'énergie aux molécules H_2O ou aux atomes He (v. la transition désignée par la lettre *g* sur la fig. 1.34). Ainsi, les collisions inélastiques entre les molécules CO_2 (010) et les additifs spécialement introduits dans le mélange gazeux jouent un rôle important dans la création de l'inversion de populations. Rappelons à ce propos que les lasers à CO_2 appartiennent à la famille de lasers *collisionnels*.

Remarquons qu'à chaque niveau vibrationnel de la molécule CO_2 correspond un ensemble de sous-niveaux *rotationnels*; ceci signifie que les transitions laser (001) → (100) et (001) → (020) doivent être considérées comme des transi-

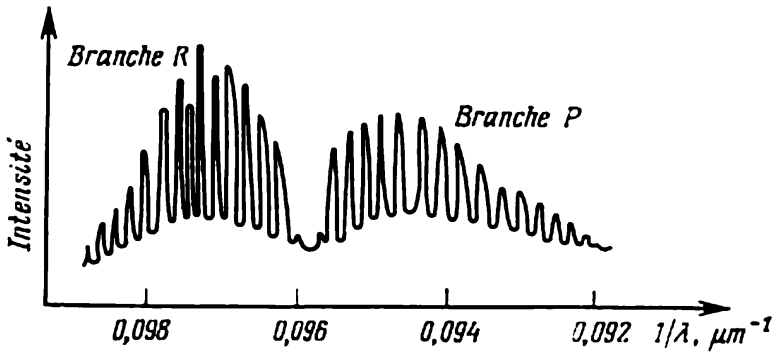


Fig. 1.35

tions *de vibration-rotation* auxquelles doivent correspondre des bandes de vibration-rotation dans le spectre d'oscillation du laser. Ces bandes correspondent aux transitions des branches *P* et *R*. Ces branches sont bien visibles sur la fig. 1.35 qui montre le spectre émis par un laser à CO_2 de petite puissance (pour la transition (001) → (100)). Fait remarquable, lorsque la puissance émise augmente, le nombre de raies oscillant simultanément dans les branches *P* et *R* diminue et peut tomber jusqu'à une ou deux raies (effet de compétition entre transitions). En d'autres termes, l'interaction (compétition) entre les transitions peut avoir pour résultat que l'oscillation se produira essentiellement sur une seule des transitions de la branche *P* et *R*. Les lasers à CO_2 de grande puissance sont donc des lasers très monochromatiques.

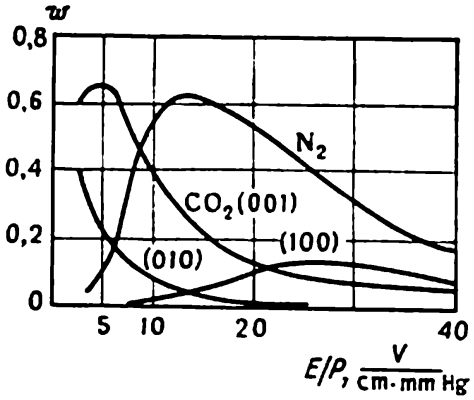


Fig. 1.36

En revenant à la réalisation de l'inversion de populations dans le laser à CO_2, signalons qu'à cet effet il est nécessaire d'assurer un rapport *E/P optimal* (*E* étant l'intensité du champ dans la région de la colonne positive de la décharge, *P*, la pression du mélange gazeux) pour lequel les sections efficaces d'excitation électronique des molécules N_2 et du niveau (001) des molécules CO_2 soient suffisam-

ment grandes, alors que les sections efficaces d'excitation des niveaux (100), (020), (010) des molécules CO_2 soient relativement petites. La fig. 1.36 indique à titre d'exemple les courbes traduisant la variation de la partie de l'énergie w transférée par les électrons du plasma aux différents degrés de liberté de vibration en fonction du rapport E/P pour une situation concrète lorsque les pressions partielles de l'azote et du gaz carbonique sont égales. Ces courbes montrent que les valeurs optimales du rapport E/P se situent dans ce cas dans l'intervalle d'environ 5 à 10 V/cm·mm de mercure.

Ainsi, la sélectivité de peuplement des niveaux supérieurs et de dépeuplement des niveaux inférieurs des transitions laser, nécessaire à la réalisation de l'inversion de populations dans le laser à CO_2, est obtenue en pratique par introduction de l'azote et des additifs spéciaux (dans des proportions bien déterminées) dans le milieu actif et par le choix de la valeur optimale du rapport E/P.

§ 1.6. LASERS À ÉLECTRO-IONISATION

Problème de l'élévation de la pression dans les lasers à gaz. — Ainsi qu'on l'a dit plus haut, les lasers à gaz excités par une décharge électrique *autonome* (lasers *à pompage par décharge*) se caractérisent par une *basse* pression du milieu actif gazeux qui est de l'ordre de 1 à 10 mm de mercure. Ceci prédétermine une concentration relativement faible des centres actifs: 10^{15} à 10^{16} cm^{-3}, ce qui est inférieure de quelques ordres de grandeur à celle dans les lasers à solides et dans les lasers à liquides (10^{19} à 10^{20} cm^{-3}). L'élévation de la concentration en centres actifs est bien souhaitable pour pouvoir augmenter la puissance du rayonnement émis par unité de volume du milieu actif. Il est donc tout naturel qu'on cherche à élever la pression (et par là-même la concentration des centres actifs) dans les lasers à gaz existants.

Pourtant il y a deux circonstances qui s'opposent à l'augmentation de la pression dans les lasers à pompage par décharge. Premièrement, lorsque la pression est portée à quelques dizaines de millimètres de mercure, la décharge autonome devient pratiquement inapte à servir pour l'excitation des volumes quelque peu considérables de gaz: cette décharge devient *instable*, il se produit des « filaments », le long des parois du tube, sans que la décharge s'étende sur les régions profondes. Deuxièmement, la nécessité d'assurer un rapport *E/P optimal* du point de vue de l'excitation des niveaux vibrationnels voulus implique que l'on augmente convenablement l'intensité du champ E lorsque la pression P s'élève. Or, ceci conduit à son tour à une augmentation de la densité du constituant électronique du plasma à décharge gazeuse. Un excès d'électrons est indésirable parce qu'il fait croître l'efficacité des collisions dites d'« extinction » (en

particulier, des collisions qui donnent lieu à la désexcitation des niveaux supérieurs et à l'excitation des niveaux inférieurs).

Méthode de pompage par électro-ionisation des lasers à gaz à haute pression. — Le problème de l'élévation de la pression dans les lasers à gaz a été résolu par la *méthode de pompage par électro-ionisation* [47, 48]. Dans cette méthode de pompage la décharge électrique autonome n'est pas utilisée. Pour obtenir des électrons rapides capables d'exciter efficacement les centres actifs, on fait appel à l'action conjuguée d'un rayonnement ionisant et d'un champ électrique externe. Le rayonnement ionisant fait naître dans le milieu actif des électrons libres, et le champ électrique les accélère. Après cela, les processus se déroulent en fait de la même façon que dans un laser à pompage par décharge: les électrons rapides excitent des molécules (atomes) déterminées, ce qui aboutit, dans des conditions appropriées, à l'établissement d'une inversion de populations. La fig. 1.37 représente un schéma qui illustre la méthode de pompage par électro-ionisation. On y distingue: *1*, le volume utile (hachuré); *2*, les miroirs de la cavité; *3*, le rayonnement ionisant; *4*, les électrodes entre lesquelles est appliquée la tension électrique; *5*, le rayonnement de sortie.

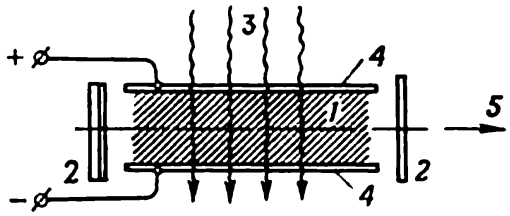


Fig. 1.37

L'énergie dépensée pour la création d'un seul électron libre est de l'ordre de plusieurs dizaines d'électron-volts; elle est fournie par le rayonnement ionisant. Avant de se recombiner ou quitter le volume utile, chaque électron subit jusqu'à 10^5 collisions avec les particules du milieu actif. Au cours de ces collisions l'électron communique aux particules du milieu actif une énergie atteignant 10^4 eV, c'est-à-dire supérieure d'environ trois ordres de grandeur à l'énergie dépensée à la production d'un électron libre. Une si forte énergie est prise au champ électrique externe. Ainsi, la méthode de pompage par électro-ionisation permet de réaliser une *conversion directe*, suffisamment efficace (avec un rendement jusqu'à 30 %), de l'énergie de champ électrique en énergie de rayonnement optique cohérent.

En appliquant cette méthode de pompage, il n'est pas difficile de maintenir au niveau optimal le rapport E/P en cas d'élévation de la pression parce que la concentration en électrons libres est maintenant *indépendante* de l'intensité E du champ externe mais est déterminée par l'intensité de rayonnement ionisant. La méthode considérée permet de réaliser des pressions atteignant plusieurs dizaines d'atmosphères (et même 100 atm). On s'explique ainsi l'apparition du terme de *laser à gaz comprimé*.

Lors du pompage par électro-ionisation, le processus de passage du courant électrique à travers le gaz ionisé se caractérise par une haute stabilité quelle que soit la valeur de la pression. Le volume utile est le siège d'une décharge *non autonome* dont les caractéristiques et la structure restent constantes lorsque le volume de l'intervalle de décharge varie dans des limites assez larges (on a étudié des volumes jusqu'à 100 l).

Le maintien de la décharge exige l'ionisation du gaz; la réalisation d'une inversion de populations nécessite l'excitation des centres actifs. Dans un laser à pompage par décharge, ces deux fonctions sont remplies par *les mêmes* électrons; dans ces conditions la répartition énergétique des électrons qui caractérise la décharge autonome n'est pas optimale à la fois pour l'ionisation et pour l'excitation. Dans un laser à pompage par électro-ionisation ces fonctions sont remplies *séparément* l'une de l'autre: l'ionisation du gaz est assurée par le rayonnement ionisant et l'excitation des centres actifs par les électrons.

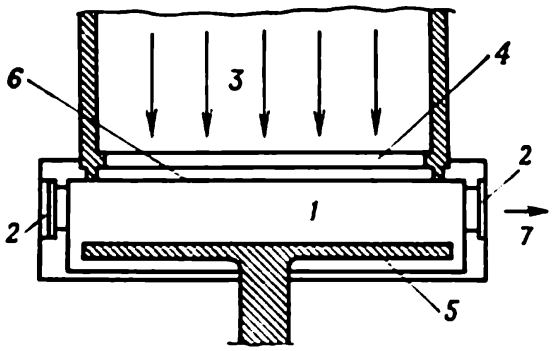


Fig. 1.38

Laser à CO_2 à pompage par électro-ionisation[1]. — La méthode de pompage par électro-ionisation est appliquée dans les lasers à CO_2 de haute pression. Le mécanisme d'établissement de l'inversion de populations est illustré, de même que pour un laser à pompage par décharge, par la fig. 1.34. La différence consiste en ce que les électrons rapides qui excitent les degrés de liberté de vibration des molécules N_2 et CO_2 apparaissent maintenant non dans une décharge *autonome* mais sous l'action conjuguée d'un rayonnement ionisant et d'un champ électrique accélérateur externe (décharge *non autonome*). Comme rayonnement ionisant on utilise généralement un faisceau d'électrons issu d'un accélérateur (l'énergie des électrons: 100 à 500 keV, la densité de courant dans le faisceau: de l'ordre de 10^{-4} A/cm^2).

La structure simplifiée d'un laser à CO_2 à électro-ionisation est schématisée sur la fig. 1.38. On y distingue: *1*, le volume utile; *2*, les miroirs de la cavité; *3*, le faisceau d'électrons (rayonnement ionisant); *4*, l'électrode supérieure; *5*, l'électrode inférieure; *6*, une feuille métallique transparente aux électrons rapides; *7*, le rayonnement laser. Remarquons que la feuille *6* est un élément bien délicat et vulnérable du laser considéré; elle sépare le volume sous vide de

[1] Les premiers lasers à CO_2 pompés par décharge non autonome à la pression atmosphérique ont été mis au point en 1971 [49, 50].

l'accélérateur et le volume utile du laser soumis à une haute pression.

L'élévation de la pression du mélange gazeux conduit à une augmentation de la puissance du rayonnement laser par unité de volume du milieu actif. Désignons cette puissance par W. La courbe de variation $W(P)$ est montrée à la fig. 1.39; les points A se rapportent au laser à CO_2 à pompage par décharge et les points B au laser à pompage par électro-ionisation. Cette variation est approximativement quadratique : $W \sim P^2$. Par rapport au laser à CO_2 à pompage par décharge la puissance du laser à pompage par électro-ionisation par unité de volume est 10^6 fois plus grande.

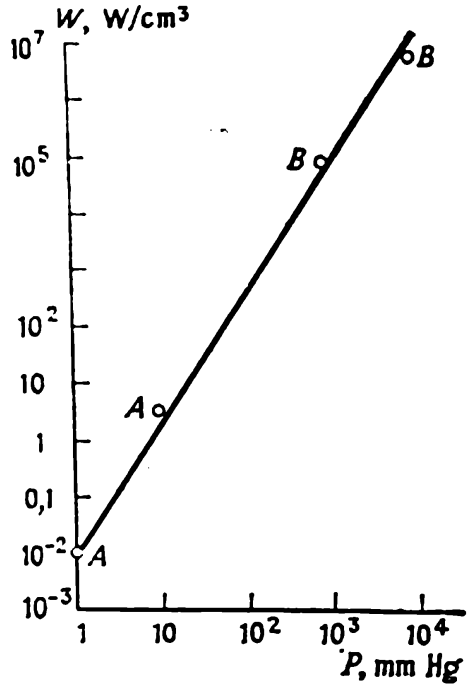


Fig. 1.39

Utilisation de différents milieux actifs. — En plus de mélanges gazeux $CO_2 + N_2$ et $CO_2 + N_2 + He$, dans les lasers à électro-ionisation on utilise aussi d'autres milieux actifs [48]. Comme transitions laser on utilise non seulement les transitions entre états vibrationnels des molécules mais également celles entre les états électroniques.

Laser à CO *à pompage par électro-ionisation.* — Ce laser oscille sur la transition entre les niveaux vibrationnels de forte énergie de la molécule CO ($v \approx 15$); la longueur d'onde émise est de 5 µm. On utilise généralement un mélange gazeux $CO + N_2$ ou $CO + N_2 + He$. Ce laser se caractérise par un rendement extrêmement élevé qui peut atteindre 50 %.

Laser à mélange $Ar + N_2$ *à pompage par électro-ionisation.* Il oscille sur les transitions entre les états électroniques de la molécule N_2; la longueur d'onde émise est de 0,358 µm. L'argon joue le rôle du gaz tampon qui transfère par résonance l'énergie à l'azote.

Laser à xénon comprimé à pompage par électro-ionisation. Il oscille sur les transitions entre les états électroniques excité et fondamental de la molécule « éclatante » Xe_2; la longueur d'onde émise est de 0,172 µm. Les électrons rapides excitent les atomes Xe; en s'entrechoquant avec les atomes non excités, les atomes Xe excités font naître des molécules Xe_2 excitées. En plus du xénon pur on utilise également un mélange $Ar + Xe$ dans lequel l'argon joue le rôle du gaz tampon.

Procédés d'ionisation. — On utilise le plus souvent l'ionisation par *faisceau d'électrons.* On étudie de façon intense le procédé d'ionisation par *rayonnement ultraviolet* (*photo-ionisation*) qui peut être

obtenu par exemple au moyen de décharges par étincelles [51] [1]. L'ionisation par des *particules lourdes chargées*, produits des réactions nucléaires, présente elle aussi un intérêt pratique.

On a réalisé l'oscillation d'un laser à gaz carbonique à pompage par électro-ionisation placé dans la zone active d'une pile nucléaire en état stationnaire [52]. Le mélange actif gazeux utilisé avait la composition $CO_2 : N_2 : {}^3He = 1 : 4 : 5$. L'ionisation était effectuée par les produits de réaction nucléaire:

$$n + {}^3He \rightarrow p + T\ (+0{,}76\ \text{MeV})$$

(n étant le neutron, p le proton, T le noyau de tritium). Cette réaction était initiée par des neutrons thermiques qui se produisaient dans le modérateur de la pile; la densité de flux de neutrons thermiques était de 10^{14} $cm^{-2} \cdot s^{-1}$.

On étudie la possibilité de réalisation d'un laser pompé par électro-ionisation utilisant l'énergie produite par une pile nucléaire non seulement pour l'ionisation, mais également pour l'accélération des électrons libres qui apparaissent par suite de l'ionisation. Un tel laser représenterait un dispositif assurant une conversion directe de l'énergie nucléaire en énergie de rayonnement optique cohérent.

§ 1.7. LASERS À GAZ DYNAMIQUES (POMPAGE THERMIQUE)

Méthodes thermiques de réalisation d'une inversion de populations. — Un peuplement efficace des états vibrationnels et rotationnels d'une molécule peut être obtenu par *excitation thermique*. A cet effet, le gaz de molécules doit être chauffé à une température d'environ 1000 à 2000 K.

Bien entendu, une simple élévation de la température du gaz ne peut pas assurer une inversion de populations; dans ce cas, la population des niveaux décroît, lorsque l'énergie augmente, suivant la loi de Boltzmann: $n \sim \exp(-E/kT)$. Les fig. 1.40, *a* et *b* montrent à titre de comparaison le caractère de peuplement des niveaux vibrationnels pour deux températures différentes (températures T_1 et T_2 telles que $T_1 \ll T_2$). La courbe *1* représente l'allure de la variation $n \sim \exp(-E/kT_1)$, et la courbe *2* celle de la variation $n \sim \exp(-E/kT_2)$. On voit bien que l'élévation de la température conduit à un peuplement efficace des niveaux supérieurs mais *n'assure pas l'inversion de populations.*

Supposons qu'un gaz chauffé à la température T_2 *se refroidit rapidement* à la température T_1; soit τ le temps pendant lequel la température du gaz subit cette variation. Supposons également que la vitesse de relaxation du premier niveau excité (du niveau E_1) est

[1] Les lasers pompés par photo-ionisation sont souvent appelés lasers *à photo-ionisation*.

très supérieure à la vitesse de relaxation des niveaux E_2, E_3, . . . Plus exactement, nous supposerons que le temps de relaxation du niveau E_1 (temps τ_1) est beaucoup plus petit que τ, alors que le temps de relaxation des niveaux plus hauts (temps τ_2) est au contraire beaucoup plus grand que τ: $\tau_1 \ll \tau \ll \tau_2$. Dans ce cas la population du niveau E_1 suivra, lors du refroidissement du gaz, la variation de la température tandis que les populations des autres niveaux resteront, en cas d'une baisse rapide de la température, *inchangées*. Il en résultera une situation hors de l'équilibre thermodynamique: la population du niveau E_1 correspondra à la *basse* température T_1 tandis que les populations des niveaux E_2, E_3, . . . correspondront à la *haute* température T_2 (v. fig. 1.40, *c*). Comme il est bien visible sur la figure, dans cette situation se réalise une inversion de populations sur la transition entre les premier et deuxième niveaux vibrationnels excités [1].

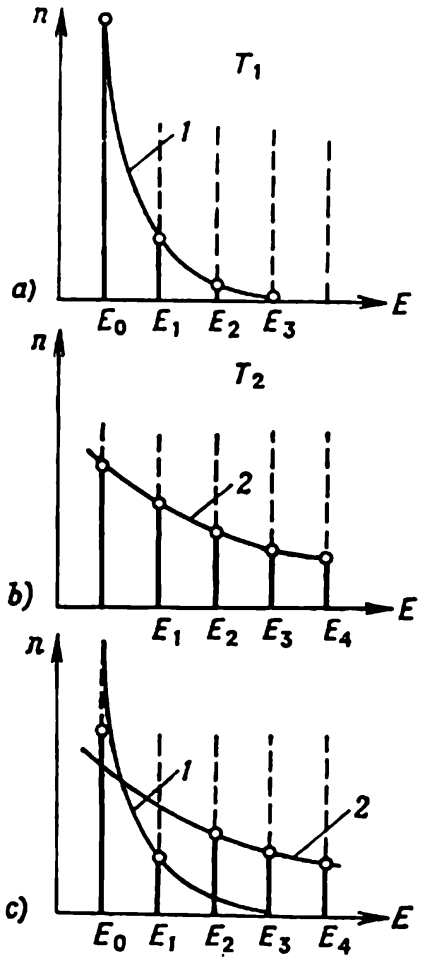


Fig. 1.40

Pour obtenir un refroidissement rapide d'un gaz il est le plus commode d'utiliser sa *détente adiabatique* à la sortie d'une fente étroite ou d'une tuyère. C'est précisément sur cette variante de pompage thermique qui est à la base du fonctionnement des *lasers à gaz dynamiques*.

Notons qu'une inversion de populations peut également s'obtenir par un *échauffement rapide* d'un gaz à condition que la vitesse de l'excitation thermique des niveaux supérieurs de la molécule soit plus grande que celle des niveaux inférieurs. Un échauffement suffisamment rapide de systèmes gazeux peut s'obtenir en utilisant par exemple des ondes de choc.

Laser à gaz carbonique dynamique[2]. — Le milieu actif utilisé est ici un mélange $CO_2 + N_2 + H_2O$. Les proportions caractéristi-

(1) La possibilité d'obtention d'une inversion de populations par un refroidissement rapide dans des systèmes dont les niveaux se caractérisent par des temps de relaxation différents est examinée dans [53, 54].

(2) Les lasers à gaz dynamiques sont étudiés par exemple dans la monographie [55]; voir aussi [56].

ques des composants (en volume) sont les suivantes: 8 % CO_2, 90 % N_2 et 2 % H_2O. Les centres actifs sont constitués par des molécules CO_2.

Un schéma simplifié du laser à gaz dynamique est représenté sur la fig. 1.41. On y distingue: *1*, une préchambre; *2*, le bloc de tuyères; *3*, le volume utile (volume de la cavité optique); *4*, un diffuseur; *5*, les miroirs de la cavité; *6*, le rayonnement laser. Dans la préchambre *1* le mélange gazeux actif est préparé à son état initial (température $T_2 = 1400$ à 1600 K, pression $P_2 = 20$ à 30 atm). Ce mélange passe

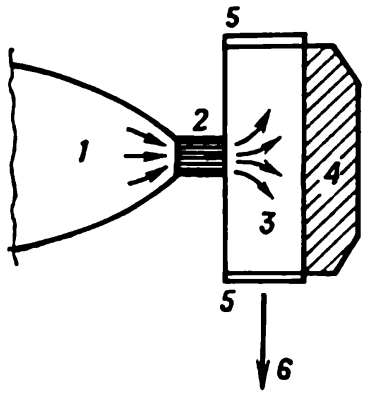


Fig. 1.41

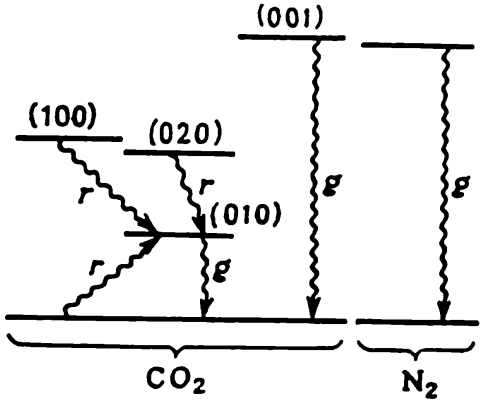


Fig. 1.42

par le bloc de tuyères *2* (la largeur d'une fente de sortie distincte dans le bloc n'est que de 1 mm) et se détend dans le volume utile *3*. Lors de cette détente, la température et la pression baissent jusqu'à des valeurs de $T_1 = 250$ à 300 K, $P_1 = 0{,}05$ à 0,1 atm; la vitesse de flux de gaz à la sortie du bloc de tuyères est de 1200 à 1500 m/s. Dans le volume utile *3* il se produit une désexcitation des molécules CO_2. Le diffuseur *4* sert à freiner le flux de gaz et à adapter sa pression à la pression de l'air ambiant.

Les lasers à CO_2 dynamiques existant actuellement détiennent le record de puissance du rayonnement émis qui atteint 100 kW en continu. Malheureusement, le rendement des lasers à gaz dynamiques est bien médiocre, il ne dépasse pas 1 %.

Mécanisme d'établissement de l'inversion de populations dans un laser à gaz carbonique dynamique[1]. — De même que dans d'autres types de lasers à CO_2, l'inversion de populations dans le laser à gaz carbonique dynamique est réalisée sur les transitions (001) → → (100) et (001) → (020) de la molécule CO_2. Un rôle important dans le peuplement du niveau supérieur (001) de la transition laser revient aux processus de transfert résonnant de l'énergie d'excitation de la

(1) La possibilité d'obtention d'une inversion de populations sur les transitions entre niveaux vibrationnels de la molécule CO_2 par une détente rapide du gaz est examinée dans [57].

part des molécules d'azote. Les additifs introduits dans le mélange gazeux (par exemple, la vapeur d'eau) servent à accélérer la relaxation du niveau (010).

Le pompage thermique a ceci de particulier que les niveaux vibrationnels des molécules N_2 et CO_2 sont peuplés par excitation *thermique* et non *électronique*. Comme il a déjà été dit, il est dans ce cas d'une importance fondamentale que les temps de relaxation des niveaux supérieurs et inférieurs soient *différents*. Examinons la fig. 1.42 qui reproduit en fait le diagramme d'énergie représenté sur la fig. 1.34. On y distingue: *r*, les transitions de résonance; *g*, les transitions cinétiques. La relaxation du niveau d'excitation de la molécule N_2 et du niveau (001) de la molécule CO_2 s'effectue par transfert *cinétique* d'énergie (pour l'instant, nous ne considérons pas le transfert résonnant de l'énergie de l'azote au gaz carbonique), alors que la relaxation des niveaux (100) et (020) de la molécule CO_2 se fait selon un mécanisme *de résonance*. La vitesse du transfert résonnant d'énergie étant beaucoup plus grande que celle du transfert cinétique, il est clair que le niveau supérieur de la molécule CO_2 doit relaxer plus lentement que les niveaux inférieurs des transitions laser [1]. C'est la relaxation du niveau vibrationnel de la molécule N_2 qui est particulièrement lente.

Supposons maintenant que le mélange $CO_2 + N_2$ échauffé à une température d'environ 1500 K se détend rapidement en passant par une tuyère étroite (plus exactement, par un bloc de tuyères). Il en résulte un dégagement brusque d'énergie cinétique des molécules (rappelons que le courant gazeux sort de la tuyère à une vitesse supersonique d'environ 1500 m/s). L'énergie du mouvement *de translation* des molécules s'obtient au détriment de l'énergie du mouvement *de vibration* qui décroît; cela signifie qu'à la sortie de la tuyère les niveaux vibrationnels subissent une relaxation rapide. Il importe tout particulièrement que tous les niveaux vibrationnels ne relaxent pas mais seulement ceux dont le temps de relaxation est plus court, c'est-à-dire les niveaux (020) et (100) de la molécule CO_2. Quant aux niveaux (001) de la molécule CO_2 ainsi qu'au niveau vibrationnel de la molécule N_2, ils n'arrivent pas à relaxer de façon notable si la détente du gaz est suffisamment rapide. Dans le volume utile, c'est-à-dire dans les conditions d'un gaz suffisamment raréfié (sous une pression non supérieure à 0,1 atm), la relaxation de ces niveaux est en général pratiquement nulle: on observe un effet de « congélation » des degrés de liberté vibrationnels supérieurs.

La fig. 1.43 montre l'allure de la variation de la population des niveaux (020) et (001) de la molécule CO_2 lorsque le mélange gazeux

---

[1] Rappelons que c'est précisément pour tourner les difficultés liées à la relaxation du niveau (010) qu'on introduit dans le mélange gazeux des molécules rapidement relaxantes, par exemple les molécules H_2O.

passe de la préchambre (paramètres du mélange: T_2, P_2) dans le volume utile (paramètres du mélange: T_1, P_1). Dans la région intermédiaire (région de la tuyère) il se produit un dépeuplement presque total du niveau (020) et une diminution insignifiante de la population du niveau (001). Dans le volume utile, la population du niveau (001) est en fait « congelée » à une valeur correspondant approximativement à la température initiale T_2. On est en présence d'une inversion de populations des niveaux (001) et (020).

Ainsi, les molécules CO_2 arrivent dans le volume utile avec des niveaux inférieurs pratiquement non peuplés (plus exactement la population de ces niveaux correspond à la température T_1). Quant au niveau supérieur de la transition laser, il se trouve peuplé même dans le cas où le gaz reste à la température T_2.

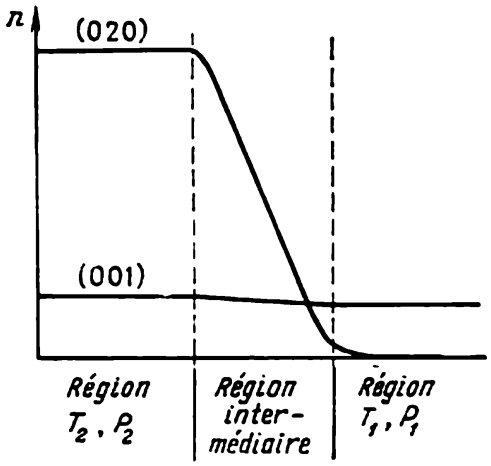


Fig. 1.43

Dans ces conditions il importe aussi que la population du niveau vibrationnel des molécules N_2 se trouve elle aussi « congelée ». Les molécules N_2 excitées transféreront par résonance l'énergie d'excitation aux molécules CO_2 en maintenant ainsi une population relativement élevée du niveau (001). Rappelons que dans un laser à gaz dynamique l'azote constitue quantitativement le composant principal du mélange, sa part étant d'environ 90 %. On peut donc considérer que l'énergie du rayonnement optique cohérent est produite essentiellement aux frais de l'énergie de vibration des molécules d'azote.

Ainsi, l'énergie emmagasinée dans les degrés de liberté de vibration des molécules se trouvant dans la préchambre est dépensée, lors du passage du mélange gazeux dans le volume utile à travers la tuyère, de la façon suivante. La partie de l'énergie qui était emmagasinée dans les vibrations *de déformation* et les vibrations *symétriques* des molécules CO_2 se transforme en énergie de mouvement *de translation* du courant gazeux sortant de la tuyère. Quant à l'énergie emmagasinée dans les vibrations *asymétriques* des molécules CO_2 et surtout dans les *vibrations des molécules* N_2, elle se transforme, déduction faite des pertes dans la cavité optique, en énergie du *rayonnement optique* cohérent.

Moyens d'amélioration du rendement des lasers à gaz dynamiques. Un rendement relativement bas (ne dépassant pas 1 %) des lasers à gaz dynamiques est dû à plusieurs causes. Avant tout l'énergie du mouvement de translation du courant gazeux sortant de la tuyère est dépensée en pure perte (après le freinage et la compression dans

le diffuseur le gaz se trouve porté à une haute température). En outre, le courant de gaz sortant de la cavité emporte une certaine quantité de molécules N_2 excitées qui n'ont pas eu le temps de transférer l'énergie d'excitation aux molécules CO_2 ainsi qu'une certaine quantité de molécules CO_2 excitées qui ne sont pas arrivées à se désexciter[1].

Pour élever le rendement d'un laser à gaz dynamique il est nécessaire de réduire les pertes indiquées. La réduction des pertes liées au départ des molécules excitées de la cavité peut s'obtenir par optimisation des paramètres de la cavité et par perfectionnement de sa construction. Quant aux pertes liées à l'échauffement du gaz dans le diffuseur, leur réduction exige de prendre des mesures plus radicales. Il est par exemple possible de réaliser un laser à gaz dynamique à circulation du mélange gazeux *en circuit fermé*. Un tel laser doit comporter deux organes supplémentaires: un *compresseur* et un *échangeur de chaleur*. Ils sont destinés à faire reprendre au mélange gazeux la température et la pression initiales. Ainsi, l'énergie du mouvement de translation du courant gazeux peut être utilisée également pour faire revenir le gaz à son état initial. Dans ce cas, le laser à gaz dynamique s'assimile à une *machine thermique* (fonctionnant suivant un cycle proche du cycle de Carnot). Dès qu'un tel laser entre en oscillation, l'apport d'énergie de la part de l'extérieur n'aura qu'à compenser les pertes dues au mouvement du gaz, les pertes dans la cavité et l'énergie lumineuse rayonnée.

§ 1.8. LASERS À POMPAGE CHIMIQUE

Les composés chimiques sont des accumulateurs de forte énergie. Une partie de cette énergie peut se dégager en cas de *réarrangement des liaisons chimiques* (au cours des réactions chimiques exothermiques). Il est bien attrayant de transformer cette énergie en énergie de rayonnement optique cohérent.

Les *lasers à pompage chimique* représentent justement des dispositifs qui assurent une telle transformation d'énergie[2]. L'intérêt soutenu que suscitent les lasers chimiques s'explique tant par l'importance pratique que revêt le problème de la conversion directe efficace de l'énergie chimique en énergie lumineuse que par la possibilité d'utiliser ces lasers pour l'étude des processus chimiques, des sections efficaces et de la cinétique des réactions.

Les lasers chimiques existants oscillent sur les transitions de vibration (plus exactement, sur les transitions de *vibration-rotation*) des molécules; la frontière inférieure de la gamme de longueurs d'on-

---

(1) Le départ prématuré de la cavité, avec le courant de gaz, d'une certaine quantité de molécules excitées d'azote et de gaz carbonique détermine un type de pertes dans la cavité qui est spécifique aux lasers à gaz dynamiques.

(2) La possibilité de réaliser un laser chimique est examinée dans [58, 59]. Les lasers chimiques sont étudiés dans [60, 61]; voir aussi [8] et [4], chap. 7.

de émises par ces lasers se situe aux environs de 2,5 μm. On étudie la possibilité de réaliser les lasers chimiques émettant dans le visible (lasers oscillant sur les transitions entre les états *électroniques* des molécules).

Réactions chimiques; initiation et accélération des réactions.— Dans les lasers chimiques on utilise le plus souvent des *réactions de substitution* conduisant à la formation de molécules biatomiques dans des états de vibration excités. Nous appellerons ces molécules *centres actifs laser*; elles se désexcitent elles-mêmes ou assurent la désexcitation des autres molécules auxquelles elles transfèrent l'énergie d'excitation [1]. Indiquons à titre d'exemple les réactions de substitution suivantes utilisées dans les lasers (le signe * indique l'excitation de la molécule): $F + H_2 \rightarrow HF^* + H$; $F + D_2 \rightarrow DF^* + D$; $H + Cl_2 \rightarrow HCl^* + Cl$; $Cl + HJ \rightarrow HCl^* + J$.

L'initiation de ces réactions exige de dépenser une énergie déterminée pour obtenir des *agents chimiquement actifs* (F, Cl, H). En outre il faut prendre des mesures en vue d'accélérer le processus chimique étant donné que le laser chimique ne peut utiliser que des réactions *rapides* assurant un peuplement suffisamment rapide du niveau supérieur des molécules effectuant la transition laser. La vitesse d'une réaction chimique est proportionnelle aux concentrations des réactifs entrant en réaction; aussi, pour accélérer la réaction doit-on produire un nombre suffisamment grand d'agents chimiquement actifs.

On utilise différents procédés d'initiation et d'accélération des réactions chimiques (autrement dit, différents procédés d'obtention d'agents chimiquement actifs). Sont chimiquement actifs en particulier des agents à l'état atomique; ils apparaissent par suite de la *dissociation* des molécules. Les procédés les plus répandus sont la *photodissociation*, la *dissociation par choc électronique* et la *dissociation thermique* des molécules. On distingue donc les procédés suivants d'initiation (d'accélération) des réactions chimiques: *photo-initiation*, *initiation par faisceau électronique* ou *par impulsion dans une décharge électrique*, *initiation thermique*.

Dans la *photo-initiation* on utilise comme source de rayonnement des tubes à éclairs en quartz; pour le pompage sur une longueur d'onde plus courte ($\lambda \leqslant 0{,}2$ μm) on fait appel à différents types de décharges ouvertes (par exemple à la décharge par étincelles). Un des procédés les plus simples permettant d'amorcer les réactions chimiques est la *décharge* électrique *autonome* dans le gaz; mais ce procédé n'est applicable que pour des pressions relativement basses et pour de petits volumes utiles. Un procédé plus avantageux est l'initiation par *faisceau électronique*. Le faisceau électronique permet d'amorcer

---

[1] On distingue donc la réalisation *directe* ou *indirecte* de l'inversion de populations dans les lasers chimiques (v. plus loin).

la réaction pendant un temps record de l'ordre de 10^{-8} à 10^{-7} s (en cas d'une décharge autonome la durée de l'impulsion d'initiation n'est pas inférieure à 10^{-6} s). L'amorçage *thermique* des réactions est lié à la dissociation thermique des molécules. Ce procédé est spécialement commode pour l'initiation des réactions dans les lasers à gaz dynamiques qui se caractérisent par un fort échauffement du gaz (pour assurer de grandes vitesses d'écoulement du courant gazeux).

Les agents chimiquement actifs peuvent également s'obtenir dans certaines *réactions chimiques*. Indiquons à titre d'exemple la réaction $NO + F_2 \rightarrow NOF + F$. En entrant en réaction avec le fluor moléculaire, l'oxyde d'azote, qui existe à température ordinaire sous forme de radical stable NO, conduit à la formation du fluor atomique chimiquement actif.

Réactions chimiques en chaîne; longueurs chimiques et laser de la chaîne. — Les réactions utilisées dans les lasers chimiques sont des *réactions en chaîne*: le centre (atome ou radical) chimiquement actif *se reproduit* au cours de la réaction. Supposons que dans un mélange de molécules H_2 et F_2 sont introduits des centres chimiquement actifs, par exemple les atomes F. On peut s'attendre que ce mélange sera le siège d'un processus en chaîne

$$F + H_2 \rightarrow HF^* + H\ (+30\ \text{kcal/mole});$$
$$H + F_2 \rightarrow HF^* + F\ (+100\ \text{kcal/mole});$$
$$F + H_2 \rightarrow HF^* + H\ (+30\ \text{kcal/mole})$$

Après la formation d'un nombre déterminé de centres chimiquement actifs le déroulement de ce processus peut devenir suffisamment rapide pour assurer l'oscillation sur les transitions dans les molécules HF*. Comme le nombre déterminé susmentionné de centres chimiquement actifs se conserve (se reproduit) au cours du processus en chaîne, il devient possible, par utilisation *multiple* d'un certain nombre de centres chimiquement actifs *reproductibles*, de faire entrer en réaction un très grand nombre de molécules H_2 et F_2 et de créer ainsi beaucoup de centres actifs laser HF*. Dans ce cas, on peut transformer en rayonnement optique cohérent une si grande énergie chimique emmagasinée dans le mélange $F_2 + H_2$ qu'elle *excédera* l'énergie dépensée pour la production de centres chimiquement actifs.

Dans la pratique, on doit cependant tenir compte du fait qu'un processus en chaîne réel ne saurait durer *indéfiniment*. Premièrement, le nombre de centres chimiquement actifs décroît avec le temps ($H + H \rightarrow H_2$; $F + F \rightarrow F_2$), de sorte que le nombre N_0 initialement créé de ces centres n'assure la production que d'un nombre N_1 limité de centres actifs laser. Le rapport $\nu_{chim} = N_1/N_0$ est appelé *longueur chimique de la chaîne*. La valeur *finie* de la longueur chimique de la chaîne signifie que la réaction chimique doit être non seu-

lement amorcée mais également *entretenue* par production de nouveaux centres chimiquement actifs au lieu de ceux qui se sont mis hors du jeu.

Deuxièmement, le nombre de centres actifs laser diminue lui aussi par suite des processus de relaxation. Par conséquent, on introduit la notion de *longueur laser de la chaîne* ν_l égale au rapport de la vitesse de production de centres actifs laser excités à la vitesse de relaxation de ces centres[1]. Cette dernière est en règle générale plus grande que la vitesse de décroissance du nombre de centres chimiquement actifs si bien que $\nu_l < \nu_{chim}$. C'est la raison pour laquelle le rendement d'un laser chimique est généralement déterminé par la longueur laser de la chaîne.

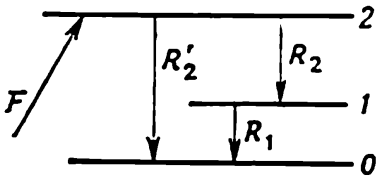


Fig. 1.44

Une décroissance rapide du nombre de centres chimiquement actifs et les processus de relaxation peuvent aboutir à une situation dans laquelle le processus en chaîne *ne se manifeste point*. C'est ainsi par exemple que le processus se déroulant dans le mélange $Cl + H_2$ se caractérise par une si petite longueur laser de la chaîne qu'il doit en fait être considéré comme un processus non en chaîne. Pourtant, si dans ce mélange, le chlore est remplacé par le fluor qui est un agent plus actif, le processus se déroulera en chaîne.

Pour rallonger les chaînes chimiques et laser il y a avantage à utiliser dans les lasers chimiques non pas les réactions simples mais les réactions en chaîne *ramifiées*, c'est-à-dire les réactions qui assurent une reproduction *élargie* des centres chimiquement actifs et non une reproduction simple. On sait que pour des pressions et températures déterminées le mélange $F_2 + H_2$ peut devenir le siège des réactions chimiques du type $F_2 + HF \rightarrow HF + F + F$ qui assurent la *ramification des chaînes*. On peut s'attendre à ce que l'utilisation de telles réactions permette de mettre au point un laser chimique pour lequel le rapport de l'énergie du rayonnement laser à l'énergie dépensée pour l'initiation et le maintien de la réaction chimique sera nettement supérieur à l'unité.

Lasers à réalisation directe et indirecte de l'inversion de populations. — Si les molécules effectuant les transitions laser sont un produit direct de la réaction chimique, on dit que la réalisation de l'inversion de populations dans le laser chimique est *directe*. A cet effet il est nécessaire que ces molécules apparaissent dans un état excité déterminé correspondant au niveau supérieur de la transition laser.

La fig. 1.44 représente un diagramme simplifié des niveaux d'une molécule constituant un centre actif (on considère les niveaux vibrationnels). Sur cette figure, *1* et *2* désignent les niveaux inférieur et

[1] La notion de longueur laser de la chaîne a été introduite dans [62].

supérieur respectivement, F désigne la vitesse de peuplement du niveau *2* (vitesse de la réaction chimique) et R_1, R_2, R_2' les vitesses de relaxation des niveaux correspondants. Le trait spécifique au pompage chimique se manifeste par la possibilité de réaliser une haute sélectivité d'excitation. A la différence du pompage optique, l'excitation du niveau *2* ne s'accompagne pas d'une désexcitation initiée, de sorte que le pompage chimique permet en principe la réalisation des schémas *à deux niveaux*. Le facteur décisif dans l'établissement de l'inversion de populations est évidemment le rapport entre la vitesse de la réaction chimique et les vitesses de relaxation des niveaux. Il importe, en particulier, que soit réalisée l'inégalité $R_1 > R_2$. Dans les molécules biatomiques, cette inégalité est difficile à remplir parce qu'il n'y a pas de processus qui conduise à un dépeuplement sélectif des niveaux vibrationnels inférieurs. Au contraire, les transitions $(v + 1) \rightarrow v$ sont en règle générale plus rapides que les transitions $v \rightarrow (v - 1)$. Il est donc plus raisonnable d'utiliser une réalisation indirecte de l'inversion de populations.

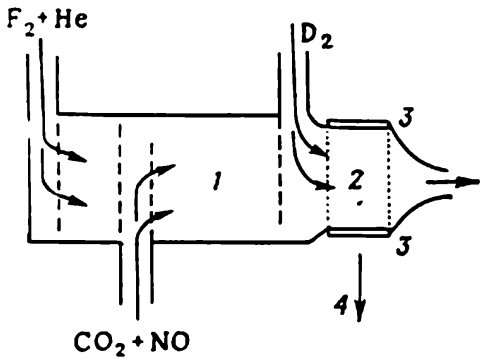


Fig. 1.45

Lors de la réalisation *indirecte* de l'inversion, les molécules biatomiques excitées, qui résultent de la réaction chimique, transfèrent par résonance l'énergie d'excitation aux molécules polyatomiques (généralement triatomiques) non excitées qui se désexcitent ensuite dans la cavité optique. Autrement dit, l'inversion de populations apparaît sur les transitions vibrationnelles des molécules « froides » qui constituent le milieu laser, par suite du transfert résonnant de l'énergie des molécules « chaudes » obtenues par la réaction chimique. Comme molécules « froides » on utilise en règle générale les molécules CO_2, et comme molécules « chaudes », les molécules DF, HF, HCl et certaines autres. Le transfert d'énergie aux molécules CO_2 a pour résultat l'excitation la plus efficace des vibrations asymétriques de ces molécules [niveaux $(00n)$].

Laser chimique à fluor-hydrogène à réalisation indirecte de l'inversion de populations [63]. — Un bon rendement énergétique et une longueur relativement grande de la chaîne laser ont valu une des premières places, parmi les lasers chimiques, au laser utilisant comme milieu actif un mélange $D_2 + F_2 + CO_2$ (deutérium, fluor, gaz carbonique). Les réactions chimiques sont initiées dans ce laser par photolyse, par faisceau électronique ou par la réaction $NO + F_2 \rightarrow NOF + F$. Dans ce dernier cas le laser est dit *purement chimique* à DF-CO_2.

La structure simplifiée d'un tel laser est représentée sur la fig. 1.45. On y distingue: *1*, la chambre dans laquelle se déroulent les réactions chimiques; *2*, la cavité optique; *3*, les miroirs de la cavité; *4*, le rayonnement laser. On commence par introduire dans la chambre *1* le mélange de fluor et d'hélium [1]. Puis, on injecte dans le courant gazeux, à travers une multitude d'orifices, du gaz carbonique et de l'oxyde d'azote. La réaction chimique $NO + F_2 \rightarrow NOF + F$ conduit à la formation du fluor atomique qui est un agent chimiquement actif. Dès que la concentration du fluor atomique devient suffisamment grande, on injecte dans le mélange de l'hydrogène. Il en résulte un processus en chaîne

$$F + D_2 \rightarrow DF^* + D; \quad D + F_2 \rightarrow DF^* + F;$$
$$F + D_2 \rightarrow DF^* + D;$$

Les molécules excitées DF^* transfèrent l'énergie d'excitation aux molécules CO_2; ces dernières sont entraînées par le courant dans la cavité où elles se désexcitent.

Lasers chimiques à sulfure de carbone (lasers chimiques à CO). — Les mélanges de fluor et d'hydrogène ont l'inconvénient d'être agressifs et hautement toxiques. On cherche donc d'autres mélanges qui soient exempts de ce défaut et on étudie en premier lieu des mélanges *à base de sulfure de carbone* (CS_2).

Signalons tout d'abord un mélange $CS_2 + O_2$ [64]. Lorsque ce mélange est irradié en lumière de 0,18 à 0,22 μm de longueur d'onde, il devient le siège des réactions suivantes [2]:

$$CS_2 + \hbar\omega \rightarrow CS + S \text{ (photo-initiation)}; \quad S + O_2 \rightarrow SO + O;$$
$$CS + O \rightarrow CO^* + S; \quad CS_2 + O \rightarrow SO + CS$$

Ces réactions conduisent à la formation des agents chimiquement actifs CS, S, O. Les produits finaux de ces réactions sont les molécules de SO et les molécules excitées de CO^*. Ces dernières sont utilisées comme centres actifs du milieu laser (réalisation directe de l'inversion de populations). Le spectre d'oscillation observé se caractérise par la gamme de longueurs d'onde s'étendant de 4,9 à 5,8 μm. L'oscillation laser se fait sur les transitions vibrationnelles des molécules de CO ($v \rightarrow v - 1$), où $v = 1, 2, \ldots, 16$.

Les lasers chimiques plus efficaces (c'est-à-dire exigeant des dépenses plus faibles pour la photo-initiation des réactions) sont des lasers utilisant le mélange $CS_2 + SO_3$ ou le mélange $CS_2 + O_3$ [65, 66]. Dans le laser utilisant le mélange $CS_2 + SO_3$ (sulfure de carbone et anhydride sulfurique), la deuxième des réactions indi-

[1] L'hélium est introduit pour prévenir un échauffement excessif et l'autoinflammation du mélange de fluor et d'hydrogène. En outre l'hélium favorise le dépeuplement du niveau inférieur dans les molécules CO_2.

[2] La faible longueur de la chaîne chimique et laser a pour effet que les processus dans le laser considéré ne se déroulent pas en chaîne.

quées ci-dessus est remplacée par la réaction $SO_3 + \hbar\omega \rightarrow SO_2 + O$ (la longueur d'onde émise doit dans ce cas être inférieure à 0,26 μm), et dans le laser utilisant le mélange $CS_2 + O_3$ (sulfure de carbone et ozone), par la réaction $O_3 + \hbar\omega \rightarrow O_2 + O$ ($\lambda_p \approx 0{,}22$ à 0,28 μm).

Dans tous les lasers chimiques utilisant des mélanges à base de sulfure de carbone les centres actifs du milieu laser sont constitués par des molécules de CO d'où l'appellation souvent employée de *lasers à oxyde de carbone*. La réaction principale $CS + O \rightarrow CO^* + S$ est une réaction manifestement exothermique; elle dégage près de 80 kcal/mole dont 80 % sont dépensés pour l'excitation des vibrations des molécules de CO. Pour augmenter la vitesse de relaxation des niveaux vibrationnels inférieurs de la molécule CO on introduit généralement dans les mélanges gazeux des lasers chimiques à oxyde de carbone des additifs (par exemple, de l'oxyde azoteux N_2O). En outre, on introduit des diluants à capacité calorifique élevée, par exemple, du hexafluorure de soufre SF_6.

Lasers chimiques à transitions électroniques des molécules. — Comme on a déjà fait observer, on mène actuellement des recherches à propos des lasers chimiques oscillant sur les transitions *électroniques* des molécules (*lasers chimiques émettant dans le visible*). Une des possibilités de réalisation de tels lasers est liée à l'excitation des états électroniques au moyen d'une *réaction d'association* d'un atome et d'une molécule. On peut en particulier mettre à profit les *réactions d'oxydation* [67] $Ge + N_2O \rightarrow N_2 + GeO$ (+ 130 kcal/mole), $Sn + N_2O \rightarrow N_2 + SnO$ (+ 90 kcal/mole) qui conduisent à l'établissement d'une inversion de populations sur les transitions électroniques des molécules de GeO et de SnO. Pour l'amorçage des réactions on peut utiliser un procédé thermique à des températures de l'ordre de 1000 à 1500 K. Un autre procédé d'amorçage des réactions suppose l'excitation optique au moyen de rayonnement émis par un laser à gaz carbonique. Ce procédé ouvre la possibilité de transformer efficacement le rayonnement infrarouge en lumière visible.

§ 1.9. LASERS À PLASMA (POMPAGE PAR RECOMBINAISON)

Plasma en recombinaison considéré comme un milieu actif laser. — Les processus de recombinaison par suite des chocs des électrons libres avec les ions chargés positivement au sein du plasma peuvent conduire à une accumulation assez efficace des atomes (ions) dans des états excités, c'est-à-dire peuvent être utilisés en principe pour le pompage des transitions laser.

Désignons par T_e la température du composant électronique du plasma (température électronique), et par T la température à l'équilibre pour laquelle le degré d'ionisation est égal au degré donné. Soient n_e et n_+ les concentrations des électrons et des ions respectivement. La vitesse de décroissance de n_+ par suite des collisions de recombinaison électron-ion se décrit par l'équation

$$-dn_+/dt = \beta n_+ n_e^2, \qquad (1.9.1)$$

où β est le coefficient de recombinaison électron-ion [1]. Lorsque la température électronique diminue, ce coefficient augmente suivant la loi

$$\beta = DT_e^{-9/2}, \tag{1.9.2}$$

où D est une constante. Il résulte de (1.9.1) que

$$n_+(t) = n_+(0) \exp(-t/\tau_+), \tag{1.9.3}$$

où, compte tenu de (1.9.2),

$$\tau_+ = T_e^{9/2}/Dn_e^2. \tag{1.9.4}$$

Plus faible est τ_e, plus élevée est la vitesse de recombinaison et, comme conséquent, plus efficace est le pompage. Il est facile de voir que le plasma en recombinaison doit se caractériser par une concentration suffisamment forte des électrons n_e et en même temps par une température électronique suffisamment basse T_e. Le plasma en régime de recombinaison est un *plasma dense fortement ionisé* dont les électrons sont « *surrefroidis* » de sorte que

$$T_e < T. \tag{1.9.5}$$

L'utilisation du plasma en recombinaison comme milieu actif laser présente un grand intérêt. A la différence de tous les autres milieux actifs il ne change pas son état d'agrégation quelle que soit la densité de l'énergie introduite. Ceci ouvre la possibilité de réaliser des lasers de très grande puissance. De plus, dans le plasma en recombinaison il est en principe possible d'utiliser des transitions laser situées dans le domaine de l'ultraviolet et même dans celui des rayons X.

Les propriétés du plasma en *régime de recombinaison* diffèrent radicalement des propriétés du plasma utilisé dans les lasers à pompage par décharge gazeuse (dans ce dernier cas on dit que le plasma est en *régime d'ionisation*). Ces propriétés sont comparées dans le Tableau 1.4 qui indique les valeurs numériques caractéristiques des paramètres du plasma.

Le plasma en régime d'ionisation se caractérise par une concentration des électrons libres inférieure à celle du plasma en régime de recombinaison et par un rapport des températures T_e et T inverse de (1.9.5). Au régime de recombinaison, les électrons du plasma sont « surrefroidis », au régime d'ionisation ils sont au contraire « surchauffés ». On voit que les deux régimes présentent des écarts opposés par rapport à l'état d'équilibre thermodynamique.

Remarquons que le régime de recombinaison se caractérise par le déplacement des atomes (ions) excités *de haut en bas* suivant l'échelle

[1] Ici, on a en vue la recombinaison par triple collision étant donné que dans un plasma dense la recombinaison radiative peut être négligée [68].

Tableau 1.4

Paramètre	Régimes du plasma		
	d'ionisation		de recombinaison
	décharge lumineuse	décharge en arc	
n_e, cm^{-3}	10^9 à 10^{11}	$\sim 10^{13}$	10^{11} à 10^{16}
T_e, K	$>10^4$	$\sim 10^4$	$\sim 10^2$
T_e/T	>100	10	0,1 à 1

énergétique, ce qui favorise une excitation privilégiée des niveaux supérieurs. Quant au régime d'ionisation, le peuplement des niveaux s'y produit dans l'ordre inverse, *de bas en haut*, ce qui augmente la probabilité d'excitation parasite des niveaux inférieurs.

Problèmes fondamentaux de la réalisation d'un laser à plasma en recombinaison. — Actuellement on étudie de façon intense les questions concernant la théorie et la réalisation pratique des lasers à plasma en recombinaison. Ces lasers sont appelés *lasers à plasma* ou *lasers à recombinaison* (1).

Soulignons une différence de principe qui existe entre un laser à plasma et un laser à décharge gazeuse. Au cours du fonctionnement du laser à décharge gazeuse le degré d'ionisation *augmente*, alors que dans le laser à plasma il *diminue*. En ce sens le laser à décharge gazeuse fonctionne sur la transition *du gaz vers le plasma*(2) tandis que le laser à plasma utilise la transition *du plasma vers le gaz*.

La comparaison des lasers à décharge gazeuse et à plasma peut être poursuivie en considérant le pompage par impulsions. Le laser à décharge gazeuse pulsé entre en oscillation lorsque l'impulsion de courant dans la décharge devient suffisamment intense, c'est-à-dire sur le front avant de l'impulsion. Quant au laser à plasma pulsé, il ne commence à osciller que lorsque l'impulsion de courant cesse, c'est-à-dire lorsque l'ionisation du plasma atteint un degré suffisamment haut et les électrons libres sont « refroidis ». En d'autres termes, le laser à plasma oscille pendant la *postluminescence de la décharge*.

Pour réaliser un laser à plasma il est nécessaire de résoudre deux problèmes. Le premier est lié à l'obtention d'un plasma dense fortement ionisé à électrons « surrefroidis » et le second à la relaxation du niveau inférieur de la transition laser.

---

(1) Aux lasers à plasma est consacrée la monographie [69] ; voir aussi [70, 71].

(2) Une augmentation excessive du degré d'ionisation du plasma dans le laser à décharge gazeuse peut conduire au décrochage d'oscillation.

Notons une complexité particulière du premier problème. On étude les différentes voies de sa résolution qui diffèrent par les procédés d'introduction de l'énergie d'excitation dans le milieu actif et par les procédés de refroidissement des électrons. Si le plasma est, dans son ensemble, immobile, on peut appliquer deux procédés efficaces de refroidissement des électrons libres: le refroidissement par collisions contre les parois (dans des tubes de diamètre relativement petit) et le refroidissement par collisions élastiques avec des atomes d'un gaz tampon, par exemple d'hélium ou d'hydrogène. Si l'ensemble du plasma est animé d'un mouvement, le refroidissement des électrons libres peut s'obtenir par détente adiabatique du mélange gazeux (mécanisme dynamique).

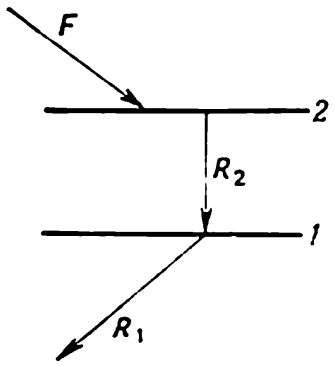


Fig. 1.46

Suivant les procédés utilisés pour l'ionisation du milieu, le refroidissement des électrons et la relaxation des niveaux inférieurs, on distingue les différents types de lasers à plasma : *pulsés, à faisceau électronique, à pompage nucléaire, dynamiques, chimiques.*

Modèle à deux niveaux « ouvert » d'un laser à plasma. — Le schéma de travail à deux niveaux correspondant au modèle le plus simple est représenté sur la fig. 1.46. On y distingue: *1* et *2*, les niveaux inférieur et supérieur respectivement de la transition laser; F, la probabilité de peuplement du niveau supérieur; R_1 et R_2, les probabilités de vidange des niveaux *1* et *2*. Désignons par n_1 et n_2 les populations des niveaux inférieur et supérieur respectivement et par n_+ la concentration des ions. Ecrivons l'équation du bilan pour le cas stationnaire

$$\left.\begin{aligned} dn_2/dt &= n_+/\tau_+ - n_2R_2 = 0\,; \\ dn_1/dt &= n_2R_2 - n_1R_1 = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (1.9.6)$$

La vitesse de peuplement du niveau *2* est égale à la vitesse de recombinaison des ions; rappelons que $\tau_+ = T_e^{9/2}/Dn_e^2$.

En utilisant les relations (1.9.6), on obtient pour l'inversion de populations des niveaux des transitions laser l'expression suivante:

$$\begin{aligned} n_2 - n_1 &= n_2\,(1 - n_1/n_2) = \\ &= (n_+/R_2\tau_+)\,(1 - R_2/R_1). \end{aligned} \qquad (1.9.7)$$

La formule (1.1.3) donnant le coefficient d'amplification prend dans ce cas la forme suivante:

$$\varkappa = \sigma\,(n_2 - n_1) = (\sigma n_+/R_2\tau_+)\,(1 - R_2/R_1). \qquad (1.9.8)$$

ou encore

$$\varkappa = \frac{\sigma D}{R_2} \frac{n_+ n_e^2}{T_e^{9/2}} \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right). \qquad (1.9.9)$$

Comme le montre l'expression (1.9.9), le modèle simplifié du laser à plasma met en évidence les points principaux : la nécessité d'obtention dans le plasma de fortes concentrations n_e et n_+ du « refroidissement » des électrons, d'une grande vitesse de vidange du niveau inférieur (pour réaliser l'inégalité $R_2 < R_1$).

Problème du vidange du niveau inférieur. — Indiquons les principaux mécanismes de vidange du niveau inférieur dans les lasers à plasma : par rayonnement, désexcitation par électrons libres refroidis, collisions inélastiques avec les atomes des additifs spéciaux, vidange chimique.

Le *vidange par rayonnement* (vidange par *émission spontanée*) s'avère efficace lorsque le niveau inférieur se situe assez haut, le plasma n'est pas trop dense et le volume utile n'est pas trop grand. Dans le cas contraire c'est le mécanisme de vidange par *collisions* des centres actifs avec les électrons libres refroidis qui devient plus important. Ce mécanisme est d'autant plus efficace que la concentration électronique est plus élevée et que les électrons sont plus refroidis. Notons que le refroidissement des électrons est nécessaire pour assurer le régime de recombinaison (et par conséquent le peuplement du niveau supérieur de la transition laser) et pour accélérer le processus de vidange du niveau inférieur.

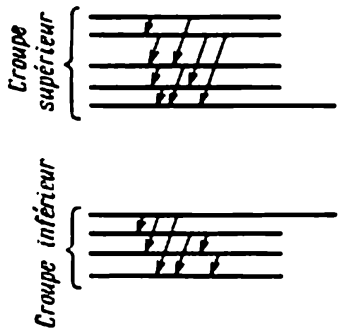


Fig. 1.47

Une inversion de populations par désexcitation électronique s'établit en particulier dans le cas où les niveaux du centre actif sont réunis en deux groupes de niveaux situés l'un près de l'autre, et le niveau inférieur du groupe supérieur représente le niveau supérieur de la transition laser, alors que le niveau supérieur du groupe inférieur constitue le niveau inférieur de la transition laser (v. fig. 1.47 sur laquelle *1* et *2* sont les niveaux de la transition laser). Le fait est que la probabilité de désexcitation électronique est nettement plus faible pour les niveaux des groupes différents que pour les niveaux d'un même groupe proches les uns des autres. C'est pourquoi les collisions avec les électrons dans les limites de chaque groupe de niveaux conduisent à un peuplement privilégié des niveaux inférieurs et au vidange des niveaux supérieurs (v. les flèches sur la figure). C'est ainsi que sont créées les conditions pour l'établissement d'une inversion de populations entre le niveau inférieur du groupe supérieur et le niveau supérieur du groupe inférieur même dans le cas où la population totale du groupe inférieur est plus élevée que celle du groupe supérieur.

Pour vider les niveaux inférieurs, on peut également utiliser les *collisions inélastiques entre les centres actifs* (désignons-les par A) et les atomes d'additifs spéciaux (désignons-les par B). La fig. 1.48

montre les transitions correspondant à divers processus de collision (le trait surmonté de hachure désigne le niveau d'ionisation des atomes) : la fig. 1.48, *a* représente le *transfert résonnant d'énergie d'excitation*

$$A\ (m) + B\ (0) \rightarrow A\ (0) + B\ (n);$$

la fig. 1.48, *b* illustre l'*ionisation de l'atome d'impureté en cas de transfert d'excitation* (effet Penning)

$$A\ (m) + B\ (0) \rightarrow A\ (0) + B^{+} + e;$$

(e, l'électron ; son énergie est désignée sur la figure par ΔE) ; la fig. 1.48, *c* montre la *recharge par résonance*[1]

$$A^{+} + B\ (0) \rightarrow A\ (m) + B^{+}.$$

Par un choix approprié des additifs (impuretés) on peut assurer un vidange préférentiel des niveaux inférieurs, c'est-à-dire réaliser la

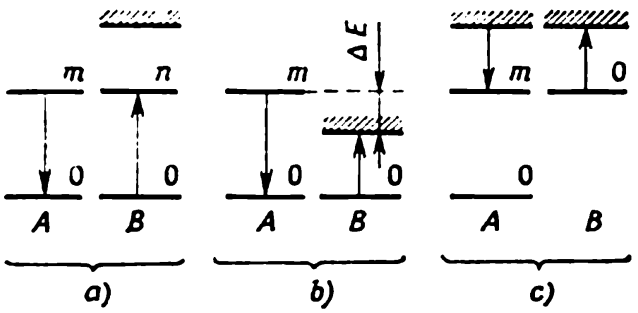


Fig. 1.48

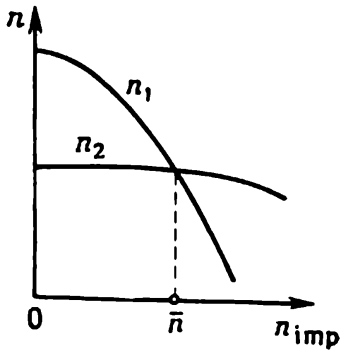


Fig. 1.49

situation représentée sur la fig. 1.49 qui montre la variation des populations des niveaux des transitions laser (n_1 et n_2) en fonction de la concentration de l'impureté (n_{imp}). On voit que l'inversion de populations des niveaux des transitions laser s'établit lorsque la concentration de l'impureté dépasse une certaine valeur (désignée par $\bar{n}$ sur la figure).

Un vidange efficace des niveaux inférieurs dans les lasers à plasma peut s'obtenir également au moyen de réactions chimiques spéciales. Le *vidange chimique* permet de réaliser une inversion de populations même dans les transitions vers l'état fondamental[2].

Lasers à plasma pulsés. — Pour ioniser le milieu actif dans ces lasers on utilise des impulsions rapidement décroissantes d'une décharge électrique, dont les valeurs typiques des paramètres sont : la tension jusqu'à 20 kV, l'intensité de courant jusqu'à 300 A, la

(1) Il est facile de voir que ce processus conduit non au vidange mais au contraire au peuplement du m-ième niveau de l'atome A.

(2) Pour plus de détails sur le vidange chimique des niveaux voir plus loin.

durée de l'impulsion de l'ordre de 0,1 à 1 μs. L'impulsion d'oscillation se développe pendant la *postluminescence de la décharge*.

Comme milieu actif on utilise un mélange de composant actif laser facilement ionisable et de composant auxiliaire (tampon) difficilement ionisable. Ce dernier est destiné essentiellement à assurer un refroidissement suffisamment rapide des électrons libres dans le plasma.

Sous l'action d'une puissante impulsion d'excitation il se crée un plasma à haute concentration des ions de différentes multiplicités et d'électrons libres. Après la cessation de l'impulsion d'excitation il se déroule le processus de refroidissement rapide des électrons par collisions avec les atomes du gaz tampon. Puis, la *recombinaison des ions et des électrons* intense assure le pompage des transitions laser dans les centres actifs qui sont constitués par les atomes ou les ions (généralement simples) du composant facilement ionisable du mélange. Un rôle important dans l'établissement de l'inversion de populations est joué par le mécanisme de désexcitation électronique des niveaux inférieurs des transitions laser.

Les lasers à plasma pulsés, réalisés actuellement, utilisent en particulier les *vapeurs ionisées de métaux alcalino-terreux* Mg, Ca, Sr, Ba. Signalons à titre d'exemple le laser à plasma à strontium-hélium qui oscille sur les transitions dans Sr II, c'est-à-dire sur les transitions entre niveaux des ions simples Sr^+. L'hélium joue le rôle de gaz tampon. L'impulsion d'excitation fait naître un plasma à haute concentration des ions doubles de strontium (ions Sr^{2+}). Les processus de recombinaison conduisent à la formation d'ions simples excités Sr^+ qui jouent dans ce cas le rôle des centres actifs. Le laser oscille sur une série de transitions des ions Sr^+ ; les raies principales sont à 0,416 μm (transition $6^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$) et à 0,431 μm (transition $6^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$) [71].

Lasers à plasma utilisant des ioniseurs durs : pile-laser. — Les procédés de production du plasma en recombinaison qui semblent voués à un avenir prometteur sont ceux qui utilisent des ioniseurs durs : un *faisceau d'électrons rapides* introduit de l'extérieur dans un gaz dense et froid ou des *fragments de fission des noyaux atomiques* qui se forment au sein d'une pile atomique en fonctionnement [69]. Dans le premier cas il s'agit d'un *laser à plasma à faisceau électronique*, et dans le second, d'un *laser à plasma à pompage nucléaire* ou, autrement dit, d'une *pile-laser*. Les lasers à plasma pulsés travaillent avec un plasma en recombinaison libre qui se forme après la cessation de l'impulsion ionisante de la décharge et un refroidissement rapide des électrons du plasma qui s'ensuit. Les lasers à plasma faisant appel à des ioniseurs durs peuvent travailler avec un plasma à l'état surrefroidi stationnaire dans lequel une inversion de populations peut être maintenu en permanence. Examinons de plus près le projet d'un laser à plasma appelé pile-laser.

On sait que l'énergie dégagée à l'intérieur d'une pile nucléaire par suite de la fission des noyaux d'uranium ou de plutonium est représentée essentiellement par l'énergie cinétique des « débris atomiques » ou (des fragments de fission). Ces fragments sont des *ions à charges multiples*[1]. Les fragments-ions s'envolent à de grandes vitesses dans un milieu relativement froid [2] et peuvent donc être utilisés pour la production d'un plasma à recombinaison intense. Il devient donc possible de réaliser ainsi une transformation directe de l'énergie nucléaire en énergie de rayonnement optique cohérent (suivant la « chaîne » : énergie cinétique des fragments de fission, énergie du plasma dense fortement ionisé, énergie du rayonnement laser).

Le schéma de principe d'une pile-laser est assez simple. C'est un jeu de tubes disposés parallèlement et représentant des *éléments producteurs d'énergie* baignés par un fluide caloporteur. Chaque tube-élément producteur d'énergie est rempli d'un mélange de composé gazeux d'uranium (par exemple, de hexafluorure d'uranium UF_6) et de composant actif laser (par exemple, d'hélium) ; les faces terminales du tube comportent des miroirs. Pour des concentrations de UF_6 de l'ordre de 10^{19} cm^{-3} peut être réalisée la masse critique du combustible nucléaire, c'est-à-dire peuvent être assurées les conditions nécessaires à la réaction en chaîne de la fission des noyaux d'uranium. La concentration de l'hélium doit être d'environ 10^{21} cm^{-3} ; dans un gaz si dense les fragments-ions pourront assurer une ionisation efficace de l'hélium dans des tubes de rayon non inférieur à 1 cm. Le refroidissement du plasma est assuré par le fluide caloporteur qui baigne les tubes [3]. Ainsi, dans chaque tube-producteur d'énergie il devient possible de produire un plasma en recombinaison intense qui assure le pompage des transitions laser dans l'hélium. Il en résulte que les éléments producteurs d'énergie se transforment en *éléments actifs laser oscillants*.

Lasers à plasma dynamiques. — Dans ce type de lasers, le plasma considéré comme un tout est animé d'un mouvement et son passage au régime de recombinaison s'effectue au cours de son mouvement. On étudie les différents types de mouvement macroscopique du plasma : *détente*, *compression*, *écoulement uniforme par jet* [70].

Lors de la *détente rapide* (*adiabatique*) d'un plasma dense chauffé au préalable par une décharge électrique il se produit un refroidissement du milieu, ce qui crée des conditions favorables pour la recombinaison. En utilisant un jet de plasma s'écoulant de façon continue d'une fente étroite ou d'une tuyère, on peut réaliser, dans des conditions déterminées, une oscillation laser continue.

Une *compression rapide* du plasma permet d'y introduire efficacement une énergie de forte densité. En pratique, un tel procédé d'introduction d'énergie dans le plasma peut être réalisé dans des

---

(1) Par exemple, parmi les fragments de fission de l'uranium 235 on rencontre le plus souvent les ions strontium de multiplicité 20 et les ions xénon de multiplicité 22.

(2) Les vitesses des fragments sont de l'ordre de 10^7 m/s et l'énergie près de 100 MeV.

(3) Le fluide caloporteur échauffé peut être utilisé dans le générateur de vapeur d'une centrale atomique.

installations utilisant l'*effet de pincement*[1]. La compression de la colonne de plasma par un champ magnétique longitudinal externe assure une très haute concentration des électrons libres (dépassant 10^{17} cm^{-3}). Les conditions de compression du plasma permettent en principe de réaliser le régime de recombinaison parce que les pertes considérables par bremsstrahlung (rayonnement de freinage) peuvent ralentir de façon appréciable la croissance de la température électronique, alors que la concentration des électrons augmentera au cours de la compression. Ainsi, dans un plasma soumis à une compression rapide peut avoir lieu un peuplement efficace par recombinaison des niveaux supérieurs des transitions laser; les niveaux inférieurs seront alors vidés par le mécanisme collisionnel qui fonctionne efficacement dans ces conditions.

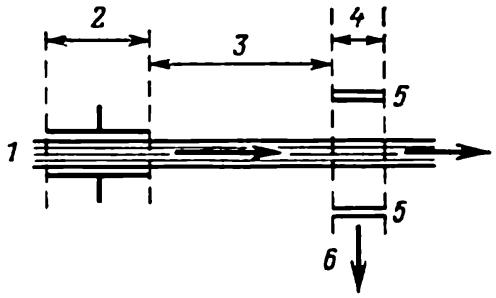


Fig. 1.50

Une possibilité intéressante de réaliser une oscillation *continue* dans la postluminescence de la décharge est ouverte par l'utilisation d'un mélange plasmique sous forme d'un *jet s'écoulant uniformément*. Rappelons que dans un laser à plasma travaillant en impulsions trois processus se déroulent l'un après l'autre : le premier est la formation d'un plasma fortement ionisé, le deuxième est le refroidissement des électrons libres du plasma et le troisième est la recombinaison du plasma (pompage des transitions laser). Si le plasma est macroscopiquement immobile, tous ces processus s'effectuent au même endroit de l'espace et doivent donc alterner dans le temps d'où l'obligation de fonctionner *en impulsions*. Au contraire, si le plasma se meut sous forme de jet, tous les trois processus indiqués peuvent se dérouler *simultanément mais dans des régions différentes de l'espace* (dans des portions différentes du jet). Ce qui vient d'être dit est illustré par la fig. 1.50. On y distingue : *1*, le jet de gaz ; *2*, la région où est réalisée une décharge transversale et produit un plasma fortement ionisé ; *3*, la région où s'effectue le refroidissement des électrons libres ; *4*, la région de recombinaison ; *5*, les miroirs de la cavité ; *6*, le rayonnement laser. Un tel développement des processus successifs dans l'espace (suivant l'écoulement du jet) permet en principe de les faire coïncider dans le temps.

Lasers à plasma chimiques. — A la différence des lasers chimiques dans lesquels l'énergie chimique est utilisée pour l'excitation des niveaux supérieurs des transitions laser, les lasers à plasma utilisent les réactions chimiques essentiellement pour *vider les niveaux*

[1] L'effet de pincement ou la rhéostriction est la contraction d'une décharge sous l'action d'un courant qui la parcourt (décharge autopincée) ; voir par exemple [72].

inférieurs des transitions laser. Les recherches concernant les lasers à plasma chimiques sont menées dans deux directions : on étudie des réactions chimiques qui conduisent au départ des atomes (ions) des états déterminés et on examine des milieux à base de molécules « éclatantes » (excimères) [69].

La première direction suppose l'étude de la cinétique du peuplement et de la relaxation des niveaux d'énergie au cours des réactions déterminées se déroulant dans des mélanges plasmiques. Indiquons à titre d'exemple les réactions chimiques qui assurent un départ rapide des atomes d'hydrogène de l'état fondamental [73] :

$$H + F + HF \rightarrow 2HF; \quad H + Cl + HCl \rightarrow 2HCl;$$

$$H + F + F_2 \rightarrow HF + F_2; \quad H + Cl + Cl_2 \rightarrow HCl + Cl_2.$$

En mettant à profit ces réactions, on peut réaliser l'oscillation sur les transitions correspondant dans le spectre de l'hydrogène aux raies de la série de Lyman.

Dans un laser *à molécules excimères*, les processus intervenant dans le plasma en recombinaison conduisent à la formation des molécules dans un état électronique excité. Ces molécules peuvent apparaître, par exemple, lors de la recombinaison des atomes dans l'état fondamental (désignons-les par A (*0*)) avec les atomes dans l'état excité (désignons-les par A (1)) : $2A$ (*0*) + A (1) $\rightarrow A_2$ (1) + + A (*0*). Ici, A_2 (1) est une molécule excimère dans l'état électronique excité.

Les *lasers à plasma à transitions électroniques des molécules excimères* semblent les plus prometteurs de tous les types de lasers à plasma déjà existants parce que le problème du vidange du niveau inférieur de la transition laser y est résolu de la façon la plus simple et en outre le choix des molécules oscillantes est varié. En particulier, des composés de gaz inertes lourds (Ar, Kr, Xe) et d'éléments caractérisés par une haute affinité pour l'électron, c'est-à-dire d'halogènes et d'oxygène, sont bien prometteurs.

BIBLIOGRAPHIE

1. **Tarassov L.** Bases physiques de l'électronique quantique (domaine optique). — Editions Mir, Moscou, 1979.
2. **Bates D. R.** (Ed.), Atomic and Molecular Processes. — Academic Press, N.Y.-London, 1962.
3. **Ванштейн Л. А., Собельман И. И., Юков Е. А.** Сечения возбуждения атомов и ионов электронами. — М.: Наука, 1973.
4. **Справочник по лазерам в 2-х т.** / Н. В. Карлов, К. С. Уиллетт, В. Бриджес и др. Под ред. А. М. Прохорова. — М.: Сов. радио, 1978, т. 1.
5. **Петраш Г. Г.** Импульсные газоразрядные лазеры. — УФН, 1971, т. 105, вып. 4, с. 645-676.
   Исаев А. А., Петраш Г. Г. Исследование импульсных газовых лазеров на атомных переходах. — Труды ФИАН СССР, 1975, т. 81.

6. **Михайлин В. В., Чернов С. П., Шепелев А. В.** Экспериментальное исследование сред для ВУФ лазеров с накачкой мощным рентгеновским синхротронным излучением. — Квантовая электроника, 1978, т. 5, № 8. **Кзонка П. Л.** Накачка рентгеновских лазеров синхротронным излучением и фотонами низкой энергии. — Квантовая электроника, 1978, т. 5, № 8.
7. **Ищенко Е. Ф., Климков Ю. М.** Оптические квантовые генераторы. — М.: Сов. радио, 1968.
8. **Рябов С. Г., Торопкин Г. Н., Усольцев И. Ф.** Приборы квантовой электроники. — М.: Сов. радио, 1976.
9. **Koechner W.** Solid-state laser engineering. — Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1976.
10. **Микаэлян А. Л., Тер-Микаэлян М. Л., Турков Ю. Г.** Оптические генераторы на твердом теле. — М.: Сов. радио, 1967.
11. **Методы расчета оптических квантовых генераторов в 2-х т. / Ф. К. Рутковский, В. П. Грибковский, А. М. Самсон и др. Под ред. Б. И. Степанова** — Минск: Наука и техника, 1968. Т. 2.
12. **Мак А. А., Ананьев Ю. А., Ермаков Б. А.** Твердотельные оптические квантовые генераторы. — УФН, 1967, т. 92, вып. 3.
13. **Iörlich P., H. Karras, G. Kötitz and R. Lehmann.** Spectroscopic Properties of Activated Laser Crystals. — Akademie-Verlag, Berlin, 1966.
14. **Каминский А. А.** Лазерные кристаллы. — М.: Наука, 1975.
15. **Белостоцкий Б. Р., Любавский Ю. В., Овчинников В. М.** Основы лазерной техники. — М.: Сов. радио, 1972.
16. **Белостоцкий Б. Р., Рубанов А. С.** Тепловой режим твердотельных оптических квантовых генераторов. — М.: Энергия, 1973.
17. **Рябцев Н. Г.** Материалы квантовой электроники. — М.: Сов. радио, 1972.
18. **Energy** transfer from Er^{3+} to Tm^{3+} and Ho^{3+} ions in crystals. / L. F. Jonson, L. G. Van Uitert, J. J. Rubin, R. A. Thomas. — Phys. Rev., 1964, v. 133A, № 1.
19. **Толстой М. Н.** Безызлучательная передача энергии между редкоземельными ионами в кристаллах и стеклах. — В кн.: Спектроскопия кристаллов. — М.: Наука, 1970.
20. **Новый** тип кристаллов для ОКГ с оптическим возбуждением /Ю. К. Воронько, А. А. Каминский, В. В. Осико, А. М. Прохоров. — Изв. АН СССР, Сер. Неорганические материалы, 1966, т. 2, № 7.
21. **Каминский А. А.** Каскадные рабочие схемы ОКГ на основе активированных кристаллов. — Изв. АН СССР. Сер. Неорганические материалы, 1971, т. 7, № 5.
22. **Maiman T. H.** Stimulated optical radiation in ruby. — Nature, 1960, v. 187, № 4736.
23. **Фриш С. Э.** Оптические спектры атомов. — М.-Л.: Физматгиз, 1963.
24. **Индуцированное** излучение кристаллов иттрий-алюминиевого граната с неодимом при накачке инжекционными лазерами /В. И. Билак, Н. Р. Докучаев, А. М. Онищенко, В. А. Пашков, А. И. Петров, М. Ф. Стельмах, Н. П. Черноусов. — Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 5.
25. **Степанов Б. И., Рубинов А. Н.** Оптические квантовые генераторы на растворах органических красителей. — УФН, 1968, т. 95, вып. 1.
26. **Басс М., Дейч Т., Вебер М.** Лазеры на красителях. — УФН, 1971, т. 105, вып. 3.
27. **Schäfer F. P.** (Ed.), Dye Lasers. — Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-N. Y., 1973.
28. **Томин В. И., Немкович Н. А., Рубинов А. Н.** Использование продуктов электрохимических реакций в активной среде лазеров на красителях для расширения диапазона перестройки спектров генерации. — Квантовая электроника, 1978, т. 5, № 5.
29. **Rabinowitz P., Jacobs S., Gould G.** Continuous optically pumped Cs-laser. — Appl. Optics, 1962, v. 1, № 4.

30. **Раутиан С. Г., Собельман И. И.** Фотодиссоциация молекул как способ получения среды с отрицательным коэффициентом поглощения. — ЖЭТФ, 1961, т. 41, № 6.
31. **Михеев Л. Д.** Газовые лазеры с широкополосной оптической накачкой. — Квантовая электроника, 1978, т. 5, № 6.
32. **Kasper J. V., Pimental G. C.** Atomic photodissociation laser. — Appl. Phys. Letts, 1964, v. 5, № 11.
33. **Голгер А. Л., Гудзенко Л. И., Яковленко С. И.** О прямом преобразовании солнечной энергии в лазерное излучение. — Квантовая электроника, 1978, т. 5, № 9.
34. **Bernett W. R.** Chemical Lasers, in : J. Appl. Optics. Suppl. (1965); G. Gould, Chemical Lasers, in: Appl. Optics. Suppl. (1965); A. L. Bloom, Proc. IEEE, 54, 10, 1262 (1966).
35. **Allen L., Jones D. G. C.** Principles of Gas Lasers. — Butterworth, London, 1967.
36. **Елецкий А. В., Смирнов Б. М.** Газовые лазеры. — М.: Атомиздат, 1971.
37. **Пестов Э. Г., Лапшин Г. М.** Квантовая электроника. — М.: Воениздат, 1972.
38. **Страховский Г. М., Успенский А. В.** Основы квантовой электроники.— М.: Высшая школа, 1979.
39. **Китаева В. Ф., Одинцов А. И., Соболев Н. Н.** Ионные аргоновые оптические квантовые генераторы непрерывного действия. — УФН, 1969, т. 99, вып. 3.
40. **Landau L., Lifchitz E.** Mécanique quantique. Théorie non relativiste. — Editions Mir, Moscou, 1980.
41. **Javan A., Bennett W. R., Herriott D. R.** Population inversion and continuous optical maser oscillation in a gas discharge containing a He-Ne mixture. — Phys. Rev. Letts 1961, v. 6, № 3.
42. **Patel C. K. N.** Selective excitation through vibrational energy transfer and optical maser action in N_2-CO_2. — Phys. Rev. Letts, 1964, v. 13, № 21.
43. **Тычинский В. П.** Мощные газовые лазеры. — УФН, 1967, т. 91, вып. 3.
44. **Соболев Н. Н., Соковиков В. В.** Оптические квантовые генераторы на CO_2. — УФН, 1967, т. 91, вып. 3.
45. **Пател К.** Мощные лазеры на двуокиси углерода. — УФН, 1969, т. 97, вып. 4.
46. **Кузьмин Г. П.** Импульсные CO_2-лазеры. — Радиотехника и электроника, 1973, т. 18, вып. 8.
47. **Электроионизационные** лазеры на сжатом углекислом газе /Н. Г. Басов, Э. М. Беленов, В. А. Данилычев, А. Ф. Сучков, — УФН, 1974, т. 114, вып. 2.
48. **Данилычев В. А., Керимов О. М., Ковш И. Б.** Оптические квантовые генераторы на сжатых газах. — Труды ФИАН СССР, 1976, т. 85.
49. E-beam sastained atmospheric presure CO_2-laser/C. A. Fenstermacher, M. I. Nutter, I. C. Rink, K. Boyer. — Bull. Amer. Phys. Soc., 1971, v. 16.
50. Импульсный CO_2-лазер с высоким давлением газовой смеси./ Н. Г. Басов, Э. М. Беленов, В. А. Данилычев, А. Ф. Сучков. — В кн.: Квантовая электроника/Под ред. Н. Г. Басова, № 3. М.: Сов. радио, 1971.
51. **Галактионов И. И., Горелов В. Ю., Подмошенский И. В.** Электрические и генерационные характеристики фотоионизационного CO_2-лазера. — Квантовая электроника, 1976, т. 3, № 12.
52. **Электроионизационный** CO_2-лазер, работающий в активной зоне стационарного ядерного реактора /Г. А. Батырбеков, В. А. Данилычев, И. Б. Ковш, М. П. Марденов, М. У. Хасенов. — Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 5.
53. **Басов Н. Г., Ораевский А. Н.** Получение отрицательных температур методом нагрева и охлаждения системы. — ЖЭТФ, 1963, т. 44, вып. 5.
54. **Басов Н. Г., Ораевский А. Н., Щеглов В. А.** Тепловые методы возбуждения лазеров. — ЖТФ, 1967, т. 37, № 2.

55. **Лосев С. А.** Газодинамические лазеры. — М.: Наука, 1977.
56. **Конюхов В. К.** Газодинамические CO_2-лазеры. — Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 5.
57. **Конюхов В. К., Прохоров А. М.** Инверсная населенность при адиабатическом расширении газовой смеси. — Письма в ЖЭТФ, 1966, т. 3, № 11.
58. **Ораевский А. Н.** Возникновение отрицательных температур при химических реакциях. — ЖЭТФ, 1963, т. 42, № 2.
59. **Тальрозе В. Л.** К вопросу о генерировании когерентного индуцированного излучения в химических реакциях. — Кинетика и катализ, 1964, т. 5, № 1.
60. **Джиджоев М. С., Платоненко В. Т., Хохлов Р. В.** Химические лазеры. — УФН, 1970, т. 100, вып. 4.
61. **Динамика** химических лазеров /Н. Г. Басов, В. И. Игошин, Е. П. Маркин, А. Н. Ораевский. — В кн.: Квантовая электроника /Под ред. Н. Г. Басова, № 2, М.: Сов. радио, 1971.
62. **Ораевский А. Н.** Химический квантовый генератор на основе разветвленных реакций. — ЖЭТФ, 1968, т. 55, № 10.
63. **Cool T. A., Falk F. J., Stephens R. R.** DF-CO_2 and HF-CO_2 continuous wave chemical lasers. — Appl. Phys. Letts, 1969, v. 15, № 10.
64. **Pollack M. A.** Laser oscillation in chemically formed CO. — Appl. Phys. Letts, v. 8, № 9.
65. **Химический** лазер на смеси сероуглерода и серного ангидрида /Ю. А. Герасимов, Г. Н. Кашников, В. К. Орлов, А. К. Пискунов, Ю. В. Романенко, А. В. Таран. — Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 1.
66. **Химический** CO-лазер на смеси $CS_2 + O_3$ с фотоинициированием /А. С. Башкин, А. Н. Ораевский, В. Н. Томашов, Н. Н. Юрышев.— Квантовая электроника, 1976, т. 3, № 2.
67. **Башкин А. С., Куприянов Н. Л., Ораевский А. Н.** Химический лазер видимого диапазона с использованием реакций окисления. — Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 5.
68. **Смирнов Б. М.** Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме.— М. : Атомиздат, 1968.
69. **Гудзенко Л. И., Яковленко С. И.** Плазменные лазеры. — М.: Атомиздат, 1978.
70. **Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А., Яковленко С. И.** Усиление в рекомбинирующей плазме/ плазменные лазеры/. — УФН, 1974, т. 114, вып. 3. **Гудзенко Л. И., Шелепин Л. А., Яковленко С. И.** Теория плазменных лазеров. — Труды ФИАН СССР, 1975, т. 83.
71. **Рекомбинационные** лазеры на парах химических элементов. Принципы получения генерации в рекомбинационном режиме /В. В. Жуков, Е. Л. Латуш, В. С. Михалевский, М. Ф. Сэм. — Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 6.
Рекомбинационные лазеры на парах химических элементов. Генерация на ионных переходах металлов /В. В. Жуков, В. С. Кучеров, Е. Л. Латуш, М. Ф. Сэм. — Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 6.
72. **Франк-Каменецкий Д. А.** Лекции по физике плазмы. — М.: Атомиздат, 1968.
73. **Кондратьев В. М.** Константы скоростей газофазных реакций. — М.: Наука, 1971.

CHAPITRE 2

FORMATION DU CHAMP DE RAYONNEMENT DANS UNE CAVITÉ LASER

En énumérant les constituants essentiels d'un laser il convient de nommer, en plus du milieu actif et du système d'excitation (système de pompage), également la *cavité résonnante optique*. Pour obtenir l'oscillation laser il est nécessaire d'assurer par une inversion de populations du milieu actif une amplification *supérieure* aux pertes totales dans la cavité. En faisant varier le niveau et le caractère de pertes dans la cavité on peut *contrôler* le processus d'oscillation. Suivant les traits spécifiques de la cavité utilisée, le laser émet un rayonnement dont le champ possède une structure spectrale et spatio-temporelle déterminée. La *formation d'un champ de rayonnement de structure déterminée* est la fonction principale de la cavité du laser.

§ 2.1. CONDITION D'AMORÇAGE D'OSCILLATION

Nécessité d'assurer un gain initial excédant le coefficient de pertes. — On sait que la croissance de la densité de flux lumineux au cours de son trajet à travers le milieu actif inversé s'accompagne de l'égalisation progressive des populations des niveaux des transitions laser, ce qui conduit à l'effet de *saturation du gain d'amplification*. Le gain $\varkappa(z)$ en un point z (z est l'axe suivant lequel se propage le flux) s'exprime par la densité de flux lumineux de la façon suivante :

$$\varkappa(z) = \frac{\varkappa_0}{1+(\alpha/v)\,S(z)}, \tag{2.1.1}$$

où v est la vitesse de la lumière dans le milieu actif ; α un paramètre de la non-linéarité de la transition laser ; $\varkappa_0$ le gain initial [1]. Le paramètre de non-linéarité caractérise la vitesse d'égalisation des populations des niveaux des transitions laser lorsque la densité de flux lumineux augmente. Le gain initial se détermine par la densité de l'inversion de populations des niveaux des transitions laser N_0 en l'absence d'oscillation, c'est-à-dire pour $S = 0$:

$$\varkappa_0 = (B_{21}\hbar\omega/v)\,[n_{02} - (g_2/g_1)\,n_{01}] = \sigma N_0. \tag{2.1.2}$$

[1] Voir par exemple [1], § 5.6.

Ici, ω est la fréquence du rayonnement émis; B_{21} le coefficient d'Einstein; $\sigma = B_{21}\hbar\omega/v$ la section efficace de l'émission induite sur la transition laser; $N_0 = n_{02} - (g_2/g_1)\, n_{01}$ (cette grandeur a été utilisée au § 1.2). Remarquons que l'introduction de (2.1.2) dans (2.1.1) conduit au résultat (1.1.3):

$$\varkappa(z) = \sigma \frac{N_0}{1 + (\alpha/v)\, S(z)} = \sigma N(z).$$

La puissance lumineuse produite par les centres actifs dans l'unité de volume a pour expression[1]

$$W(z) = \varkappa(z)\, S(z). \tag{2.1.3}$$

En éliminant $S(z)$ entre (2.1.1) et (2.1.3), on obtient

$$W(z) = (v/\alpha)\, [\varkappa_0 - \varkappa(z)]. \tag{2.1.4}$$

Désignons par $W_{\text{gén}}$ la puissance lumineuse produite dans tout le volume du milieu actif du laser:

$$W_{\text{gén}} = s \int_0^L W(z)\, dz. \tag{2.1.5}$$

Ici, s est l'aire de la section transversale du milieu actif; L la longueur de la cavité (nous supposons pour simplifier que le milieu actif remplit tout le volume de la cavité et que les grandeurs physiques sont indépendantes des coordonnées transversales). Introduisant (2.1.4) dans (2.1.5), on trouve

$$W_{\text{gén}} = (vLs/\alpha)\, [\varkappa_0 - \langle\varkappa\rangle], \tag{2.1.6}$$

où $\langle\varkappa\rangle = \frac{1}{L}\int_0^L \varkappa(z)\, dz$ est le gain moyenné sur la longueur de la cavité.

Dans le cas de l'oscillation stationnaire on a la relation[2]

$$\langle\varkappa\rangle = \eta_1 + \eta_2, \tag{2.1.7}$$

où η_1 et η_2 sont les coefficients linéaires d'affaiblissement du flux lumineux correspondant respectivement aux pertes nuisibles et utiles[3]. Les *pertes utiles* sont dues au départ d'une partie de l'énergie du milieu actif sous forme de rayonnement laser; le coefficient de pertes utiles η_2 se décrit par l'expression

$$\eta_2 = (1/L) \ln \sqrt{1/R_1 R_2}, \tag{2.1.8}$$

(1) Voir par exemple [1], (4.1.17).
(2) Voir par exemple [1], (5.6.23).
(3) Pour saisir le sens physique de ces coefficients, il convient de se reporter à la loi différentielle de Bouguer: $dS = -(\eta_1 + \eta_2)\, S(z)\, dz$.

où R_1 et R_2 sont les coefficients de réflexion des miroirs de la cavité laser. Les *pertes nuisibles* peuvent être dues à l'absorption du rayonnement par les atomes (molécules) qui ne sont pas des centres actifs, à la diffusion du rayonnement à travers la surface latérale du milieu actif, aux effets de diffraction et à d'autres causes.

En utilisant (2.1.7), récrivons (2.1.6) sous la forme

$$W_{\text{gén}} = (vLs/\alpha)\,[\varkappa_0 - (\eta_1 + \eta_2)]. \tag{2.1.9}$$

Ce résultat permet de tirer une conclusion bien importante (valable non seulement pour l'oscillation stationnaire mais également dans le cas général) : pour assurer l'oscillation il est nécessaire que soit réalisée l'inégalité

$$\boxed{\varkappa_0 > (\eta_1 + \eta_2)}. \tag{2.1.10}$$

En d'autres termes, *le gain initial doit excéder le niveau de pertes dans la cavité*, qui se détermine par la somme des coefficients de pertes nuisibles et utiles.

Tableau 2.1

Transition dipolaire	$B_{D21} = \frac{4\pi^2}{3h^2}\,\lvert (\mathbf{d})_{21} \rvert^2$	$\mathbf{d} = -e\mathbf{r}$
Transition dipolaire magnétique	$B_{M21} = \frac{4\pi^2}{3h^2}\,\lvert (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\mu})_{21} \rvert^2$	$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{2mc}(\mathbf{r} \times \mathbf{p})$
Transition quadrupolaire	$B_{Q21} = \frac{4\pi^2}{3h^2}\,\lvert (\mathbf{k}Q)_{21} \rvert^2$	$Q = -\frac{e}{2}\begin{pmatrix} x^2 & xy & xz \\ yx & y^2 & yz \\ zx & zy & z^2 \end{pmatrix}$

$\mathbf{d}$, le moment électrique dipolaire de l'électron,
$\boldsymbol{\mu}$, le moment magnétique dipolaire de l'électron,
Q, le moment électrique quadrupolaire de l'électron,
$\mathbf{k}$, le vecteur d'onde du rayonnement, $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$,
$(\ldots)_{21}$, l'élément matriciel pour la transition $2 \longrightarrow 1$.

Plus grande est la différence $[\varkappa_0 - (\eta_1 + \eta_2)]$, plus élevée est la puissance lumineuse engendrée. Le *seuil d'oscillation* est déterminé par l'égalité

$$\varkappa_0 = \eta_1 + \eta_2. \tag{2.1.11}$$

Gain d'amplification initial pour les transitions laser optiquement permises et interdites. — Rappelons que les transitions *optiquement permises* sont des transitions dipolaires (c'est-à-dire permises à l'approximation dipolaire) ; pour ces transitions l'élément matriciel du moment dipolaire électrique du système est non nul. Si cet élément matriciel est nul, on dit que la transition correspondante est *optiquement interdite*. Une telle transition peut être permise à l'approximation d'un ordre plus élevé : à l'approximation dipolaire magnétique, quadrupolaire, etc.

En examinant l'interaction entre le rayonnement optique et l'électron d'un atome, on peut obtenir des expressions pour le coefficient d'Einstein B_{21} intervenant dans (2.1.2) et compte tenu des transitions de différents types [1]. Ces expressions sont indiquées dans le Tableau 2.1. Elles permettent d'obtenir les valeurs suivantes (pour une longueur d'onde émise de l'ordre de 1 μm):

$$B_{Q21}/B_{D21} \approx 10^{-6}; \quad B_{M21}/B_{D21} \approx 10^{-4}.$$

Ainsi, le coefficient B_{21} entrant dans l'expression du gain initial est de 10^4 à 10^6 fois plus petit pour les transitions optiquement interdites que pour les transitions optiquement permises. Ceci signifie que la métastabilité du niveau supérieur de la transition laser dictée par la nécessité de créer une inversion de populations comporte un côté négatif.

En évaluant le gain initial, il est nécessaire de tenir compte non seulement du coefficient B_{21}, mais également du produit $B_{21}N_0$. Les facteurs de ce produit ont des tendances opposées: l'augmentation de la durée de vie du niveau supérieur conduit à la croissance de N_0 mais entraîne la décroissance de B_{21}; la diminution de cette durée de vie conduit à la croissance de B_{21} mais fait décroître N_0. La diminution de N_0 dans ce dernier cas s'explique par le fait que lorsque B_{21} augmente, le coefficient A_{21} d'Einstein augmente lui aussi, c'est-à-dire que les transitions spontanées dans le canal d'oscillation deviennent plus fréquentes.

Quelles sont donc les transitions qu'il est plus avantageux d'utiliser: les transitions optiquement permises ou optiquement interdites? Autrement dit, qu'est-ce qui est plus profitable, l'augmentation de N_0 dans le cas des transitions optiquement interdites ou l'augmentation de B_{21} dans le cas des transitions optiquement permises?

Il se trouve qu'il est plus avantageux d'utiliser les transitions optiquement *interdites*. La diminution du coefficient B_{21} liée à la métastabilité du niveau supérieur est généralement compensée avec succès par l'augmentation de la densité d'inversion de populations des niveaux N_0. Il importe pourtant que la durée de vie du niveau supérieur de la transition laser ne soit pas trop grande. Une diminution excessive du coefficient B_{21} peut rendre impossible la compensation susmentionnée.

Dépendance du gain initial envers la vitesse de pompage. — La fig. 2.1 montre un schéma à trois niveaux identique au schéma de la fig. 1.9. Or, à la différence du schéma de la fig. 1.9, on a ici dans le canal *2-1* des transitions supplémentaires stimulées par le rayonnement émis. La probabilité de ces transitions sont: $w_{21} = A_{21} + B_{21}\rho_{\text{gén}}$, $w_{12} = B_{12}\rho_{\text{gén}}$ ($\rho_{\text{gén}}$ étant la densité de rayonnement émis).

Introduisons (1.2.12) dans (2.1.2) (en posant pour simplifier, $g_1 = g_2$) et utilisons l'inégalité (1.2.15). Nous obtiendrons pour le gain initial l'expression suivante:

$$\varkappa_0 = (B_{21}/v)\,\hbar\omega n'\,(\Omega - A_{21})/(\Omega + A_{21}). \qquad (2.1.12)$$

Rappelons qu'ici n' est le nombre total de centres actifs par unité de volume; $\Omega = w_p w_{32}/(w_{31} + w_{32})$ est la *vitesse de pompage* pour le schéma considéré. En utilisant la relation entre B_{21} et A_{21}, ré-

---

[1] Dans [1], § 2.5, on montre comment on peut obtenir les expressions pour le coefficient d'Einstein A_{21} décrivant l'émission spontanée. Pour passer de A_{21} à B_{21} il convient d'utiliser la relation connue $B_{21} = A_{21}\pi^2c^3/\hbar\omega^3$.

crivons (2.1.12) sous la forme

$$\varkappa_0 = bA_{21}(\Omega - A_{21})/(\Omega + A_{21}). \qquad (2.1.13)$$

où b désigne le multiplicateur $\pi^2c^3n'/v\omega^2$. L'allure de la variation $\varkappa_0(\Omega)$ décrite par l'expression (2.1.13) est représentée sur la fig. 2.2. La droite AA correspond au niveau de pertes. Le point d'intersec-

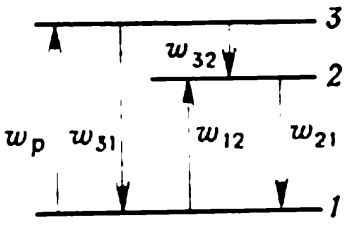


Fig. 2.1

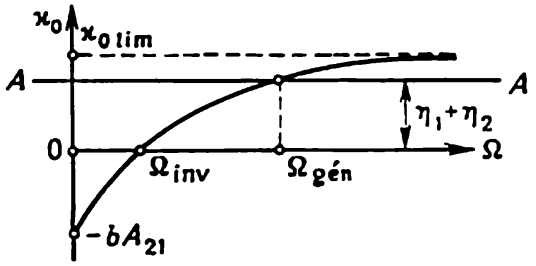


Fig. 2.2

tion de la courbe $\varkappa_0(\Omega)$ avec l'axe des abscisses détermine le *seuil d'inversion* Ω_{inv}, et le point d'intersection de cette courbe avec la droite AA donne le *seuil d'oscillation* $\Omega_{gén}$. Il est facile de s'assurer que

$$\Omega_{inv} = A_{21}; \quad \Omega_{gén} = A_{21}\frac{bA_{21}+(\eta_1+\eta_2)}{bA_{21}-(\eta_1+\eta_2)}; \quad \Omega_{gén} > \Omega_{inv}.$$

Si $\Omega \gg A_{21}$, le gain initial s'approche de sa valeur limite

$$\varkappa_{0\,lim} = bA_{21}. \qquad (2.1.14)$$

Comparons quelques courbes $\varkappa_0(\Omega)$ construites pour différentes valeurs de A_{21} (en supposant que la condition (1.2.15) impliquant la métastabilité du niveau *2* est satisfaite). La fig. 2.3 représente quatre courbes numérotées dans l'ordre de diminution de A_{21}. L'examen de la figure montre que l'inversion de populations est d'autant plus facile à réaliser que la valeur de A_{21} est plus petite (que la durée de vie du niveau *2* est plus longue); pourtant il en résulte une diminution de la valeur limite du gain initial. Cette dernière circonstance reflète justement le côté négatif déjà mentionné que présente la métastabilité du niveau supérieur de la transition laser.

Comme il a déjà été dit, la droite AA de la fig. 2.3 détermine le niveau de pertes. On peut voir que pour la valeur de A_{21} correspondant à la courbe *4* l'oscillation est en général impossible à réaliser (une diminution excessive de la valeur de A_{21} a conduit à ce que la valeur limite du gain initial est devenue inférieure au niveau de pertes). Ainsi, la frontière inférieure des valeurs de A_{21} se détermine par la valeur des pertes. Suivant (2.1.14) et (2.1.10) doit être remplie la condition

$$A_{21} > (\eta_1 + \eta_2)/b. \qquad (2.1.15)$$

Variation du gain initial en fonction de la fréquence. — Examinons cette variation à partir de la relation (2.1.2) en y utilisant au lieu de B_{21} le coefficient spectral d'Einstein $B_{21}(\omega)$. Rappelons que $B_{21}(\omega) = B_{21}F(\omega)$, où $F(\omega)$ est une fonction qui décrit la *forme de la raie spectrale* d'émission[1]. Il vient

$$\varkappa_0(\omega) = B_{21}F(\omega)\,\hbar\omega N_0/v. \qquad (2.1.16)$$

Pour des transitions dipolaires et dipolaires magnétiques, le coefficient B_{21} intervenant dans (2.1.16) est indépendant de la fréquence, alors que pour des transitions quadrupolaires $B_{21} \sim \omega^2$

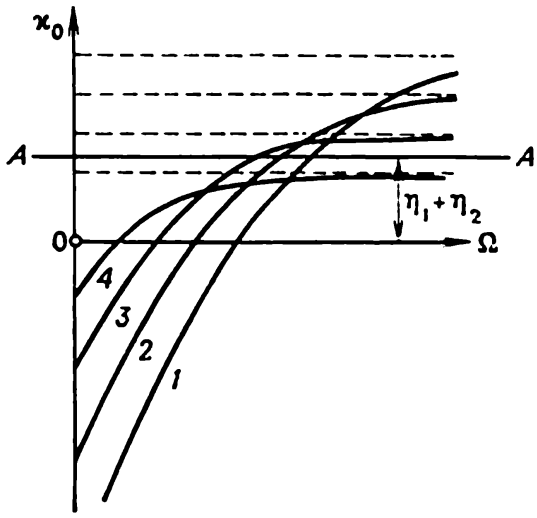


Fig. 2.3

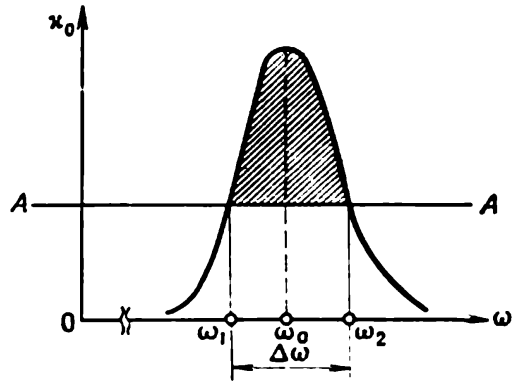


Fig. 2.4

(v. Tableau 2.1). Ceci signifie que pour les transitions dipolaires et dipolaires magnétiques $\varkappa_0(\omega) \sim \omega F(\omega)$ tandis que pour les transitions quadrupolaires $\varkappa_0(\omega) \sim \omega^3 F(\omega)$. Qualitativement l'allure de la variation $\varkappa_0(\omega)$ se détermine par la fonction $F(\omega)$, c'est-à-dire par la forme de la raie spectrale d'émission du centre actif. Si, par exemple, la raie spectrale a une forme *lorentzienne* (raie *homogène*) et on considère des transitions dipolaires, on a

$$\varkappa_0(\omega) \sim \omega\Delta/[(\omega - \omega_0)^2 + \Delta^2], \qquad (2.1.17)$$

où ω_0 est la fréquence répondant au maximum de la raie ; Δ la demi-largeur de la raie à sa demi-hauteur maximale. L'allure de la variation $\varkappa_0(\omega)$ décrite par la formule (2.1.17) est représentée sur la fig. 2.4. La droite AA y correspond au niveau de pertes. Il est évident que c'est seulement le profil hachuré de la fonction $\varkappa_0(\omega)$, appelé *raie amplificatrice*, qui « travaille » en régime d'oscillation.

---

[1] Pour les coefficients spectraux d'Einstein et la forme de la raie spectrale voir par exemple [1], § 4.7.

La fréquence du rayonnement émis sur cette transition se situe dans les limites de la largeur de la raie amplificatrice: $\omega_1 < \omega < \omega_2$.

Au chapitre précédent ont été indiquées des cavités sélectives permettant un accord en fréquence du rayonnement dans les limites de la largeur de la raie de luminescence. Remarquons, à titre de précision, que la gamme d'accord en fréquence se détermine non par la largeur de la raie de luminescence mais bien par celle de la raie amplificatrice (par la largeur de la raie de luminescence au niveau de pertes).

§ 2.2. CAVITÉ RÉSONNANTE OPTIQUE ET RAYONNEMENT LASER (ÉTUDE PRÉLIMINAIRE)

Coefficient optimal de pertes utiles. — Il résulte de (2.1.9) que pour augmenter $W_{\text{gén}}$ il suffit de *réduire les pertes* dues à la cavité optique (diminuer la somme $\eta_1 + \eta_2$). On peut en particulier réduire le niveau de pertes utiles. A cet effet, il faut suivant (2.1.8) augmenter R_1R_2. Pourtant une augmentation excessive du coefficient de réflexion des miroirs de la cavité n'est pas avantageuse car la diminution de η_2 entraîne une diminution de la part du rayonnement produit, qui représente le rayonnement laser, cette part étant définie par le rapport $\eta_2/(\eta_1 + \eta_2)$. Compte tenu de (2.1.9), la *puissance du rayonnement laser* se décrit par l'expression

$$W = \frac{\eta_2}{\eta_1+\eta_2} W_{\text{gén}} = \frac{vLs}{\alpha} [\varkappa_0 - (\eta_1 + \eta_2)] \frac{\eta_2}{\eta_1+\eta_2}. \qquad (2.2.1)$$

Le rapport $\eta_2/(\eta_1 + \eta_2)$ diminue avec la diminution de η_2, mais le facteur $[\varkappa_0 - (\eta_1 + \eta_2)]$ augmente. Le coefficient de pertes utiles doit donc avoir une valeur *optimale* $\eta_{2\,\text{opt}}$ qui assure la valeur *maximale* de la puissance de sortie.

Au lieu de la puissance de sortie W on considère généralement la densité de flux lumineux S sortant de la cavité optique. Les grandeurs W et S sont liées entre elles par une simple relation

$$S = W/s, \qquad (2.2.2)$$

où s est l'aire de la section droite du flux lumineux (pour simplifier nous supposons qu'elle est égale à l'aire de la section droite du milieu actif).

Compte tenu de cette remarque, récrivons (2.2.1) sous la forme

$$S = (vL/\alpha) [\varkappa_0 - (\eta_1 + \eta_2)] \eta_2/(\eta_1 + \eta_2). \qquad (2.2.3)$$

L'allure de la variation de S en fonction de η_2 définie par l'expression (2.2.3) est représentée sur la fig. 2.5. La valeur de seuil du coefficient de pertes utiles est égale à $\varkappa_0 - \eta_1$. Pour déterminer $\eta_{2\,\text{opt}}$, dérivons la fonction $S(\eta_2)$ et annulons la dérivée. Il vient

$$\boxed{\eta_{2\text{opt}} = \sqrt{\varkappa_0\eta_1} - \eta_1}. \qquad (2.2.4)$$

Dans ce cas on a

$$S_{max} = \frac{v}{\alpha}\left(\sqrt{\varkappa_0 L} - \sqrt{\eta_1 L}\right)^2. \qquad (2.2.5)$$

Ainsi, pour des valeurs données de $\varkappa_0$ et η_1 il existe une valeur optimale du coefficient de pertes utiles définie par l'expression (2.2.4); à cette valeur correspond une densité maximale du flux lumineux de sortie décrite par la formule (2.2.5). Une augmentation ultérieure de S_{max} implique que l'on fasse augmenter $\varkappa_0$ ou diminuer η_1.

Supposons que le rayonnement laser sort par l'un des miroirs de la cavité, alors que l'autre miroir est à réflexion totale. Partant de (2.2.4) et (2.1.8) on trouve le *coefficient optimal de réflexion* du miroir de sortie

$$R_{opt} = \exp\left[-2L\left(\sqrt{\varkappa_0\eta_1} - \eta_1\right)\right]. \qquad (2.2.6)$$

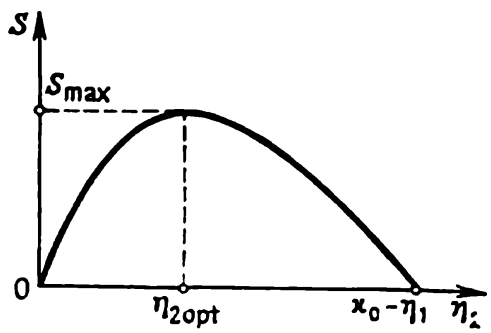


Fig. 2.5

Avec un gain d'amplification suffisamment élevé, caractéristique, par exemple, des lasers à néodyme à pompage par impulsions, R_{opt} peut être relativement bas (10 à 20 %). Mais dans le cas du laser à hélium-néon, dont le gain est faible, R_{opt} atteint 99 %. Pour obtenir les valeurs si élevées du coefficient de réflexion, on utilise des miroirs à multicouches diélectriques que l'on réalise par dépôt (par évaporisation) sur un support de plusieurs couches diélectriques minces d'épaisseur optique égale à un quart de longueur d'onde d'émission mais différant par indice de réfraction[1].

Si le rayonnement laser sort par les deux miroirs de la cavité, on a, au lieu de (2.2.6), la relation

$$(R_1R_2)_{opt} = \exp\left[-2L\left(\sqrt{\varkappa_0\eta_1} - \eta_1\right)\right]. \qquad (2.2.7)$$

Soient S_1 la densité du flux sortant du miroir à coefficient de réflexion R_1 et S_2 la densité du flux sortant du miroir à R_2; $S_1 + S_2 = S$. On montre [2] que

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{1-R_2}{1-R_1}\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}. \qquad (2.2.8)$$

Fréquences de résonance. — La cavité optique sélectionne, dans les limites de la largeur de la raie d'amplification, un ensemble de longueurs d'onde *de résonance* λ_q (de fréquences de résonance ω_q).

---

[1] Pour les revêtements multicouches diélectriques, voir par exemple [2], chap. 24.

[2] Voir par exemple [3].

En supposant que le champ à l'intérieur de la cavité se décrit de façon approchée par un ensemble d'ondes planes se propageant le long de l'axe de la cavité, écrivons la condition de résonance sous la forme

$$L = q\lambda_q/2. \tag{2.2.9}$$

Ici, q est un nombre positif ($q \gg 1$); L, la longueur de la cavité. La condition (2.2.9) signifie que la longueur de la cavité doit être égale à un nombre entier de demi-longueurs d'onde. Elle signifie également que le *déphasage* d'une onde qui a effectué un double trajet à travers la cavité (d'un miroir à l'autre, aller et retour) est multiple de 2π. En effet, le déphasage d'une onde plane ayant parcouru une distance z est égal à $2\pi z/\lambda$. Sur la distance de $2L$ ce déphasage sera de $4\pi L/\lambda$. En supposant que ce déphasage est multiple de 2π, c'est-à-dire que $4\pi L/\lambda = 2\pi q$, on est conduit au résultat (2.2.9).

Compte tenu de ce que la longueur d'onde émise est liée à la fréquence par la relation

$$\lambda = 2\pi v/\omega = 2\pi c/n\omega, \tag{2.2.10}$$

où n est l'indice de réfraction du milieu qui remplit la cavité résonnante, récrivons (2.2.9) sous la forme

$$L = q\pi c/n\omega_q. \tag{2.2.9a}$$

Ainsi, les fréquences de résonance de la cavité optique se décrivent par l'expression

$$\boxed{\omega_q = q\pi c/Ln}. \tag{2.2.11}$$

Notons que l'expression (2.2.11) est une expression *approchée*. Elle suppose que, premièrement, le champ au sein de la cavité se décrit par des ondes planes et, deuxièmement, que la dispersion de l'indice de réfraction est sans importance. Par la suite ces deux hypothèses simplificatrices seront éliminées.

L'expression (2.2.11) montre que le spectre de fréquences de résonance est *équidistant*: la différence de deux fréquences consécutives est constante. Elle est égale à

$$\Delta\omega' = \pi c/Ln. \tag{2.2.12}$$

En divisant la largeur de la raie d'amplification $\Delta\omega$ par $\Delta\omega'$, on trouve le nombre total de fréquences de résonance dans le spectre d'oscillation du laser

$$M = \Delta\omega/\Delta\omega' = \Delta\omega Ln/\pi c. \tag{2.2.13}$$

Le nombre M augmente lorsque la longueur optique Ln de la cavité et la largeur $\Delta\omega$ de la raie amplificatrice augmentent. La dernière

est d'autant plus grande que la raie de luminescence des centres actifs est plus large et le niveau de pertes dans la cavité est plus bas.

En sélectionnant un ensemble de fréquences de résonance, la cavité optique transforme la raie amplificatrice représentée sur la fig. 2.4 en une série de raies étroites que l'on appelle *raies spectrales de la cavité* (fig. 2.6). Les maximums de ces raies correspondent aux fréquences de résonance et la largeur de la raie se détermine par les pertes dans la cavité. Désignons la largeur d'une raie spectrale de la cavité par $\Delta\omega_r$. Le rapport

$$Q = \omega_0/\Delta\omega_r \qquad (2.2.14)$$

est appelé *coefficient de surtension* ou *qualité* de la cavité[1]. Plus faibles sont les pertes à l'intérieur de la cavité, plus grand est son coefficient de surtension (plus petit est $\Delta\omega_r$).

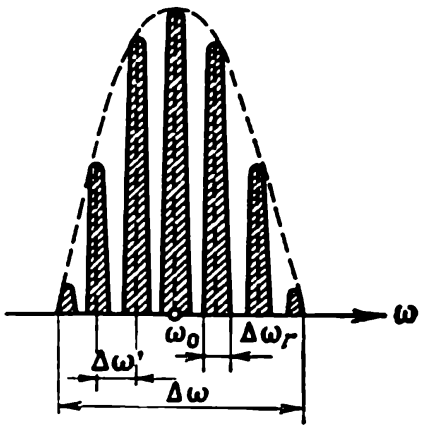


Fig. 2.6

Pour pouvoir discriminer les raies étroites dans le spectre d'oscillation, il faut que soit remplie la condition $\Delta\omega_r < \Delta\omega'$. En faisant usage de (2.2.12) et (2.2.14), mettons cette condition sous la forme

$$Q > \omega_0 Ln/\pi c. \qquad (2.2.15)$$

Posons $\omega_0/\pi \approx 10^{15}$ s^{-1}, $Ln \approx 10$ cm. Alors la relation (2.2.15) donne $Q > 10^6$. Les valeurs du coefficient de surtension des cavités laser réalisées en pratique satisfont généralement à la condition (2.2.15).

Dans les conditions réelles, on doit tenir compte des facteurs supplémentaires qui influent sur la discrimination des raies spectrales étroites. Un de tels facteurs est lié à la non-homogénéité de l'indice de réfraction des milieux actifs solides. En se servant de (2.2.11), il est aisé de montrer que les fluctuations δn de l'indice de réfraction entraînent une fluctuation de la fréquence de résonance $\delta\omega \approx \omega\delta n/n$. Pour discriminer les raies étroites dans le spectre de fréquences, il est nécessaire que $\delta\omega < \Delta\omega'$; par conséquent, en plus de la condition (2.2.15) on doit encore remplir la condition $\delta n/n < \pi c/\omega Ln$. Il s'ensuit que $\delta n/n < 10^{-6}$. Ce n'est pas toujours que cette dernière inégalité est vérifiée dans les lasers à solides.

Modes (types d'oscillations) d'une cavité optique. — Comme on l'a dit plus haut, la cavité du laser influe de façon considérable sur la puissance de son rayonnement ainsi que sur ses caractéristiques spectrales. En réalité, la cavité a sur les propriétés du rayonnement laser une influence de principe encore plus importante. Le fait est que la cavité optique assure la formation d'états déterminés du

[1] Le coefficient de surtension d'une cavité optique sera examiné plus en détail au § 2.3.

champ de rayonnement que l'on appelle *modes* ou *types* d'oscillations.

Un mode distinct se note TEM_{mnq}, où m et n sont les indices *transverses* et q l'indice longitudinal du mode [1]. Chaque mode se caractérise par une structure *spatiale* déterminée du champ (par une répartition déterminée de l'amplitude et de la phase) dans la

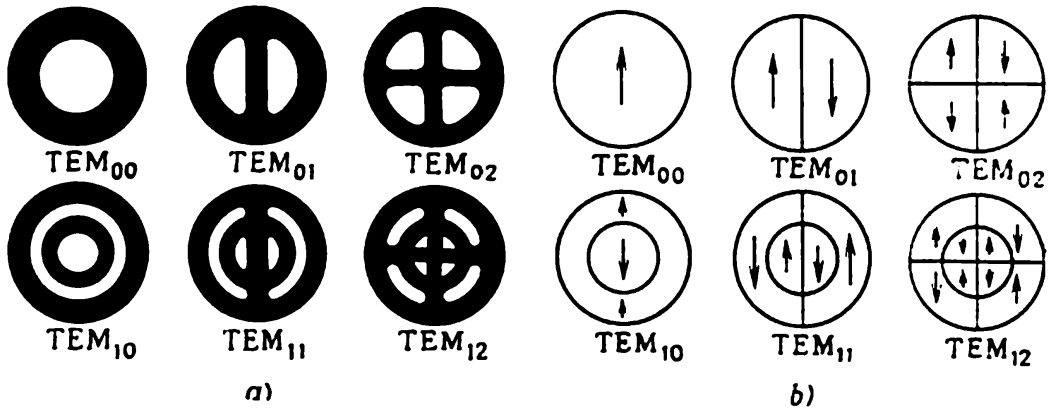


Fig. 2.7

direction perpendiculaire à l'axe de la cavité, en particulier, sur la surface des miroirs de la cavité. Les traits spécifiques de cette structure sont traduits par les indices transverses m et n. En outre, chaque mode est caractérisé par le déphasage qu'il subit pendant la durée d'un aller et retour, ce déphasage étant considéré sur l'axe de la cavité. Ce déphasage est égal à $2\pi q$, où q est l'indice longitudinal du mode.

Remarquons que l'indication sur la nécessité de considérer le déphasage précisément *sur l'axe de la cavité* s'explique par le fait que les modes ne sont pas en toute rigueur des ondes planes. Il est clair que pour une onde plane une telle indication serait inutile : dans le cas d'un front d'onde plan la distance d'un point du front ou d'un autre à l'axe de la cavité est sans importance.

A une combinaison concrète des indices m et n qui traduit une structure transverse concrète du champ dans la cavité correspond une série de modes à différentes valeurs de l'indice q; ce sont des modes *longitudinaux* ou *axiaux*. Dans le spectre de l'émission, à chacun d'eux correspond une raie étroite. L'ensemble des modes longitudinaux à combinaison donnée des indices m et n est désigné sous le nom de mode *transverse*. Un mode transverse ne se caractérise évidemment que par les indices transverses (il se note TEM_{mn}).

Chaque type de mode transverse possède une structure déterminée de la tache lumineuse sur le miroir de la cavité. La fig. 2.7,*a* montre

[1] La désignation TEM signifie *transverse électromagnétique* (les oscillations dans une cavité optique peuvent être considérées comme des oscillations transverses).

la structure de la tache lumineuse observée sur un miroir rond pour quelques modes transverses les plus simples (modes d'ordre faible). Les changements du signe de l'amplitude du champ sur la surface du miroir correspondant à ces modes sont montrés à la fig. 2.7,*b*. On voit sur cette figure que l'indice *m* montre combien de fois l'amplitude du champ change de signe dans le sens radial, et l'indice *n* indique combien de fois elle change de signe pendant la rotation de 180° autour du centre du miroir.

Le mode transverse TEM_{00} est dit *fondamental*. Il se caractérise par la structure la plus simple de la tache lumineuse. La fig. 2.7,*a* montre que la concentration du champ du mode au voisinage du centre du miroir est d'autant plus forte que les valeurs des indices transverses sont plus faibles.

La structure de la tache lumineuse observée dans les conditions réelles représente souvent une superposition de plusieurs modes transversaux (fonctionnement *en multimode*). Le spectre du rayonnement émis contient généralement plusieurs raies étroites (régime d'oscillation *à plusieurs fréquences*) (1).

Rôle de la cavité optique dans le laser. — La fonction essentielle de la cavité optique consiste à donner aux ondes lumineuses émises par le laser une forme déterminée, une structure des modes déterminée [4]. La structure multimode du champ de rayonnement du laser est formée dans la cavité par les multiples réflexions du rayonnement sur les miroirs de la cavité. Dans certaines cavités la structure du champ est formée pendant un *grand nombre* d'allers et retours (cavités *à parcours multiples*); dans d'autres, le processus de formation du champ de rayonnement n'occupe que *quelques parcours* aller et retour (2).

Pour examiner le rôle que la cavité optique joue dans le laser, il est commode d'utiliser la description *quantique* qui tient compte au mieux du caractère spécifique du processus de production du rayonnement dans le domaine optique à savoir du fait que le rayonnement optique prend naissance par suite de très nombreux actes de désexcitation des atomes ou des molécules qui effectuent des transitions quantiques d'un état à un autre. En un certain sens, même un atome (molécule) distinct qui se désexcite peut être considéré comme un certain « résonateur », comme un système oscillant. L'académicien L. I. Mandelstam écrivait: « Nous imaginons que chaque molécule de gaz renferme un résonateur optique oscil-

---

(1) Dans le cas des lasers à solides, les configurations des modes peuvent subir des distorsions par suite des inhomogénéités de l'indice de réfraction des milieux actifs solides.

(2) Si le gain d'amplification est suffisamment élevé, l'inversion de populations peut être détruite pendant une seule traversée du milieu actif. De tels lasers peuvent fonctionner selon un mode *superradiant*, c'est-à-dire sans miroirs.

lant à une fréquence déterminée; la luminescence du gaz s'explique par le fait que les résonateurs oscillent à une même fréquence et le gaz émet la lumière à cette fréquence » ([5], p. 257).

Il est évident que pour obtenir une lumière cohérente il faut que les actes de désexcitation d'un grand nombre de molécules-résonateurs soient corrélés entre eux et ceci non seulement en fréquence de rayonnement mais également en direction de propagation et en polarisation. En d'autres termes, il est nécessaire que soit réalisé le principe d'autocommande (d'autorégulation) ou, comme on convient de le dire en radiophysique, le principe de *réaction positive*. La possibilité d'une telle corrélation (possibilité de réaliser la réaction positive) est assurée par la *nature même* de l'émission induite : un photon secondaire est né *dans le même état* dans lequel se trouve le photon primaire qui initie la naissance du photon secondaire. Pour réaliser cette possibilité en pratique, on doit assurer la *sélectivité* de peuplement des états photoniques ([1]) au cours des transitions induites; autrement dit, il s'agit de *sélectionner*, par un procédé quelconque, des états photoniques déterminés dans lesquels s'accumuleront les photons, tandis que les photons produits spontanément dans tous les autres états doivent être assez rapidement « retirés du jeu ».

C'est précisément la cavité résonnante optique qui assure le peuplement sélectif des états photoniques dans le laser. La possibilité de réaction positive que comporte le phénomène de l'émission stimulée est réalisée dans l'oscillateur quantique à l'aide du résonateur ([6], p. 315). Tout d'abord le résonateur sélectionne dans l'espace une direction déterminée dans laquelle se produit l'oscillation favorisée. Puis, le résonateur assure la sélection du rayonnement en fréquence et en polarisation. Des plaques planes parallèles, orientées sous l'incidence de Brewster par rapport à l'axe de la cavité optique, d'usage courant dans les cavités, assurent la sélectivité en polarisation des photons émis. On peut dire que la sélection des états photoniques déterminés, dans lesquels s'effectue l'oscillation préférentielle, est la fonction fondamentale du résonateur optique. Plus sévère est la sélection des états photoniques assurée par le résonateur, plus hautes sont les propriétés cohérentes du rayonnement laser (plus grands sont la directivité, la monochromaticité et le degré de polarisation).

En examinant comment le résonateur assure le peuplement sélectif des états photoniques, soulignons que ceci s'obtient grâce à la *sélectivité des pertes* pour les différents états. Pour les états sélectionnés ces pertes doivent être faibles, alors que pour tous les autres états elles doivent, au contraire, être très grandes. Suivant

---

([1]) Un état photonique se caractérise par une énergie, une impulsion et une polarisation déterminées du photon.

la condition (2.1.10) l'oscillation ne peut être réalisée que dans des états pour lesquels les pertes sont relativement faibles.

Bien qu'elle soit un peu schématique, la description quantique permet de mettre en évidence, au point de vue *physique*, la fonction fondamentale de la cavité résonnante optique. On peut dire qu'en assurant la sélectivité du peuplement des états photoniques, la cavité forme en dernier ressort le faisceau lumineux aux propriétés cohérentes correspondantes. Ceci signifie qu'elle forme les propriétés énergétiques, spectrales, spatiales et autres du rayonnement émis par un laser donné.

Pour en terminer avec le rôle de la cavité optique, arrêtons-nous sur une question délicate. La fonction de la cavité qui la première « saute aux yeux » consiste à *faire revenir*, à l'aide de miroirs, une partie du rayonnement dans le milieu actif. Bien entendu ceci contribue à une utilisation plus efficace de l'inversion de populations. Pourtant une question peut naître dans l'esprit du lecteur: est-ce d'importance fondamentale? La cavité résonnante peut-elle assurer un peuplement sélectif des états photoniques et, en fin de compte, la formation du champ de rayonnement sans faire revenir une partie du rayonnement dans le milieu actif?

Il est impossible, à ce qu'il paraît, de donner à cette question une réponse catégorique. On sait que des lasers sans miroirs existent. La sélectivité en directions de l'impulsion de photons s'obtient dans de tels lasers par le choix de la géométrie appropriée de l'élément actif. On sait également qu'il existe une analogie presque complète entre la structure des modes transverses d'une cavité à miroirs (dans laquelle le rayonnement revient dans le milieu actif) et la structure d'un guide d'ondes optiques à lentilles (dans lequel le rayonnement se propage dans une seule direction) [7]. Mais il est connu en même temps que le degré de sélectivité du peuplement des états photoniques (et donc le degré de cohérence du rayonnement) réalisé dans les lasers sans miroirs est en règle générale nettement inférieur au degré obtenu dans les lasers comportant les miroirs. Quant à l'analogie entre les cavités à miroirs et le guide d'ondes à lentilles, elle cesse d'avoir lieu lorsqu'il s'agit non pas des caractéristiques spatiales mais des caractéristiques spectrales du rayonnement: le guide d'ondes optiques à lentilles ne possède pas de fréquences de résonance.

Il convient de souligner que la question posée ci-dessus doit être examinée en tenant compte des *propriétés amplificatrices* du milieu actif. Rappelons que la valeur optimale du coefficient de réflexion du miroir de sortie de la cavité dépend de la valeur du gain initial. Plus grand est $\varkappa_0$, plus petit est R_{opt} et donc moins importantes sont les propriétés réflectrices du miroir. Au contraire, pour de faibles valeurs de $\varkappa_0$, lorsque R_{opt} s'approche de 100 %, le rôle du miroir devient important.

On peut dire que la présence de miroirs réfléchissants n'est pas obligatoire lorsque les valeurs du gain d'amplification du milieu actif son *suffisamment élevées*. C'est pour cette raison que peuvent fonctionner selon un mode superradiant (c'est-à-dire sans miroirs) les lasers à transitions autolimitées, en particulier, les lasers à vapeur de cuivre (v. par exemple [8], chap. 8), ainsi que les lasers à hydrogène et les lasers à azote émettant dans l'ultraviolet (v. [8], chap. 9). Ces lasers se caractérisent par des gains bien élevés.

Cette circonstance joue un rôle de principe dans la réalisation des lasers à rayons X et à rayons gamma, c'est-à-dire émettant dans les domaines du spectre pour lesquels les miroirs de réflexion sont tout simplement inconnus. Citons à ce propos les paroles du docteur ès sciences physiques et mathématiques Y. Ilinski tirées de l'article « Le problème du laser gamma » publié dans la revue *Priroda* (Nature): « Dans les premiers travaux consacrés à la réalisation d'un laser

gamma on attachait une grande importance au résonateur qui amplifie le rayonnement laser du fait qu'en se réfléchissant sur des miroirs ce rayonnement effectue plusieurs aller-retour dans le milieu actif. La réalisation de miroirs pour le rayonnement gamma dur est un problème indépendant dont l'approche n'est pas encore trouvée. Au cours des années 70 il est devenu clair qu'il n'était pas un problème principal parce qu'à cette époque-là il existait déjà des lasers sans miroirs émettant dans l'ultraviolet. De tels lasers produisent un rayonnement dirigé et monochromatique à condition que le milieu actif assure une amplification suffisamment grande. Le corps actif du laser était réalisé dans ce cas sous forme d'un barreau dont la longueur assure l'amplification voulue du rayonnement pendant une seule traversée du milieu actif. »

Quant aux lasers caractérisés par des valeurs relativement peu élevées du gain d'amplification, la structure du champ de rayonnement y est formée à partir du bruit au cours d'un *grand nombre* d'allers et retours dans le résonateur. Ici, la présence de miroirs de réflexion devient, à ce qu'il paraît, impérative.

Résonateurs passifs et actifs. — Un résonateur est dit *passif* s'il n'est pas rempli d'un milieu actif. S'il y a amplification, on dit que le résonateur est *actif*.

La cavité laser est un résonateur actif. Pourtant en étudiant le processus de formation du champ de rayonnement dans les cavités laser on commence par examiner un résonateur passif. La plupart des travaux relatifs aux calculs des résonateurs sont consacrés justement aux résonateurs passifs. Ceci s'explique non seulement par le fait qu'en étudiant les résonateurs actifs on se heurte à de grandes difficultés. Le fait est que le résonateur passif permet d'obtenir *en première approximation* une image parfaitement réelle des processus de formation du champ lumineux dans une cavité laser.

L'étude des résonateurs passifs permet d'examiner l'affaiblissement des différents modes, de mettre en évidence les modes dont l'affaiblissement est petit, qui se caractérisent par les pertes les plus faibles (modes à haute surtension), de déterminer la structure du champ de ces modes; on peut en outre évaluer l'influence des effets d'ouverture et celle des systèmes à lentilles. En présence d'un milieu actif amplificateur, ce sont précisément les modes à haute surtension qui sont amplifiés en premier lieu, si bien que les résultats obtenus pour les résonateurs passifs se trouvent applicables aux lasers *au voisinage du seuil d'oscillation*. On sait que lorsque les valeurs du gain d'amplification sont faibles, un résonateur actif se caractérise pratiquement par les mêmes répartitions d'amplitude et de phase du champ sur la surface des miroirs et par les mêmes pertes dues aux effets de diffraction qu'un résonateur passif.

Remarquons également que l'on a développé pour les résonateurs passifs des *méthodes de calcul* bien efficaces. Ces méthodes peuvent être utilisées pour la résolution de nombreux problèmes relatifs aux résonateurs actifs.

En même temps, il ne faut pas oublier que la présence d'un milieu actif prédétermine certains traits spécifiques au processus de for-

mation du champ dans le résonateur (v. par exemple [9]). Il convient de signaler avant tout la *compétition entre modes* qui conduit à une redistribution de la puissance produite entre les différents modes. Cette redistribution peut s'effectuer tant suivant l'échelle de fréquences (entre les modes longitudinaux) que dans l'espace (entre les modes transverses). Le milieu actif donne lieu à la compétition entre modes grâce à l'effet optique non linéaire de *saturation du gain*. La saturation du gain sur certaines fréquences peut provoquer l'apparition de « creux » dans le profil de la raie d'amplification (*effet de « formation de trous »*). La saturation du gain peut également avoir pour effet que ce sont les modes transverses d'ordre supérieur (modes à valeurs relativement grandes des indices transverses) qui se caractérisent par un coefficient de surtension plus élevé et non les modes d'ordre inférieur. Examinons ceci plus en détail.

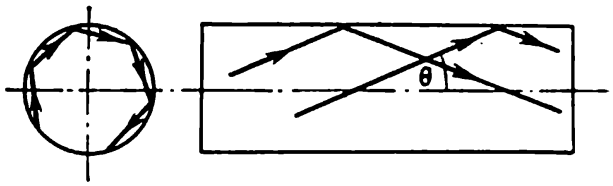
Dans un résonateur passif, les modes caractérisés par les plus faibles pertes sont en règle générale des modes transverses d'ordre inférieur et avant tout le mode fondamental TEM_{00}. Ce sont précisément ces modes qui seront excités les premiers en présence d'amplification. L'intensité de champ de ces modes croîtra et pourra atteindre l'état de saturation. Ceci signifie que le gain d'amplification de la région du milieu actif effectivement couverte par les modes inférieurs (c'est-à-dire au voisinage de l'axe du résonateur) devient minimal [1]. De ce fait, la densité de l'inversion de populations au voisinage de l'axe du résonateur peut devenir plus faible que dans la région périphérique. Dans un tel cas ce sont les modes transverses d'ordre supérieur occupant des volumes plus grands dans le milieu actif (couvrant en particulier les régions périphériques) qui commenceront à s'exciter. Une redistribution de la puissance qui passe des modes inférieurs aux modes supérieurs peut entraîner une modification substantielle de la structure spatiale du champ dans le résonateur.

En plus de l'effet de saturation on doit également tenir compte des autres facteurs qui influent sur la formation du champ de rayonnement dans le résonateur actif. C'est ainsi par exemple que la variation de l'indice de réfraction du milieu actif peut conduire à un effet dit d'*entraînement de fréquence* [10], qui se manifeste par le fait que le spectre de fréquences de résonance cesse d'être équidistant : les fréquences de résonance deviennent plus serrées au voisinage du centre de la raie amplificatrice. L'échauffement du milieu actif lorsqu'il absorbe l'énergie de pompage fait varier son indice de réfraction. Il en résulte un effet dit de lentille thermique : l'élément actif agit sur le rayonnement à l'intérieur du résonateur comme une lentille convergente ou divergente (v. par exemple [11]).

---

[1] Suivant (2.1.1) on a $\varkappa_{min} = \varkappa_0/[1 + (\alpha/v)\, S_{sat}]$, où S_{sat} est la densité du flux à la saturation.

Dans un résonateur rempli par un milieu actif solide (cristal ou verre) peuvent s'exciter des modes *supplémentaires* dont l'apparition est liée au phénomène de réflexion interne totale sur la surface latérale de l'élément actif. En introduisant un angle θ que la direction de propagation d'un mode fait avec l'axe optique du résonateur, divisons ces modes en deux groupes. Les modes pour lesquels $\theta=\pi/2$ circulent dans la section transversale de l'élément actif (*modes circulaires*), v. fig. 2.8,*a*. Les modes pour lesquels $\theta \neq \pi/2$ se déplacent suivant l'axe optique, v. fig. 2.8,*b*. Les modes du premier groupe sont des modes parasites. Les modes du second groupe peuvent être utilisés pour la réalisation de résonateurs *à guide d'ondes* [12]. Les modes supplémentaires réalisés dans les résonateurs remplis par un milieu actif sont examinés en particulier dans [3, 13].



a) *b)*

Fig. 2.8

Les résonateurs actifs utilisés en pratique contiennent généralement une série d'éléments (y compris l'élément actif) séparés l'un de l'autre par des intervalles d'air. Aussi, en étudiant un tel résonateur, faut-il tenir compte de la présence d'une série de surfaces réfléchissantes qui comprend en plus des miroirs de la cavité les faces terminales des éléments se trouvant dans le résonateur (y compris celles de l'élément actif). Dans ce cas, le résonateur s'assimile à plusieurs résonateurs *couplés* entre eux. Les effets d'interférence qui se manifestent dans un système de résonateurs couplés peuvent influencer substantiellement le spectre de fréquences de résonance.

Dans le chapitre actuel nous avons fait la plus large place aux résonateurs *passifs*. Les questions relatives à l'influence du *milieu actif* sur le spectre émis (effets de « formation de trous » et d'entraînement de fréquences) et sur la structure spatiale du champ de rayonnement (effet de lentille thermique) seront examinées séparément ainsi que les résonateurs à guide d'ondes et les lasers à pellicules minces. Soulignons que les questions concernant la formation du champ dans les résonateurs actifs sont organiquement liées à la *dynamique des processus* dans les lasers en oscillation. C'est un grand cercle de questions d'importance fondamentale. Leur étude est réservée pour le chapitre 3.

§ 2.3. GÉNÉRALITÉS SUR LES RÉSONATEURS OUVERTS

Les cavités résonnantes utilisées dans les lasers appartiennent à la classe de résonateurs dits ouverts [1]. Ils diffèrent sur plusieurs

[1] Une place à part doit être faite aux résonateurs à guide d'ondes et aux lasers à pellicules minces à rétroaction distribuée (voir §§ 2.14 et 2.15).

points des résonateurs du type fermé utilisés en hyperfréquences.

La théorie des résonateurs ouverts est systématisée dans [4, 9, 13 à 15]; v. aussi [3, 7, 16, 17] et [2], chap. 22 et 23.

Impossibilité d'utilisation des résonateurs fermés dans le domaine optique. — Considérons un résonateur prismatique à parois conductrices représenté schématiquement sur la fig. 2.9,*a*; L et D étant ses dimensions linéaires. Les modes excités dans ce résonateur seront représentés de façon simplifiée sous forme d'ondes planes satisfaisant aux conditions aux limites imposées par les parois de la cavité.

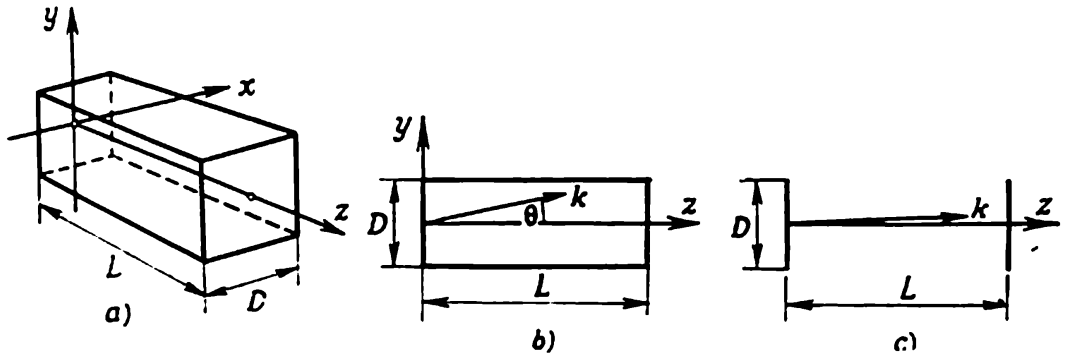


Fig. 2.9

En utilisant les conditions aux limites pour une onde stationnaire, on trouve pour les composantes du vecteur d'onde d'un mode les expressions suivantes:

$$k_x = \pi m/D; \quad k_y = \pi n/D; \quad k_z = \pi q/L, \tag{2.3.1}$$

où m, n et q sont des nombres entiers (indices de ce mode). Les relations (2.3.1) permettent d'obtenir l'expression suivante pour les longueurs d'ondes de résonance:

$$\frac{1}{\lambda_{mnq}} = \sqrt{\left(\frac{m}{2D}\right)^2 + \left(\frac{n}{2D}\right)^2 + \left(\frac{q}{2L}\right)^2}. \tag{2.3.2}$$

Le mode d'indices 0, n, q se propage dans le plan yz (pour ce mode $k_x = 0$) sous un angle θ, défini par les nombres n et q, sur l'axe du résonateur (fig. 2.9,*b*). Suivant (2.3.1) on a $k \sin\theta = \pi n/D$ et $k \cos\theta = \pi q/L$; par conséquent

$$\sin\theta = n\lambda/2D; \quad \cos\theta = q\lambda/2L. \tag{2.3.3}$$

Rappelons ensuite que le nombre d'ondes planes se propageant dans le volume V et situées dans l'intervalle de fréquences de ω à $\omega + \Delta\omega$ est proportionnel à ω^2:

$$M \sim V\omega^2\Delta\omega. \tag{2.3.4}$$

Rappelons également que le coefficient de surtension du résonateur déterminé par les pertes par effet Joule dans les parois conductrices

est proportionnel à $\sqrt{\omega}$:

$$Q \sim \sqrt{\omega}. \tag{2.3.5}$$

Les renseignements que nous venons de donner sont parfaitement suffisants pour montrer que les résonateurs à cavité fermée ne peuvent pas être utilisés aux fréquences de rayonnement élevées. Lorsque la fréquence s'élève, le spectre de fréquences de résonance se condense : la distance entre les centres des raies spectrales du résonateur, c'est-à-dire le rapport $\Delta\omega/M$ diminue (suivant (2.3.4), $\Delta\omega/M \sim \sim 1/\omega^2$). En même temps, l'augmentation de la fréquence conduit à un élargissement des raies spectrales : le rapport ω/Q définissant la largeur de la raie spectrale croît avec la fréquence (suivant (2.3.5), $\omega/Q \sim \sqrt{\omega}$). Il est clair qu'à des fréquences suffisamment *élevées* les raies spectrales du résonateur à cavité fermée doivent *se recouvrir* complètement, ce qui fera perdre au résonateur ses propriétés de résonance.

Pour pouvoir assurer l'excitation d'un nombre relativement petit de modes inférieurs il est nécessaire, suivant (2.3.2), de faire appel à des résonateurs à cavité dont les dimensions linéaires soient de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde à émettre. Remarquons que si le volume du résonateur $V \approx \lambda^3 \approx 1/\omega^3$, le nombre d'ondes planes excitées n'augmente pas mais diminue avec la fréquence : $M \sim V\omega^3\Delta\omega \sim \Delta\omega/\omega$. Or, dans un tel cas, pour passer au domaine optique il faudrait utiliser des résonateurs à cavité ayant un volume de l'ordre de 1 μm^3 seulement. Sans parler des difficultés technologiques que pose la réalisation de tels résonateurs, notons qu'une si forte réduction du volume du résonateur et donc de celui du milieu actif est inadmissible du point de vue de la puissance du rayonnement laser. L'issue a été trouvée en 1958 lorsqu'on a émis l'idée d'utiliser dans le domaine optique non pas les résonateurs à cavité fermée mais des résonateurs ayant une structure *ouverte* [1].

Résonateur ouvert. — Au point de vue de la construction un résonateur ouvert diffère d'un résonateur à cavité fermée parce que, premièrement, les parois conductrices sont éliminées, les réflecteurs terminaux qui fixent l'axe du résonateur dans l'espace étant conservés et, deuxièmement, les dimensions linéaires du résonateur sont grandes par rapport à la longueur d'onde émise.

Les parois latérales étant éliminées, ce sont seulement les modes se propageant le long de l'axe du résonateur ou sous de petits angles sur cet axe qui peuvent être excités dans le résonateur (fig. 2.9,*c*). Autrement dit, pour les modes d'un résonateur ouvert on a $\sin\theta \ll \ll 1$. En tenant compte de (2.3.3), on peut conclure que

$$n\lambda/D \ll 1\,;\ q\lambda/L \approx 1. \tag{2.3.6}$$

[1] Les auteurs de cette idée bien féconde sont A. M. Prokhorov [18] et (indépendamment de lui) R. Dicke [19], A. Schawlow et C. Townes [20].

Puisque $\lambda \ll D$ et $\lambda \ll L$, les modes qui seront excités dans un résonateur ouvert sont d'après (2.3.6) seulement ceux pour lesquels

$$m,\ n \gtrsim 1; \quad q \gg 1. \tag{2.3.7}$$

Le résultat (2.3.7) signifie qu'en passant d'un résonateur à cavité fermée à un résonateur ouvert, on constate une *diminution* du nombre de modes excités : ne subsistent que des modes se propageant le long de l'axe du résonateur ayant $m,\ n \gtrsim 1$; $q \gg 1$. Une situation tridimensionnelle est en fait remplacée maintenant par celle *unidimensionnelle*. A ce propos il convient de rappeler que si dans le cas tridimensionnel $M \sim \omega^2 \Delta\omega$, dans le cas bidimensionnel on a $M \sim \omega \Delta\omega$ et dans le cas unidimensionnel $M \sim \Delta\omega$. Ainsi, dans le résonateur ouvert qui réalise de fait une situation unidimensionnelle, le nombre de fréquences de résonance *ne dépend pas* de la fréquence. Rappelons à cette occasion le résultat (2.2.13) : $M = \Delta\omega L n / \pi c$.

Ainsi, à la différence du résonateur à cavité fermée, le spectre de fréquences de résonance dans le résonateur ouvert ne se condense pas avec l'augmentation de la fréquence, mais au contraire, grâce à la conservation d'un nombre relativement petit de modes, se raréfie de façon considérable.

Signalons encore une particularité qui diffère le résonateur ouvert du résonateur à cavité fermée. Le fait est que la conservation des seules parois terminales de réflexion, associée à la petite longueur d'onde, qui détermine une réduction des effets de diffraction, conduit à une *différence* substantielle entre les pertes de divers modes. Cette circonstance permet, premièrement, de réaliser une raréfaction *supplémentaire* (une sélection) des modes jusqu'à obtenir un régime monomode et, deuxièmement, d'assurer un coefficient de surtension bien haut pour un certain nombre de modes et même pour un seul mode quelconque.

Coefficient de surtension du résonateur. — Désignons par $U(0)$ l'énergie du champ de rayonnement dans le résonateur passif à l'instant $t = 0$. Le résonateur étant passif, cette énergie diminuera (s'atténuera) avec le temps par suite de différentes pertes. Nous supposerons que le processus de décroissance de l'énergie est continu et que la diminution de l'énergie $-dU$ pendant un intervalle de temps de t à $t + dt$ est proportionnelle à l'énergie $U(t)$ et à la durée de l'intervalle dt. Ainsi

$$-dU = (1/\tau)\, U\, dt. \tag{2.3.8}$$

Il en résulte que l'énergie du champ dans un résonateur passif doit s'affaiblir avec le temps suivant une loi exponentielle

$$U(t) = U(0) \exp(-t/\tau). \tag{2.3.9}$$

Le paramètre $1/\tau$ caractérise la vitesse d'affaiblissement de l'énergie du champ dans le résonateur; il peut être considéré comme largeur de la raie spectrale du résonateur $\Delta\omega_r$ ($1/\tau = \Delta\omega_r$).

Le coefficient de surtension Q du résonateur est inversement proportionnel à la vitesse de décroissance du champ dans le résonateur:

$$Q = \omega\tau = \omega/\Delta\omega_r \tag{2.3.10}$$

(rappelons à ce propos la relation (2.2.14)). En utilisant (2.3.10), récrivons (2.3.8) sous la forme

$$-dU/dt = U\omega/Q \tag{2.3.11}$$

ou encore

$$Q = \omega U \Big/ \left(-\frac{dU}{dt}\right). \tag{2.3.12}$$

Ainsi, le coefficient de surtension d'un résonateur passif peut être défini par le rapport, multiplié par la fréquence de rayonnement, de l'énergie emmagasinée dans le résonateur à l'énergie perdue par le résonateur par unité de temps. La relation (2.3.12) traduit bien la liaison entre le coefficient de surtension du résonateur et les pertes qui s'y produisent.

Les pertes caractérisant un résonateur ouvert seront réparties en trois groupes: les pertes dues à la transparence du miroir de sortie; les pertes par diffraction dues à ce que les ouvertures des miroirs et de tous les éléments se trouvant à l'intérieur du résonateur ont des dimensions finies; les pertes liées à une absorption partielle du rayonnement à l'intérieur du résonateur, dans ses miroirs, ainsi qu'à la fuite de rayonnement à travers la surface latérale de l'élément actif. Aux §§ 2.1 et 2.2 nous avons utilisé la division des pertes en utiles et en nuisibles. Il est évident que les pertes du *premier* groupe indiquées ci-dessus sont des pertes utiles (la relation (2.1.8) donnant le coefficient de pertes utiles décrit les pertes liées à la transparence des miroirs de la cavité). Les pertes du *troisième* groupe sont évidemment nuisibles. Quant aux pertes *par diffraction*, elles peuvent être nuisibles dans certains cas et utiles dans d'autres cas.

En anticipant un peu, indiquons que dans des résonateurs dits instables les pertes par diffraction assurent la sortie du rayonnement laser du résonateur et de ce fait doivent être considérées comme utiles. Quant aux résonateurs stables, les pertes par diffraction y jouent en règle générale le rôle de pertes nuisibles. Pourtant même dans ce cas, des situations peuvent se présenter lorsque les pertes par diffraction doivent être considérées au moins en partie comme des pertes utiles (par exemple, dans des résonateurs dont le miroir de sortie est constitué par un miroir réfléchissant présentant une ouverture au centre).

Désignons par η le coefficient linéaire de pertes sans préciser la nature des pertes. Cherchons la relation qui lie le coefficient de surtension du résonateur au coefficient de pertes η. A cet effet,

examinons la variation de l'énergie du champ U non en fonction du temps mais en fonction de la coordonnée spatiale longitudinale z comme si l'on étudiait le processus d'affaiblissement du flux lumineux se propageant dans un milieu absorbant :

$$U(z) = U(0) \exp(-\eta z). \tag{2.3.13}$$

La longueur $1/\eta$ est celle sur laquelle l'énergie U est réduite à $1/e$ de sa valeur initiale. Le temps d'affaiblissement qui lui correspond est

$$\tau = 1/\eta v = n/\eta c, \tag{2.3.14}$$

où n est l'indice de réfraction du milieu qui remplit le résonateur. Introduisons (2.3.14) dans (2.3.10), il vient

$$Q = \omega n/\eta c = 2\pi/\eta\lambda. \tag{2.3.15}$$

Désignons par Q_i le coefficient de surtension du résonateur lié aux pertes de i-ième espèce et par Q le coefficient de surtension résultant. Si les différentes espèces de pertes peuvent être considérées séparément les unes des autres, on peut écrire

$$-dU/dt = \sum_i (-dU/dt)_i.$$

Compte tenu de (2.3.11) on en tire

$$1/Q = \sum_i 1/Q_i. \tag{2.3.16}$$

Le résultat (2.3.15) est en accord avec (2.3.16) :

$$\frac{1}{Q} = \frac{\lambda}{2\pi}\eta = \frac{\lambda}{2\pi}\sum_i \eta_i = \sum_i \frac{\lambda\eta_i}{2\pi} = \sum_i \frac{1}{Q_i}.$$

Coefficient de surtension du résonateur dû à la transparence du miroir de sortie. — Le processus d'affaiblissement de l'énergie du champ à l'intérieur du résonateur par suite de la transparence du miroir de sortie peut être examiné commodément en observant la propagation du rayonnement au sein du résonateur d'un miroir vers l'autre. Nous supposerons que le rayonnement quitte le résonateur par l'un des miroirs (coefficient de réflexion R), alors que l'autre miroir est à réflexion totale. Si le rayonnement a parcouru un chemin long de Δz, à l'intérieur d'un résonateur de longueur L, ceci signifie qu'il s'est réfléchi $\Delta z/2L$ fois sur le miroir de sortie. A chacune de telles réflexions le résonateur perd une fraction de l'énergie égale à $1 - R$. Par conséquent, le rayonnement ayant parcouru le trajet Δz perd une énergie

$$-\Delta U = (U\Delta z/2L)(1 - R). \tag{2.3.17}$$

L'allure de la variation de U en fonction de z est représentée sur la fig. 2.10,*a*. C'est une courbe en escalier; la hauteur de chaque « échelon » est égale à $U(z)(1-R)$. La fig. 2.10,*b* montre à titre de comparaison une courbe en trait plein de variation de $U(z)$ définie par la relation (2.3.13). Pour pouvoir utiliser de façon approchée la relation (2.3.13) dans le cas considéré sur la fig. 2.10,*a*, il est

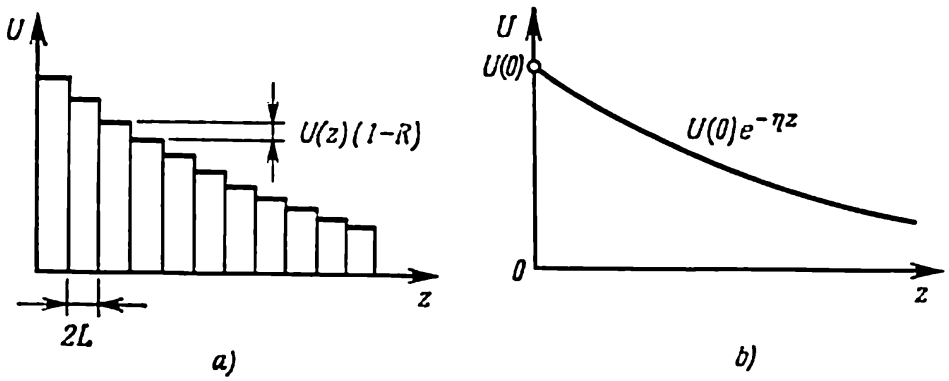


Fig. 2.10

nécessaire de supposer petite la différence $1-R$ qui détermine la hauteur de l'« échelon ». Ceci signifie que le coefficient de réflexion du miroir de sortie doit être suffisamment proche de l'unité. Posons

$$R = 1 - \xi, \quad \text{où} \quad \xi \ll 1. \tag{2.3.18}$$

Dans ce cas on peut passer de (2.3.17) à une relation du type (2.3.13) qui prendra la forme

$$U(z) = U(0) \exp[-(1-R)\, z/2L]. \tag{2.3.19}$$

Il en résulte que le coefficient de pertes utiles dû à la transparence du miroir de sortie du résonateur peut se décrire par l'expression

$$\eta = (1-R)/2L. \tag{2.3.20}$$

En introduisant (2.3.20) dans (2.3.15), on obtient

$$Q = 2\omega Ln/c\,(1-R) = 4\pi L/\lambda\,(1-R). \tag{2.3.21}$$

Précédemment nous avons obtenu pour le coefficient de pertes utiles l'expression (2.1.8). En tenant compte du fait que le résonateur ne possède qu'un seul miroir de sortie, récrivons cette expression sous la forme

$$\eta = (1/2L) \ln (1/R). \tag{2.3.22}$$

En se servant de (2.3.18), on obtient

$$\ln(1/R) = \ln[1/(1-\xi)] \approx \ln(1+\xi) \approx \xi = 1 - R.$$

On voit que l'expression (2.3.22) se transforme en expression (2.3.20) obtenue précédemment.

Coefficient de surtension et modes d'un résonateur ouvert. — Jusqu'ici, nous avons considéré le coefficient de surtension du résonateur sans tenir compte de la structure des modes du rayonnement laser. Or, comme il a déjà été dit, les pertes d'un résonateur ouvert peuvent varier fortement d'un mode à l'autre. Aussi faut-il en toute rigueur considérer non pas le coefficient de surtension en général mais le coefficient de surtension *d'un mode donné dans un résonateur donné*. Soulignons que c'est précisément la différence entre les pertes des différents modes qui est à la base du processus de formation du champ de rayonnement laser; cette circonstance a été mentionnée au § 2.2 à l'occasion du rôle du résonateur dans le laser.

Excitons dans un résonateur passif, par un procédé quelconque, des modes différents et observons le processus de leur atténuation progressive au cours du temps. Les pertes des différents modes étant différentes, ces modes s'affaibliront avec des vitesses différentes, de sorte que la *structure des modes* du champ variera avec le temps. Dans cette structure deviendront de plus en plus prépondérants ceux des modes qui se caractérisent par les plus faibles pertes. Ainsi le résonateur se comporte comme une sorte de « filtre » qui sélectionne dans un champ de rayonnement quelconque celles des composantes qui correspondent aux modes dont les pertes sont les plus faibles. Il est évident qu'en présence d'un milieu actif les modes à haute surtension du résonateur passif se caractériseront par la plus grande différence $(\varkappa_0 - \eta)$; c'est pour cette raison qu'ils seront amplifiés en premier lieu.

Pertes par diffraction. Nombre de Fresnel. — Les pertes par diffraction sont dues à une *valeur finie de l'ouverture* des miroirs du résonateur. Elles dépendent substantiellement de la valeur de l'ouverture, de la forme et du degré d'alignement des miroirs, ainsi que de la géométrie du résonateur qui est déterminée en particulier par sa longueur et les rayons de courbure des miroirs utilisés. Les pertes par diffraction sont bien sensibles à la structure transverse du champ de rayonnement: elles croissent rapidement lorsque les indices transverses m et n des modes augmentent. Il est clair que la prise en compte des pertes par diffraction est un problème d'importance fondamentale et en même temps très compliqué.

Commençons par l'approche la plus simple de ce problème. Reportons-nous au préalable au problème connu de diffraction de Fraunhofer par une ouverture circulaire ou diffraction « à l'infini » (v. par exemple [21]). Supposons qu'une onde lumineuse plane tombe suivant la normale sur une ouverture ronde de rayon a (fig. 2.11,a). Les figures de diffraction dans la zone lointaine (pour $z \gg a$) seront caractérisées par une série d'anneaux de diffraction; le rayon angulaire du premier anneau (rayon fondamental) est déterminé par l'angle de diffraction $\theta \approx \lambda/a$. Des figures de diffraction analogues

apparaissent si au lieu de l'ouverture de rayon a on utilise un miroir réfléchissant plan de rayon a et qu'on considère la diffraction dans la lumière réfléchie et non dans la lumière transmise (fig. 2.11,*b*).

Envisageons un résonateur de longueur L constitué de deux miroirs réfléchissants plans, limités par un contour circulaire de rayon d'ouverture a et parfaitement alignés (fig. 2.12,*a*). L'onde lumineuse réfléchie sur le miroir *1* diffracte dans l'angle $\theta \approx \lambda/a$. Plus cet angle est petit par rapport à l'angle $\alpha = a/L$ sous lequel le miroir *2* est vu du centre du miroir *1*, plus efficace est l'« interception » par le miroir *2* du rayonnement qui se propage depuis le miroir *1* et donc plus faibles sont les pertes de rayonnement dues à la diffraction. Ainsi, pour réduire les pertes par diffraction il faut remplir la condition

$$\lambda/a \ll a/L.$$

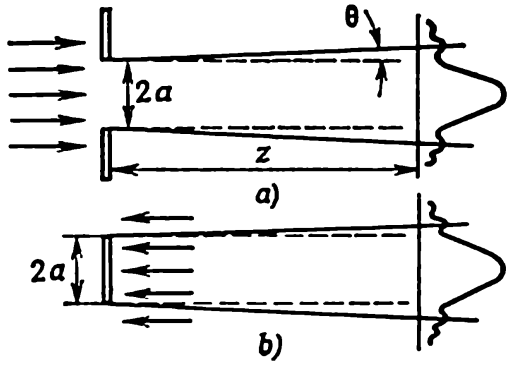


Fig. 2.11

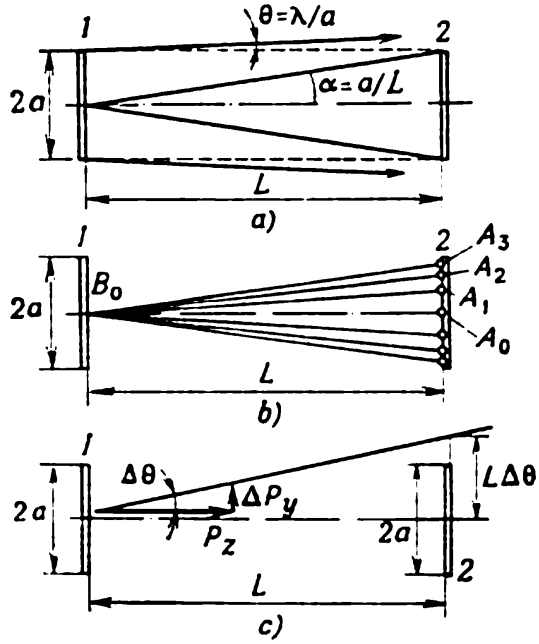


Fig. 2.12

Ecrivons cette condition sous la forme

$$\boxed{a^2/L\lambda \gg 1}. \quad (2.3.23)$$

La quantité

$$N = a^2/L\lambda \quad (2.3.24)$$

est connue sous le nom de *nombre de Fresnel*. Pour mettre en évidence le sens physique de ce paramètre important du résonateur, divisons la surface du miroir *2* en zones de Fresnel observées du centre du miroir *1*. Cette division est indiquée sur la fig. 2.12,*b* par les points A_1, A_2, A_3, ... ($A_1A_0 = \rho_1$ est le rayon de la première zone, $A_2A_0 = \rho_2$ est le rayon extérieur de la deuxième zone et ainsi de suite). Les zones de Fresnel se définissent par les relations

$$A_1B_0 - A_0B_0 = \lambda/2; \quad A_2B_0 - A_1B_0 = \lambda/2;$$

$$A_3B_0 - A_2B_0 = \lambda/2; \ \ldots$$

Il est aisé de voir que

$$L^2+\rho_1^2=(A_1B_0)^2=\left(A_0B_0+\frac{\lambda}{2}\right)^2=$$
$$=\left(L+\frac{\lambda}{2}\right)^2=L^2+L\lambda+\frac{\lambda^2}{4}\approx L^2+L\lambda.$$

Ainsi, l'aire de la première zone de Fresnel vue sur la surface du miroir *2* du centre du miroir *1* est égale à $\pi\rho_1^2=\pi L\lambda$. On peut s'assurer que l'aire de la deuxième, de la troisième et des autres zones de Fresnel sera la même que celle de la première. Par voie de conséquence, le nombre total de zones de Fresnel contenues sur la surface du miroir *2* n'est autre que le rapport $\pi a^2/\pi L\lambda$, c'est-à-dire le nombre de Fresnel. Ainsi, le *nombre de Fresnel* est le nombre de zones de Fresnel qu'on voit sur la surface d'un miroir d'ouverture finie du centre d'un autre miroir. Les pertes par diffraction sont d'autant plus petites que le nombre de zones de Fresnel que recouvre le miroir du résonateur est plus grand.

La description *quantique* permet d'expliquer de façon particulièrement spectaculaire la condition de petitesse des pertes par diffraction (2.3.23) [9]. Supposons qu'un photon se réfléchit sur le miroir *1* vers le résonateur. La coordonnée du photon perpendiculaire à l'axe du résonateur (coordonnée y) présente une indétermination de l'ordre de la dimension de l'ouverture du miroir ($\Delta y\approx a$) et suivant la relation des indéterminations la composante y de l'impulsion de photon doit présenter une indétermination $\Delta P_y\approx$ $\approx\hbar/\Delta y\approx\hbar/a$. Ceci signifie que la direction de mouvement du photon se caractérise par une indétermination $\Delta\theta\approx\Delta P_y/P_z$ (fig. 2.12, *c*). Puisque $P_z=\hbar\omega/c=2\pi\hbar/\lambda$, on a $\Delta\theta\approx\lambda/a$. Lorsque le photon atteint le miroir *2*, sa coordonnée transverse présentera une indétermination de l'ordre de $L\Delta\theta\approx L\lambda/a$. Le miroir *2* doit « intercepter » efficacement les photons réfléchis sur le miroir *1*. A cet effet, il est nécessaire que l'ouverture du miroir soit nettement plus grande que l'indétermination indiquée $a\gg L\lambda/a$. C'est ce qui est exprimé par la condition (2.3.23).

Ainsi qu'on l'a dit plus haut, la question des pertes par diffraction est très compliquée; il est naturel qu'elle n'est pas décrite de façon exhaustive par la condition (2.3.23), c'est-à-dire ne se ramène pas uniquement au nombre de Fresnel. Deux résonateurs ayant un même nombre de Fresnel peuvent se caractériser, pour un même mode transverse, par des valeurs nettement différentes des pertes par diffraction suivant la géométrie des résonateurs tenant compte des rayons de courbure des miroirs. C'est ainsi par exemple que dans un résonateur constitué de deux miroirs *plans* et *parallèles* de $N\approx 1$ les pertes de puissance dues à la diffraction peuvent constituer 10 à 20 % par passage, dans un résonateur *confocal* (résonateur à miroirs sphériques concaves dont les rayons de courbure sont égaux à la

longueur du résonateur), les pertes de puissance dues à la diffraction sont pour les mêmes valeurs du nombre de Fresnel plus petites de un ordre de grandeur (elles ne dépassent pas 1 %) [22]. Ceci signifie que la prise en compte des pertes par diffraction exige qu'en plus du nombre de Fresnel on considère d'autres paramètres du résonateur.

Principaux paramètres d'un résonateur passif constitué de deux miroirs (sphériques ou plans). — Dans ce qui suit nous utiliserons les désignations suivantes: L la longueur du résonateur suivant son axe optique, r_1 et r_2 les rayons de courbure des miroirs; pour un miroir concave $r > 0$ et pour un miroir convexe $r < 0$. En considérant l'ouverture des miroirs, examinons trois cas de nature différente:

1. Les ouvertures des miroirs du résonateur sont *infiniment grandes* (en pratique ceci signifie que le rayon de la tache lumineuse sur le miroir est très inférieur à l'ouverture du miroir). Dans ce cas le nombre de Fresnel est infiniment grand; les pertes par diffraction sont supposées totalement absentes. Les principaux paramètres du résonateur sont [1]:

$$\boxed{g_1 = 1 - L/r_1; \quad g_2 = 1 - L/r_2}. \tag{2.3.25}$$

2. Les ouvertures des miroirs du résonateur sont *finies et égales* (a est le rayon d'ouverture du miroir). Les principaux paramètres du résonateur sont dans ce cas:

$$\boxed{N = a^2/L\lambda; \quad g_1 = 1 - L/r_1; \quad g_2 = 1 - L/r_2}. \tag{2.3.26}$$

3. Les ouvertures des miroirs sont *finies et différentes*. Désignons par a_1 le rayon d'ouverture du miroir de rayon de courbure r_1 et par a_2 celui du miroir de rayon de courbure r_2. Les principaux paramètres du résonateur sont dans ce cas (v. [15, 23]):

$$\boxed{\begin{gathered} N = \frac{a_1 a_2}{L\lambda}; \quad G_1 = \frac{a_1}{a_2} g_1 = \frac{a_1}{a_2}\left(1 - \frac{L}{r_1}\right); \\ G_2 = \frac{a_2}{a_1} g_2 = \frac{a_2}{a_1}\left(1 - \frac{L}{r_2}\right) \end{gathered}}. \tag{2.3.27}$$

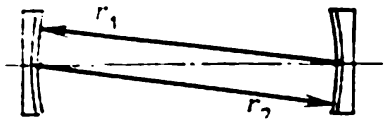
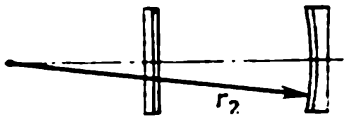
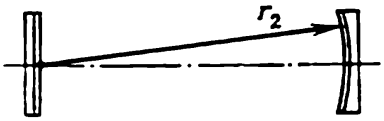
Remarquons que

$$G_1 G_2 = g_1 g_2. \tag{2.3.28}$$

On attire l'attention sur le fait que dans le cas général il est nécessaire de tenir compte non seulement de la géométrie du résonateur mais également du produit et du rapport des ouvertures des miroirs. Les paramètres de quelques résonateurs concrets sont rassemblés dans le Tableau 2.2.

[1] Le rôle des paramètres g_1 et g_2 sera expliqué plus loin.

Tableau 2.2

	Résonateur à miroirs plans et parallèles $r_1 = r_2 = \infty$	$g_1 = 1,\ g_2 = 1$
	Résonateur confocal $r_1 = r_2 = L$	$g_1 = 0,\ g_2 = 0$
	Résonateur semi-confocal $r_1 = \infty,\ r_2 = 2L$	$g_1 = 1,\ g_2 = 1$
	Résonateur concentrique $r_1 = r_2 = L/1$	$g_1 = -1,\ g_2 = -1$
	Résonateur semi-concentrique $r_1 = \infty,\ r_2 = L$	$g_1 = 1,\ g_2 = 0$

En plus des résonateurs à deux miroirs on utilise des *résonateurs* dits *en anneau* dans lesquels le flux lumineux circule suivant un circuit fermé constitué de trois ou d'un plus grand nombre de miroirs. Les résonateurs en anneau et les gyroscopes optiques quantiques qui les utilisent sont examinés dans [24 à 26]; v. aussi [2], chap. 23.

Approximation géométrique. ([1]) — En toute rigueur, l'optique géométrique est le cas limite de l'optique ondulatoire lorsque $\lambda \to 0$. Vu que pour $\lambda = 0$ les phénomènes de diffraction sont en principe impossibles, on dit parfois que l'approximation de l'optique géométrique n'est valable que dans les cas où l'on peut négliger la diffraction. Pourtant une telle condition d'applicabilité de l'optique géométrique se trouve trop sévère. La description *géométrique* n'exclut nullement les *phénomènes de diffraction*. Dans la théorie moderne

([1]) On utilise également le terme d'*approximation de l'optique géométrique*.

de la diffraction on montre que l'infraction des lois de l'optique géométrique n'est observée que dans des zones étroites intermédiaires où prennent naissance des champs de diffraction non prévus par ces lois. La propagation ultérieure de ces champs, loin des endroits où ils sont produits, se décrit de nouveau par les lois de l'optique géométrique (v. [27], p. 6). C'est ce qui explique en particulier l'apparition d'un terme spécial *théorie géométrique de la diffraction.*

Nous allons nous guider de la règle suivante : pour que l'approximation de l'optique géométrique soit applicable, il faut que premièrement. le front d'onde du champ de rayonnement soit suffisamment lisse ; en d'autres termes, il faut que les surfaces équiphases soient suffisamment lisses. Ceci est nécessaire pour pouvoir parler de l'existence de *rayons lumineux*, c'est-à-dire de lignes perpendiculaires en chaque point à la surface équiphase. Deuxièmement, il faut que ces rayons soient *rectilignes* dans un milieu optiquement homogène.

Il s'ensuit en particulier que l'optique géométrique a affaire non seulement aux ondes *planes* (les surfaces équiphases sont des plans), mais également à des ondes *sphériques*, c'est-à-dire à des ondes ayant des surfaces sphériques équiphases à centre commun.

On exprime parfois cette opinion que le critère d'applicabilité de l'approximation de l'optique géométrique aux résonateurs ouverts est une petitesse relative des pertes par diffraction. Dans le cas général, une telle opinion est erronée. Les résonateurs instables se caractérisent par de fortes pertes par diffraction ; néanmoins, de nombreux résultats sont obtenus pour ces résonateurs à l'approximation géométrique. Pour résoudre la question de l'applicabilité de l'optique géométrique, il convient de s'inspirer de la règle énoncée ci-dessus et non de la petitesse des phénomènes de diffraction.

Une étude rigoureuse du processus de formation du champ de rayonnement dans le résonateur exige évidemment d'avoir recours à la *théorie ondulatoire* de la lumière. Pourtant toute une série de questions théoriques relatives aux résonateurs ouverts peuvent être étudiées avec succès à l'approximation de l'optique géométrique. Parmi ces questions indiquons par exemple l'établissement de la condition de stabilité des résonateurs, l'évaluation des différentes pertes, la sélection des modes transverses, la prise en compte des défauts d'alignement des éléments constitutifs du résonateur. L'approximation de l'optique géométrique constitue une bonne base pour la description des résonateurs instables. Quant aux résonateurs stables, on peut utiliser pour leur étude le lien qui existe, comme il a été établi, entre l'optique géométrique et l'optique des faisceaux gaussiens largement utilisée pour la description de tels résonateurs. Comme il est dit dans [4], l'une des surprises les plus agréables de l'optique moderne est la facilité avec laquelle les méthodes de transformation géométrique des rayons peuvent être adaptées à la description de la génération et de la propagation du rayonnement laser.

§ 2.4. GUIDES D'ONDES À LENTILLES ET RÉSONATEURS OUVERTS (APPROXIMATION DE L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE)

En examinant la marche des rayons lumineux dans un guide d'ondes à lentilles ou dans un résonateur ouvert, nous utiliserons l'approximation *paraxiale*, c'est-à-dire nous supposerons que l'angle α que le rayon lumineux fait avec l'axe optique du guide (ou du résonateur) est toujours si petit qu'on peut poser $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$.

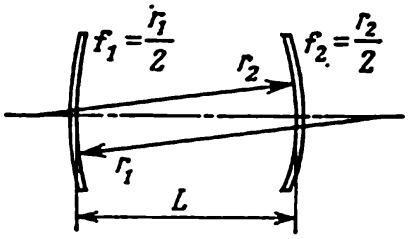


Fig. 2.13

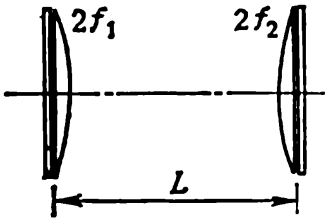


Fig. 2.14

Guide d'ondes à lentilles et résonateur ouvert. — Les *résonateurs ouverts* offrent une analogie assez complète avec les *guides d'ondes à lentilles* [7, 15].

Considérons un résonateur ouvert de longueur L constitué de deux miroirs sphériques concaves de rayons de courbure r_1 et r_2 (fig. 2.13) ; les distances focales de ces miroirs sont égales respectivement à $f_1 = r_1/2$ et $f_2 = r_2/2$. Un miroir concave de distance focale f_i est optiquement équivalent à la combinaison d'un miroir plan et d'une lentille plan-convexe ayant une distance focale $2f_i$. De ce fait, le résonateur représenté sur la fig. 2.13 peut être remplacé par le résonateur de la fig. 2.14 utilisant au lieu des miroirs concaves la combinaison mentionnée d'un miroir plan et d'une lentille plan-convexe.

Faisons un pas suivant : passons du résonateur de la fig. 2.14 à un guide d'ondes à lentilles constitué de lentilles bi-convexes de distances focales alternées f_1 et f_2 ; la distance entre deux lentilles consécutives est égale à L (fig. 2.15). Le système de la fig. 2.15 est optiquement équivalent au système de la fig. 2.14 et donc à celui de la fig. 2.13. Il est vrai que dans les systèmes représentés sur les fig. 2.13 et 2.14 l'onde lumineuse *inverse* le sens de sa propagation chaque fois qu'elle atteint un miroir, alors que dans le système de la fig. 2.15 l'onde lumineuse se propage toujours dans le *même* sens.

Ainsi, un résonateur ouvert constitué de miroirs sphériques de rayons de courbure r_1 et r_2 est *optiquement équivalent* à un guide d'ondes à lentilles utilisant des lentilles de distances focales alter-

nées $f_1 = r_1/2$ et $f_2 = r_2/2$. Le pas du guide d'ondes (distance entre deux lentilles consécutives) est égal à la longueur du résonateur. A un miroir concave du résonateur correspondent des lentilles convergentes du guide et à un miroir convexe des lentilles divergentes.

Le résonateur diffère du guide d'ondes à lentilles en ce qu'il sélectionne des fréquences *déterminées* (*discrètes*), alors que le guide se caractérise par un spectre continu de fréquences. Pour le restant

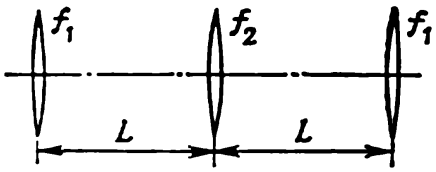


Fig. 2.15

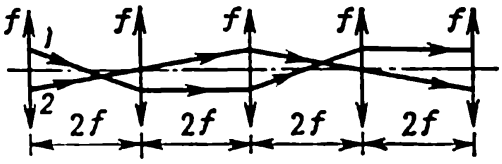


Fig. 2.16

le résonateur et le guide sont analogues l'un à l'autre. Dans le guide, de même que dans le résonateur, sont excités et entretenus des modes transverses déterminés.

L'analogue d'un résonateur confocal est le guide d'ondes à lentilles représenté sur la fig. 2.16 (guide d'ondes à lentilles *confocales*). Toutes les lentilles d'un tel guide d'ondes ont même distance focale f et le pas du guide est égal à la double distance focale ($L = 2f$). La figure montre deux rayons lumineux (*1* et *2*) qui se propagent dans le guide examiné. On voit sur l'exemple de ces rayons que le guide d'ondes confocal est apte à conduire la lumière : il y existe des rayons lumineux qui ne quittent pas les limites du guide (ne s'échappent pas par la frontière latérale du guide).

Un guide d'ondes à lentilles capable de maintenir le rayonnement au voisinage de l'axe optique est dit *stable*. Un résonateur ouvert qui lui correspond est dit lui aussi *stable*. En plus des guides stables il existe aussi des guides d'ondes dans lesquels les rayons lumineux s'écartent, au fur et à mesure de leur propagation, de l'axe optique à des distances de plus en plus grandes de sorte qu'ils finissent par quitter le guide. De tels guides d'ondes sont appelés guides *instables* et les résonateurs qui leur correspondent sont dits *instables*. Un exemple évident de guide d'ondes instable est fourni par un guide constitué de lentilles divergentes. Son analogue est un résonateur constitué de miroirs convexes.

Condition de stabilité d'un guide d'ondes à lentilles alternées [1]. — Proposons-nous d'établir la condition que doivent remplir les

[1] Ici et dans ce qui suit nous limitons nos descriptions à celles des rayons lumineux qui se situent dans des plans passant par l'axe optique du guide d'ondes ou du résonateur (les rayons sagittaux ne sont pas considérés). De plus, nous supposons que le guide d'ondes présente une symétrie cylindrique. Dans ce cas on peut considérer un problème à deux dimensions (problème plan).

paramètres (L, f_1, f_2) d'un guide d'ondes à lentilles pour que celui-ci soit stable. Rappelons au préalable l'équation de la lentille mince en nous reportant à cet effet à la fig. 2.17. Deux rayons lumineux parallèles qui font un angle α avec l'axe optique OO, passent à travers la lentille et se focalisent en un point A situé dans le plan focal. Nous supposons que les angles α et α' sont suffisamment petits si bien que $\operatorname{tg}\alpha \approx \approx \alpha$ et $\operatorname{tg}\alpha' \approx \alpha'$ (approximation paraxiale). Dans ce cas $f\alpha = f\alpha' + y$ (v. la figure). Ainsi

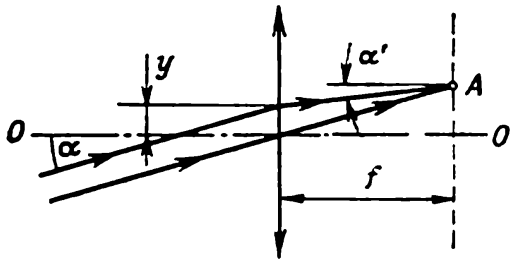


Fig. 2.17

$$\alpha' - \alpha = -y/f. \qquad (2.4.1)$$

C'est l'*équation de la lentille mince*. Elle exprime la différence d'angles d'inclinaison du rayon sur l'axe optique, après et avant le passage par la lentille, par la distance focale f et la distance y entre le point de rencontre du rayon avec la lentille et l'axe optique.

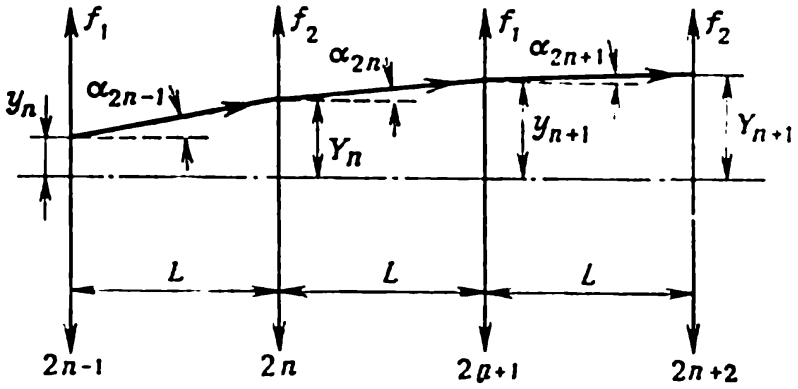


Fig. 2.18

Considérons un guide d'ondes à lentilles dans lequel les distances focales des lentilles alternent : f_1, f_2, f_1, f_2, . . . La marche du rayon lumineux dans un tel guide est montrée sur la fig. 2.18. En faisant usage de (2.4.1), écrivons

$$\alpha_{2n} - \alpha_{2n-1} = -Y_n/f_2; \qquad (2.4.2)$$

$$\alpha_{2n+1} - \alpha_{2n} = -y_{n+1}/f_1. \qquad (2.4.3)$$

Il résulte des considérations purement géométriques (v. fig. 2.18) que

$$Y_n = y_n + L\alpha_{2n-1}; \qquad (2.4.4)$$

$$y_{n+1} = Y_n + L\alpha_{2n}; \qquad (2.4.5)$$

$$Y_{n+1} = y_{n+1} + L\alpha_{2n+1}. \qquad (2.4.6)$$

En soustrayant (2.4.4) de (2.4.5) et en tenant compte de (2.4.2), on trouve

$$y_{n+1} + y_n = Y_n (2 - L/f_2). \qquad (2.4.7)$$

En soustrayant (2.4.5) de (2.4.6) et en tenant compte de (2.4.3), on trouve

$$Y_{n+1} + Y_n = y_{n+1} (2 - L/f_1). \qquad (2.4.8)$$

Remplaçons dans (2.4.8) n par $n - 1$ et additionnons la relation obtenue et (2.4.8) ; il vient

$$Y_{n+1} + 2Y_n + Y_{n-1} = (y_{n+1} + y_n) (2 - L/f_1).$$

En introduisant dans cette expression le résultat (2.4.7), on obtient une équation qui relie les positions du rayon seulement sur des lentilles paires (lentilles à distance focale f_2) :

$$Y_{n+1} - 2 [2 (1 - L/2f_1) (1 - L/2f_2) - 1] Y_n + Y_{n-1} = 0. \qquad (2.4.9)$$

Il est aisé de s'assurer que l'équation pour les positions du rayon sur des lentilles impaires aura une forme identique.

La solution de l'équation (2.4.9) peut être représentée sous la forme

$$Y_n = A \exp (in \varphi) + B \exp (-in \varphi). \qquad (2.4.10)$$

Pour déterminer le paramètre φ, introduisons dans l'équation (2.4.9) le premier terme du second membre de (2.4.10) ; il vient

$$[\exp (i\varphi) + \exp (-i\varphi)]/2 = 2 (1 - L/2f_1) (1 - L/2f_2) - 1. \qquad (2.4.11)$$

La stabilité d'un guide d'ondes signifie que quels que soient n, les valeurs de Y_n (de même que celles de y_n) doivent être comprises dans les limites d'une région limitée au voisinage de zéro ; de ce fait le paramètre φ doit être réel (sinon il apparaît dans (2.4.10) un terme qui croît indéfiniment avec l'augmentation de n). Si le paramètre φ est réel, on a $[\exp (i\varphi) + \exp (-i\varphi)]/2 = \cos \varphi$. Ainsi dans le cas d'un guide d'ondes stable la relation (2.4.11) prend la forme

$$\cos \varphi = 2 (1 - L/2f_1) (1 - L/2f_2) - 1. \qquad (2.4.12)$$

On en déduit la *condition de stabilité du guide d'ondes* : $-1 \leqslant \cos \varphi \leqslant 1$ qui peut se mettre sous la forme

$$\boxed{0 \leqslant (1 - L/2f_1) (1 - L/2f_2) \leqslant 1}. \qquad (2.4.13)$$

Résonateurs ouverts stables et instables; diagramme de stabilité. — Mettons à profit l'analogie qui existe entre un guide d'ondes à lentilles de paramètres L_1, f_1, f_2 et un résonateur ouvert de paramètres L, $r_1 = 2f_1$, $r_2 = 2f_2$; introduisons à cet effet les paramètres g_1 et g_2 (v. (2.3.25)). Cette analogie permet de transformer la condition de stabilité du guide d'ondes (2.4.13) en *condition de stabilité*

du résonateur

$$\boxed{0 \leqslant g_1 g_2 \leqslant 1}. \tag{2.4.14}$$

Si les paramètres g_1 et g_2 du résonateur ouvert satisfont à la condition (2.4.14), un tel résonateur est capable de confiner le rayonnement; dans le cas contraire, le résonateur n'est pas en mesure de retenir le rayonnement (même si les deux miroirs sont à réflexion totale).

La condition de stabilité (2.4.14) est souvent représentée graphiquement, dans un plan de coordonnées, en portant les valeurs

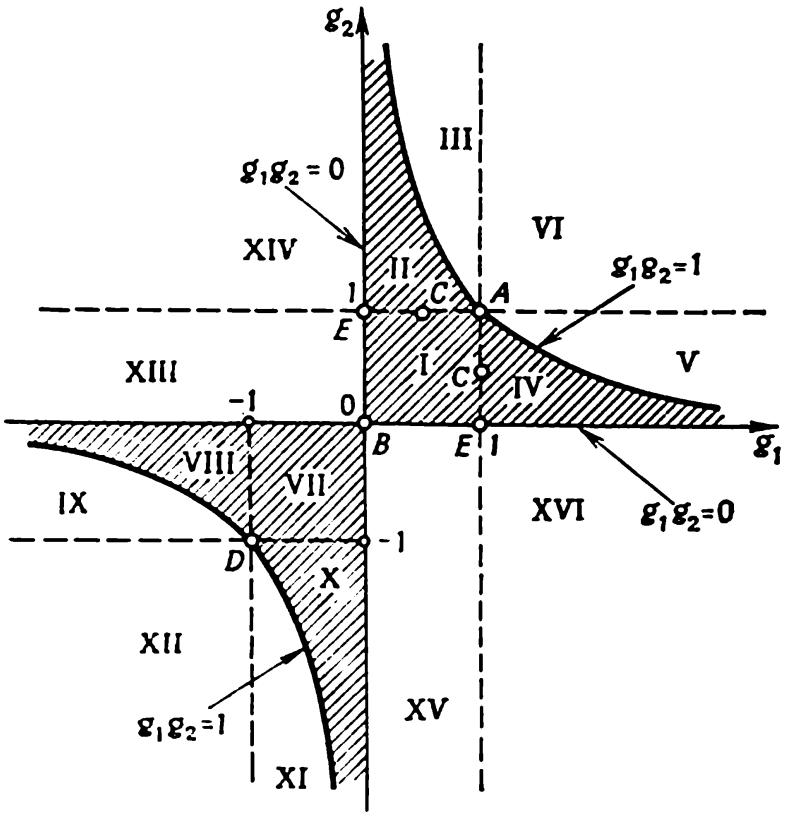


Fig. 2.19

de g_1 et g_2 sur ses axes (v. fig. 2.19). Si le résonateur est « représenté » par un point du plan (g_1, g_2), les résonateurs stables se situeront suivant (2.4.14) dans la région hachurée de la figure y compris ses frontières décrites par les courbes $g_1g_2 = 1$ et $g_1g_2 = 0$. Le diagramme de la fig. 2.19 est dit *diagramme de stabilité* des résonateurs.

Le plan g_1g_2 de la fig. 2.19 est divisé en régions désignées par des chiffres romains (de I à XVI). A chacune de ces régions correspond un type déterminé de géométrie du résonateur. Les différents types de géométrie des résonateurs sont rassemblés dans le Tableau 2.3.

Remarquons qu'au point de vue physique la stabilité d'un guide d'ondes à lentilles ou d'un résonateur ouvert est liée à une valeur relativement *petite* des pertes par diffraction. Ainsi, la sortie au-delà de la région hachurée sur la fig. 2.19 est liée à une augmentation considérable des pertes dues à la diffraction. Les courbes $g_1g_2 = 1$ et $g_1g_2 = 0$ délimitent les domaines des pertes par diffraction faibles et élevées. Il est intéressant de noter que pour de *fortes* valeurs du nombre de Fresnel on observe un passage brusque d'un de ces domaines à un autre (v. [28]).

Dans la fig. 2.19, le point A « représente » un résonateur à miroirs plans et parallèles, le point B un résonateur confocal, le point C un résonateur semi-confocal, le point D un résonateur concentrique et le point E un résonateur semi-concentrique. Les résonateurs à miroirs plans et parallèles, confocal, concentrique et semi-concentrique tombent sur la frontière du domaine de stabilité. Ceci signifie que dans ces résonateurs les pertes par diffraction sont sensibles (surtout dans le cas de fortes valeurs du nombre de Fresnel) aux écarts des paramètres par rapport aux valeurs théoriquement idéales. Aussi, en pratique, préfère-t-on s'écarter intentionnellement vers le domaine de stabilité au moyen d'une petite modification de la longueur du résonateur. Il va sans dire que dans le cas du résonateur à miroirs plans et parallèles un tel procédé est inapplicable.

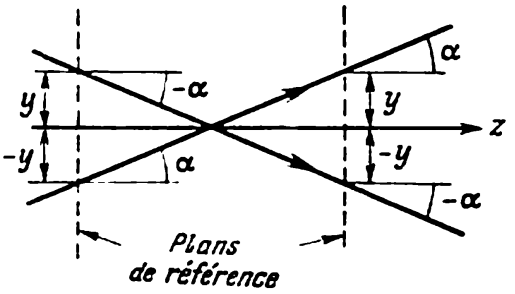


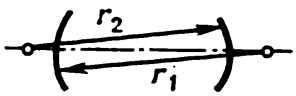
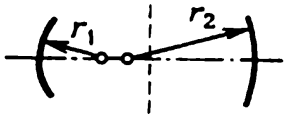
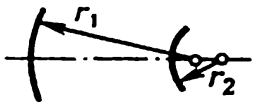
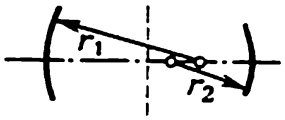
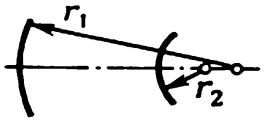
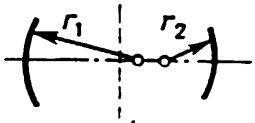
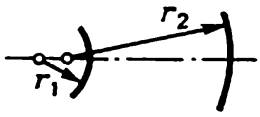
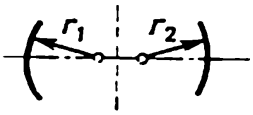
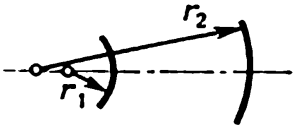
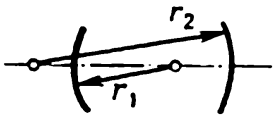
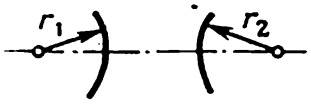
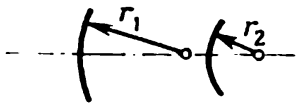
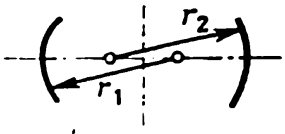
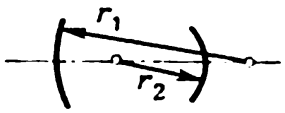
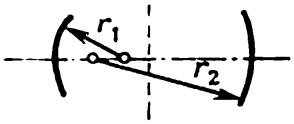
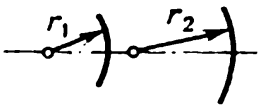
Fig. 2.20

Matrice de passage d'un rayon lumineux. — Nous appellerons *plan de référence* $z = z_1$ un plan passant perpendiculairement à l'axe optique (axe z) à une certaine distance z_1 à l'origine des coordonnées. Un rayon lumineux qui traverse le plan de référence $z = z_1$ se caractérise par deux paramètres : la distance $y(z_1)$ à l'axe optique et la tangente de l'angle d'inclinaison sur l'axe $\alpha(z_1)$. Dans l'approximation paraxiale, le paramètre $\alpha(z)$ peut être considéré tout simplement comme l'angle d'inclinaison du rayon sur l'axe. Pour pouvoir décrire la transformation que subit le rayon lorsqu'il passe du plan de référence $z = z_1$ à un autre plan de référence $z = z_2$, il est nécessaire d'indiquer la règle de passage des paramètres $y(z_1)$, $\alpha(z_1)$ aux paramètres $y(z_2)$, $\alpha(z_2)$.

La fig. 2.20 représente deux rayons et deux plans de référence. On y voit bien dans quels cas un paramètre donné du rayon est positif et dans quels cas il est négatif.

En examinant la transformation du rayon lors de sa propagation d'un plan de référence à un autre, nous désignerons le plan de réfé-

Tableau 2.3

I  $r_1 > L$, $r_2 > L$	IX  $0 < r_1 < L/2$, $L/2 < r_2 < L$, $(r_1+r_2) < L$
II  $r_1 > L$, $r_2 < 0$, $(r_1-L) < \|r_2\|$	X  $L/2 < r_1 < L$, $0 < r_2 < L/2$, $(r_1+r_2) > L$
III  $r_1 > L$, $r_2 < 0$, $(r_1-L) > \|r_2\|$	XI  $L/2 < r_1 < L$, $0 < r_2 < L/2$, $(r_1+r_2) < L$
IV  $r_1 < 0$, $r_2 > L$, $(r_2-L) < \|r_1\|$	XII  $0 < r_1 < L/2$, $0 < r_2 < L/2$
V  $r_1 < 0$, $r_2 > L$, $(r_2-L) > \|r_1\|$	XIII  $0 < r_1 < L$, $r_2 > L$
VI  $r_1 < 0$, $r_2 < 0$	XIV  $0 < r_1 < L$, $r_2 < 0$
VII  $L/2 < r_1 < L$, $L/2 < r_2 < L$	XV  $r_1 > L$, $0 < r_2 < L$
VIII  $0 < r_1 < L/2$, $L/2 < r_2 < L$, $(r_1+r_2) > L$	XVI  $r_1 < 0$, $0 < r_2 < L$

rence initial par P_1 (paramètres du rayon : y_1, α_1) et le plan de référence final par P_2 (paramètres du rayon : y_2, α_2). La transformation du rayon se propageant de P_1 à P_2 se décrit par les relations

$$y_2 = Ay_1 + B\alpha_1; \quad \alpha_2 = Cy_1 + D\alpha_1 \tag{2.4.15}$$

ou encore, sous forme matricielle,

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}. \tag{2.4.16}$$

La matrice $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ est appelée *matrice de passage du rayon* (matrice de transformation du rayon).

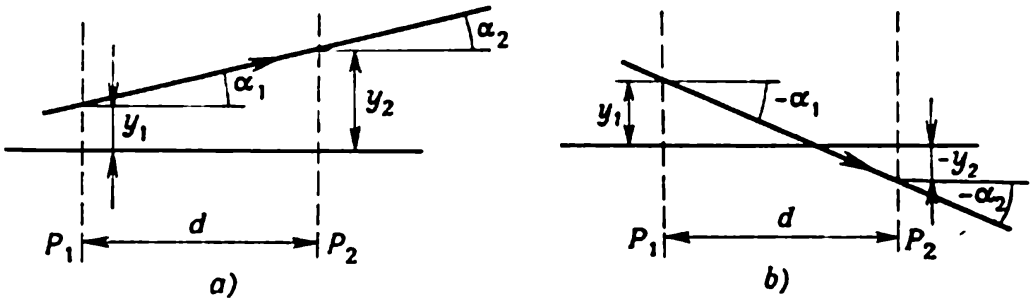


Fig. 2.21

Supposons qu'un rayon lumineux traverse un espace libre d'étendue d (fig. 2.21, *a*). Dans ce cas

$$y_2 = y_1 + \alpha_1 d; \quad \alpha_2 = \alpha_1. \tag{2.4.17}$$

La comparaison de (2.4.17) et (2.4.15) permet de conclure que $A = 1$, $B = d$, $C = 0$, $D = 1$. Ainsi

$$M(d) = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \tag{2.4.18}$$

$M(d)$ est la désignation de la matrice de passage du rayon dans l'espace libre d'étendue d.

La forme de la matrice $M(d)$ ne dépend pas du choix du rayon lumineux. Considérons par exemple le rayon représenté sur la fig. 2.21, *b*. Dans ce cas

$$y_1 + (-y_2) = (-\alpha_1)\, d; \quad -\alpha_2 = -\alpha_1.$$

Il est facile de voir que ce système d'équations est équivalent au système (2.4.17).

La transformation du rayon dans une lentille convergente mince est illustrée par la fig. 2.22, *a*. En tenant compte de l'équation de la lentille mince (2.4.1), on peut écrire

$$y_2 = y_1; \quad \alpha_2 = (-1/f)\, y_1 + \alpha_1. \tag{2.4.19}$$

Ainsi, la matrice de passage du rayon $M(f)$ pour une lentille mince de distance focale f revêt la forme suivante :

$$M(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.4.20}$$

Si la lentille est convergente, $f > 0$, si elle est divergente, $f < 0$.

La transformation du rayon qui traverse d'abord un espace libre d'étendue d et ensuite une lentille mince de distance focale f est

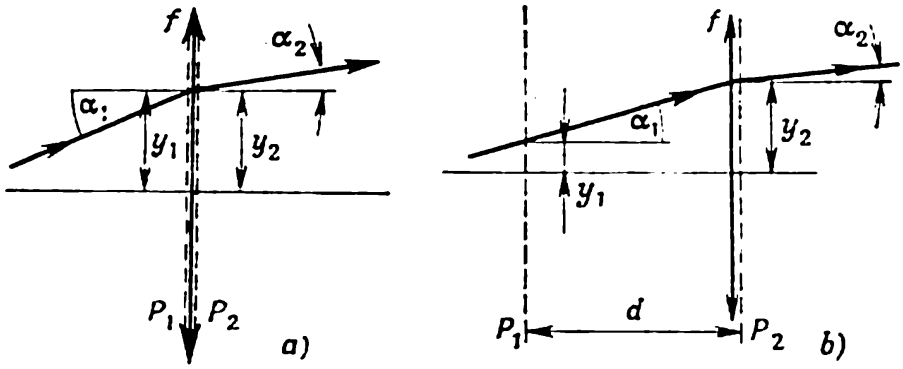


Fig. 2.22

illustrée sur la fig. 2.22,*b*. Il est facile de voir que

$$y_2 = y_1 + \alpha_1 d; \quad \alpha_2 = (-1/f)\, y_2 + \alpha_1 = \\ = (-1/f)\,(y_1 + \alpha_1 d) + \alpha_1$$

ou

$$y_2 = y_1 + \alpha_1 d; \quad \alpha_2 = (-1/f)\, y_1 + (1 - d/f)\, \alpha_1. \tag{2.4.21}$$

Ainsi, dans le cas considéré, la matrice de passage du rayon (notons-la $M(d \to f)$) prend la forme

$$M(d \to f) = \begin{pmatrix} 1 & d \\ -1/f & 1 - d/f \end{pmatrix}. \tag{2.4.22}$$

On obtient le même résultat en multipliant la matrice $M(f)$ par la matrice $M(d)$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ -1/f & 1 - d/f \end{pmatrix}.$$

Par conséquent

$$M(d \to f) = M(f)\, M(d). \tag{2.4.23}$$

Ainsi, la matrice correspondant à deux transformations successives est égale au *produit* des matrices de ces transformations. La règle

de multiplication des matrices de passage du rayon s'étend également à des systèmes plus complexes.

Supposons par exemple que le rayon lumineux passe par le système de lentilles minces représenté sur la fig. 2.23. Le rayon se propage de gauche à droite, du plan de référence P_1 au plan de référence P_2. La matrice de transformation du rayon lumineux se propageant de P_1 à P_2 est définie par le produit des matrices de passage élémentaires, c'est-à-dire des matrices du type $M(d)$ et $M(f)$:

$$M(d_1 \to f_1 \to d_2 \to f_2 \to d_3) = \\ = M(d_3)\, M(f_2)\, M(d_2)\, M(f_1)\, M(d_1). \tag{2.4.24}$$

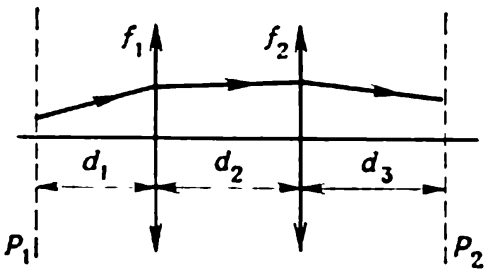


Fig. 2.23

Soulignons que l'ordre dans lequel les matrices à multiplier sont placées au second membre de la relation (2.4.24) est *inverse* de l'ordre dans lequel s'effectuent les transformations subies par le rayon lumineux (comme si on lisait le second membre en sens inverse, c'est-à-dire de droite à gauche et non de gauche à droite). Cette circonstance se manifeste déjà dans (2.4.23).

La remarque que nous venons de faire est bien importante parce que le produit matriciel n'est pas *commutatif*. Quant à la loi d'*associativité*, elle est réalisée par le produit de matrices. Les matrices peuvent donc être multipliées deux à deux de façons différentes. C'est ainsi par exemple que les matrices figurant dans (2.4.24) peuvent se multiplier suivant le schéma

$$M(d_3)\,\{M(f_2)\,[M(d_2)\,(M(f_1)\,M(d_1))]\},$$

mais on peut également choisir le schéma

$$[M(d_3)\,(M(f_2)\,M(d_2))]\,[M(f_1)\,M(d_1)]$$

ou enfin le schéma

$$[M(d_3)\,M(f_2)]\,[(M(d_2)\,M(f_1))\,M(d_1)]$$

ou encore un autre schéma. Il importe seulement que l'ordre de placement des matrices dans le produit reste bien déterminé tel qu'il est montré dans la relation (2.4.24).

Le Tableau 2.4 indique six matrices de passage du rayon lumineux. Les trois premières ont été examinées plus haut. Quant aux trois dernières (qui décrivent la réfraction du rayon à la surface de séparation de deux milieux), nous laissons au lecteur le soin de les

analyser. Mentionnons pour terminer que toutes les matrices de passage du rayon vérifient la relation

$$AD - BC = n_1/n_2, \tag{2.4.25}$$

où n_1 est l'indice de réfraction du milieu dans lequel se trouve le plan de référence initial et n_2 l'indice de réfraction du milieu contenant le plan de référence final. La relation (2.4.25) traduit la propriété de *réversibilité* de marche des rayons lumineux.

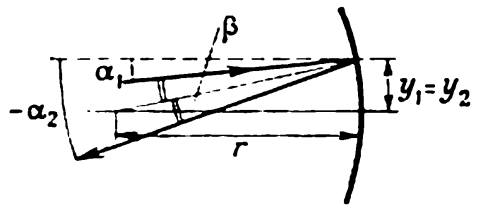


Fig. 2.24

Matrice de passage d'un rayon pour une double traversée du résonateur. — Recherchons au préalable la matrice de transformation du rayon dans le cas où il se réfléchit sur un miroir de rayon de courbure r. L'examen de la fig. 2.24 montre que

$$-\alpha_2 = \alpha_1 + 2\beta; \quad (\alpha_1 + \beta)\, r = y_1.$$

En faisant disparaître β, on trouve $\alpha_2 = -(2y_1/r) + \alpha_1$. En tenant compte que $y_1 = y_2$, on obtient pour la matrice cherchée l'expression suivante:

$$M(r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/r & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.4.26}$$

Si le miroir est concave, $r > 0$, s'il est convexe, $r < 0$. La matrice (2.4.26) peut se mettre sous la forme (2.4.20) car la distance focale

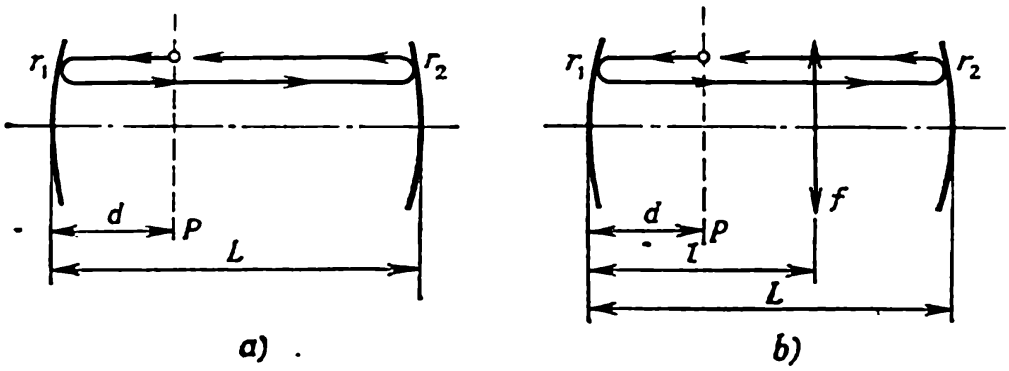


Fig. 2.25

d'un miroir de rayon de courbure r est égale à $f = r/2$. On observe ici l'analogie entre les guides d'ondes à lentilles et les résonateurs à miroirs sphériques que nous avons examinée plus haut.

Considérons un résonateur de longueur L utilisant des miroirs de rayons de courbure r_1 (pour le miroir de gauche) et r_2 (pour le miroir de droite). Choisissons un plan de référence P en le situant

Tableau 2.4

Schéma de la transformation et comportement du rayon lumineux		Matrice de passage
Espace libre d'étendue d	P_1 d P_2	$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Lentille mince de distance focale f	f P_1 P_2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$
Combinaison de l'espace libre et d'une lentille mince	f P_1 d P_2	$\begin{pmatrix} 1 & d \\ -\frac{1}{f} & 1-\frac{d}{f} \end{pmatrix}$
Réfraction à la surface plane de séparation de deux milieux (n_1, n_2)	n_1 n_2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$
Milieu d'étendue d d'indice de réfraction n (surfaces planes terminales)	n P_1 P_2 d	$\begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Réfraction à la surface sphérique de séparation de deux milieux (n_1, n_2)	n_1 (r) n_2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2-n_1}{n_2} & \frac{1}{r}\frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$

à la distance d du miroir de gauche. Cherchons la matrice de passage du rayon effectuant une double traversée du résonateur à partir du plan P (comme l'indiquent les flèches de la fig. 2.25, *a*). Cette matrice peut être présentée sous la forme du produit suivant :

$$M\,(d \to r_1 \to L \to r_2 \to (L-d)) = \\ = M\,(L-d)\,M\,(r_2)\,M\,(L)\,M\,(r_1)\,M\,(d). \quad (2.4.27)$$

En utilisant (2.4.18) et (2.4.26), effectuons la multiplication des matrices :

$$\begin{pmatrix} 1 & L-d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/r_2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/r_1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] = \\ = \begin{pmatrix} 1 & L-d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} 1 & L \\ -2/r_2 & 1-2L/r_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & d \\ -2/r_1 & 1-2d/r_1 \end{pmatrix}\right] = \\ = \begin{pmatrix} 1 & L-d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} 1-\frac{2L}{r_1} & L+d-\frac{2dL}{r_1} \\ \frac{4L}{r_1 r_2}-\frac{2}{r_1}-\frac{2}{r_2} & 1+\frac{4Ld}{r_1 r_2}-\frac{2d}{r_1}-\frac{2}{r_2}(L+d) \end{pmatrix}.$$

On obtient finalement la matrice de passage du rayon effectuant la double traversée montrée sur la fig. 2.25, *a*[1] sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} 1+\frac{4L}{r_1 r_2}(L-d)-\frac{2}{r_1}(2L-d)-\frac{2}{r_2}(L-d) \\ 2L+\frac{4Ld}{r_1 r_2}(L-d)-\frac{2d}{r_1}(2L-d)-\frac{2}{r_2}(L^2-d^2) \\ \frac{4L}{r_1 r_2}-\frac{2}{r_1}-\frac{2}{r_2} \quad 1+\frac{4Ld}{r_1 r_2}-\frac{2d}{r_1}-\frac{2}{r_2}(L+d) \end{pmatrix}. \quad (2.4.28)$$

Supposons qu'une lentille de distance focale f soit introduite dans le résonateur et placée à droite du plan P à une distance l du miroir de gauche (fig. 2.25, *b*). Dans ce cas, pour calculer la matrice de double traversée du résonateur depuis le plan P, il convient d'utiliser au lieu de (2.4.27) la relation suivante :

$$M\,(d \to r_1 \to l \to f \to (L-l) \to r_2 \to (L-l) \to f \to (l-d)) = \\ = M\,(l-d)\,M\,(f)\,M\,(L-l)\,M\,(r_2)\,M\,(L-l)\,M\,(f)\,M\,(l)\,M\,(r_1)\,M\,(d). \\ (2.4.29)$$

---

[1] Il est aisé de s'assurer que les déterminants de toutes les matrices de passage du rayon que nous considérons ici sont égaux à l'unité ($AD - BC = 1$).

L'approximation de l'optique géométrique est inapplicable à l'étude du champ à l'intérieur du résonateur même dans le cas des grandes ouvertures des miroirs. Néanmoins, les matrices de passage obtenues dans le cadre de l'optique géométrique s'avèrent bien utiles; comme il sera montré au § 2.8, les mêmes matrices décrivent la transformation des faisceaux gaussiens [1].

§ 2.5. DÉSACCORDS D'UN RÉSONATEUR OUVERT [2]

L'approximation de l'optique géométrique permet de tenir compte des effets dus à un désaccord du résonateur ouvert liés à ce que certains éléments optiques du résonateur (lentilles, miroirs, etc.) se trouvent plus ou moins *désalignés* [3].

Désalignement d'un élément optique. — Le désalignement d'un élément peut avoir pour cause son petit *déplacement* par rapport à l'axe optique ou sa

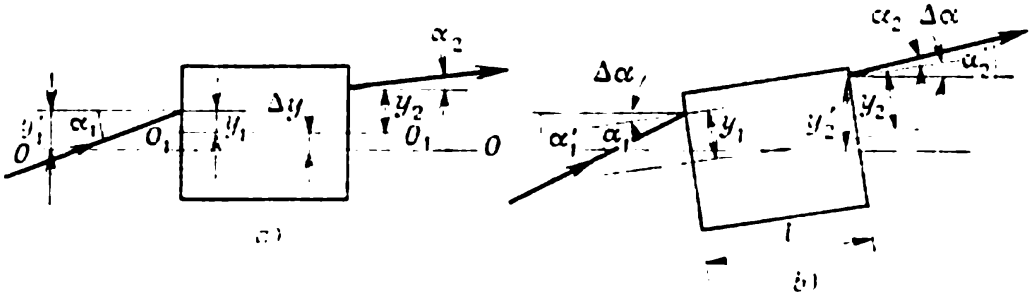


Fig. 2.26

rotation d'un petit angle par rapport à l'axe du résonateur. Lorsque l'alignement d'un élément est parfait, son axe optique *se confond* avec l'axe optique du résonateur; il n'en est plus de même si l'élément est désaligné. Nous désignerons respectivement par y_1, α_1 et y_2, α_2 les paramètres du rayon lumineux, à l'entrée et à la sortie de l'élément, considérés par rapport à l'axe optique de cet élément et par y_1', α_1' et y_2', α_2' les paramètres du rayon, à l'entrée et à la sortie de l'élément, considérés par rapport à l'axe optique du résonateur. La transformation de y_1, α_1 à y_2, α_2 se décrit par la matrice de passage du rayon de l'élément considéré

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_é & B_é \\ B_é & D_é \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}. \tag{2.5.1}$$

Le problème consiste à établir comment se produit la transformation de y_1', α_1' à y_2', α_2' dans le cas d'un élément désaligné.

Déplacement de l'élément optique. Supposons que l'axe optique O_1O_1 se trouve décalé d'une distance suffisamment petite Δy par rapport à l'axe optique OO du résonateur (fig. 2.26, *a*). Dans ce cas on a

$$y_1 = y_1' - \Delta y; \quad \alpha_1 = \alpha_1'; \quad y_2 = y_2' - \Delta y; \quad \alpha_2 = \alpha_2'. \tag{2.5.2}$$

---

(1) C'est ainsi par exemple que la matrice (2.4.28) sera utilisée au § 2.9 lors de l'étude du champ dans un résonateur qui forme un faisceau gaussien.

(2) Ce paragraphe est écrit avec la participation de V. Kouchnir.

(3) Les effets dus à un alignement imparfait du résonateur sont examinés par exemple dans [4]. Les guides d'ondes à lentilles présentant des défauts d'alignement des lentilles sont examinés dans [7].

En introduisant (2.5.2) dans (2.5.1), écrivons

$$\begin{pmatrix} y_2' - \Delta y \\ \alpha_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_é & B_é \\ C_é & D_é \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1' - \Delta y \\ \alpha_1' \end{pmatrix}$$

ou

$$y_2' = A_é y_1' + B_é \alpha_1' + (1 - A_é)\,\Delta y;$$
$$\alpha_2' = C_é y_1' = D_é \alpha_1' - C_é\,\Delta y$$

ou encore

$$\begin{pmatrix} y_2' \\ \alpha_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_é & B_é \\ C_é & D_é \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1' \\ \alpha_1' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (1 - A_é)\,\Delta y \\ -C_é \Delta y \end{pmatrix}. \tag{2.5.3}$$

Inclinaison de l'élément optique. Supposons que l'axe optique O_1O_1 de l'élément soit tourné d'un angle suffisamment petit $\Delta\alpha$ par rapport à l'axe optique OO du résonateur (fig. 2.26, *b*). Dans ce cas on a

$$y_1 \approx y_1' + l\,\Delta\alpha/2; \quad \alpha_1 = \alpha_1' - \Delta\alpha; \quad y_2 \approx y_2' - l\,\Delta\alpha/2;$$
$$\alpha_2 = \alpha_2' - \Delta\alpha. \tag{2.5.4}$$

En introduisant (2.5.4) dans (2.5.1), écrivons

$$\begin{pmatrix} y_2' - \frac{l}{2}\,\Delta\alpha \\ \alpha_2' - \Delta\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_é & B_é \\ C_é & D_é \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1' + \frac{l}{2}\,\Delta\alpha \\ \alpha_1' - \Delta\alpha \end{pmatrix}$$

ou encore

$$\begin{pmatrix} y_2' \\ \alpha_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_é & B_é \\ C_é & D_é \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1' \\ \alpha_1' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \left[(1 + A_é)\frac{l}{2} - B_é\right]\Delta\alpha \\ \left[1 + C_é\frac{l}{2} - D_é\right]\Delta\alpha \end{pmatrix}. \tag{2.5.5}$$

L'inclinaison montrée sur la fig. 2.26, *b* est faite en sens inverse des aiguilles d'une montre. Si l'inclinaison se fait dans le sens des aiguilles d'une montre, alors dans (2.5.5) au lieu de $\Delta\alpha$ il convient d'utiliser $-\Delta\alpha$.

Cas général. Le rapprochement entre (2.5.3) et (2.5.5) permet de conclure que la transformation du rayon des paramètres y_1', α_1' aux paramètres $y_2'\alpha_2'$ peut se décrire par l'expression

$$\begin{pmatrix} y_2' \\ \alpha_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_é & B_é \\ C_é & D_é \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1' \\ \alpha_1' \end{pmatrix} - \Delta\varepsilon \begin{pmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \end{pmatrix}. \tag{2.5.6}$$

Ici, $\Delta\varepsilon$ est soit Δy, soit $\Delta\alpha$, alors que les quantités Λ_1 et Λ_2 s'expriment par les éléments de la matrice de passage du rayon pour l'élément optique considéré suivant (2.5.3) ou (2.5.5). Lorsque l'élément optique subit à la fois un déplacement et une inclinaison, l'expression (2.5.6) prend la forme

$$\begin{pmatrix} y_2' \\ \alpha_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_é & B_é \\ C_é & D_é \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1' \\ \alpha_1' \end{pmatrix} + \Delta y \begin{pmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \end{pmatrix} + \Delta\alpha \begin{pmatrix} \Lambda_1' \\ \Lambda_2' \end{pmatrix}. \tag{2.5.7}$$

Soulignons que les valeurs tant de Δy que de $\Delta\alpha$ sont supposées ici suffisamment petites.

Résonateur à élément optique désaligné. — Considérons un résonateur constitué de deux miroirs sphériques dont les rayons de courbure sont r_1 (miroir de gauche) et r_2 (miroir de droite). A l'intérieur du résonateur est placé un élément optique dont la matrice de passage du rayon est $M_é$.

Dans un résonateur parfaitement aligné, l'axe du faisceau lumineux est une ligne droite de paramètres 0, 0; cette droite se confond avec l'axe optique du résonateur (fig. 2.27, *a*). Si l'élément optique se trouvant à l'intérieur du résonateur est désaligné d'une façon quelconque, l'axe du faisceau lumineux se transforme en une ligne *brisée*; dans ce cas les coordonnées transversales initiale et finale de l'axe du faisceau ne sont plus nulles: $y_1 \neq 0$, $y_2 \neq 0$ (fig. 2.27, *b*).

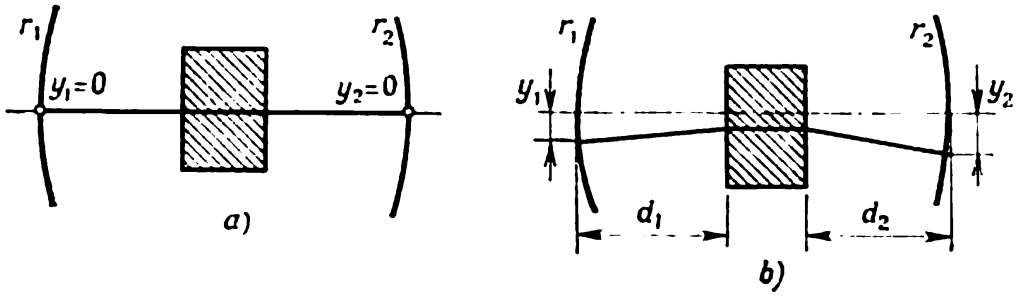


Fig. 2.27

On peut dire que le résonateur à élément(s) désaligné(s) se caractérise par un axe optique brisé de coordonnées y_1 et y_2 respectivement sur les miroirs de gauche et de droite.

Un fait essentiel est qu'indépendamment de la présence ou de l'absence d'un élément désaligné, l'axe du faisceau lumineux doit former un *angle droit* tant avec la surface du miroir de gauche qu'avec celle du miroir de droite. Ceci signifie que dans le cas général les paramètres de l'axe du faisceau sur les miroirs auront la forme suivante: y_1; $-y_1/r_1$ (sur le miroir de gauche); y_2; y_2/r_2 (sur le miroir de droite).

Exprimons les paramètres y_1 et y_2 par la matrice de passage du rayon $M_\text{é}$ qui caractérise l'élément optique placé dans le résonateur ainsi que par les paramètres qui décrivent le désalignement de l'élément. Supposons pour simplifier que l'élément est seulement déplacé sans être incliné. En plus de la matrice de passage $M_\text{é}$ nous utiliserons également les matrices de passage $M(d_1)$ et $M(d_2)$ qui décrivent la transformation du rayon lumineux lors de sa propagation respectivement du miroir de gauche du résonateur jusqu'à l'élément optique et de l'élément optique jusqu'au miroir de droite (ces matrices sont données par des expressions du type (2.4.18)).

Les paramètres de l'axe du faisceau lumineux sur le miroir de gauche (paramètres y_1, $-y_1/r_1$) se transforment par suite de la traversée du résonateur de la façon suivante (compte tenu de (2.5.6)):

$$M(d_2)\left[M_\text{é}M(d_1)\begin{pmatrix} y_1 \\ -y_1/r_1 \end{pmatrix} + \Delta y \begin{pmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \end{pmatrix}\right].$$

En égalant les paramètres finalement obtenus et les paramètres de l'axe du faisceau sur le miroir de droite (paramètres y_2, y_2/r_2), on obtient une équation

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ y_2/r_2 \end{pmatrix} = M(d_2)\left[M_\text{é}M(d_1)\begin{pmatrix} y_1 \\ -y_1/r_1 \end{pmatrix} + \Delta y \begin{pmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \end{pmatrix}\right].$$

Ecrivons cette équation sous la forme

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ y_2/r_2 \end{pmatrix} = M\begin{pmatrix} y_1 \\ -y_1/r_1 \end{pmatrix} + \Delta y M(d_2)\begin{pmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \end{pmatrix}. \qquad (2.5.8)$$

Ici, $M = M(d_2)\,M_\text{é}M(d_1)$ est la matrice de passage du rayon à travers un système parfaitement aligné (du miroir de gauche au miroir de droite).

La relation (2.5.8) représente un système de deux équations linéaires par rapport à y_1 et y_2

$$\left.\begin{aligned} y_2 &= Ay_1 - (By_1/r_1) + \Delta y\,(A_2\Lambda_1 + B_2\Lambda_2)\,; \\ y_2/r_2 &= Cy_1 - (Dy_1/r_1) + \Delta y\,(C_2\Lambda_1 + D_2\Lambda_2), \end{aligned}\right\} \tag{2.5.9}$$

où A, B, C, D sont les éléments de la matrice M ; A_2, B_2, C_2, D_2 les éléments de la matrice $M(d_2)$. En tenant compte que suivant (2.4.18) $A_2 = 1$, $B_2 = d_2$, $C_2 = 0$, $D_2 = 1$, récrivons (2.5.9) sous la forme

$$\left.\begin{aligned} y_2 &= Ay_1 - (By_1/r_1) + \Delta y\,(\Lambda_1 + d_2\Lambda_2); \\ y_2/r_2 &= Cy_1 - (Dy_1/r_1) + \Delta y\Lambda_2. \end{aligned}\right\} \tag{2.5.9a}$$

En résolvant le système d'équations (2.5.9a) il n'est pas difficile de trouver y_1 et y_2. Ecrivons le résultat pour y_1 :

$$y_1 = \Delta y\,\frac{(-1/r_2)\,\Lambda_1 + (1 - d_2/r_2)\,\Lambda_2}{(1/r_2)\,(A - B/r_1) - (C - D/r_1)}. \tag{2.5.10}$$

Connaissant y_1 on peut déterminer pour tout plan de référence l'écart de l'axe brisé d'un résonateur désaligné par rapport à l'axe optique d'un résonateur parfaitement aligné. A cet effet, il convient d'agir sur la colonne de paramètres initiaux $\begin{pmatrix} y_1 \\ -y_1/r_1 \end{pmatrix}$ de la matrice de passage du rayon qui décrit la transformation du rayon sur le trajet du miroir de gauche jusqu'au plan considéré.

§ 2.6. ÉTUDE DES RÉSONATEURS OUVERTS BASÉE SUR LA MÉTHODE ITÉRATIVE DE FOX-LI. RÉSONATEURS ÉQUIVALENTS

Les propriétés fondamentales des résonateurs passifs ouverts sont déterminées par les phénomènes de diffraction. En étudiant ces phénomènes nous nous inspirons de la *théorie scalaire de la diffraction*, c'est-à-dire nous décrirons le champ par une fonction scalaire des coordonnées spatiales qui peut être représentée par l'une des composantes du vecteur intensité électrique [1]. En outre nous supposerons que les angles de diffraction sont suffisamment petits (approximation paraxiale).

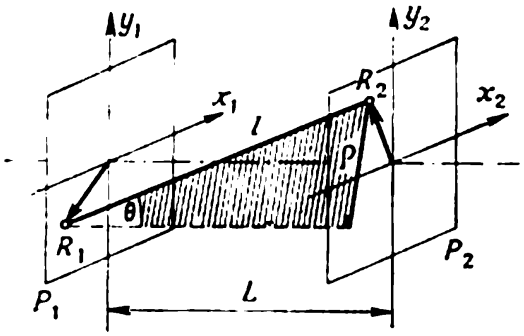


Fig. 2.28

Intégrale de diffraction de Kirchhoff-Huyghens. — Considérons un système optique constitué de deux plans parallèles distants l'un de l'autre de L (résonateur à miroirs plans et parallèles de longueur L) ; v. fig. 2.28. Supposons que le champ lumineux sur le plan

[1] La théorie scalaire de la diffraction est étudiée par exemple dans [7, 29].

de gauche (plan P_1) se décrive dans l'approximation scalaire par une certaine fonction u ($\mathbf{R}_1$). En se propageant de gauche à droite, le champ atteint le plan de droite (plan P_2) dans lequel il sera décrit par une autre fonction v ($\mathbf{R}_2$). La théorie de la diffraction permet d'exprimer v par u. Pour le faire, on peut utiliser l'intégrale suivante qui représente une modification de l'*intégrale de diffraction de Kirchhoff-Huyghens* (v. [7]):

$$v(\mathbf{R}_2) = \frac{-i}{2\lambda} \int_{P_1} u(\mathbf{R}_1) \frac{\exp(ikl)}{l} (1 + \cos\theta)\, ds_1. \qquad (2.6.1)$$

Ici, l est la distance entre un certain point $\mathbf{R}_1$ (x_1, y_1) situé dans le plan P_1 et le point d'observation $\mathbf{R}_2$ (x_2, y_2) appartenant au plan P_2; θ l'angle que la droite joignant les points indiqués fait avec l'axe optique.

Pour des valeurs suffisamment petites de l'angle θ, l'intégrale (2.6.1) prend une forme prévue par Huyghens encore à la fin du XVIIe siècle. D'après Huyghens, l'expression sous le signe somme doit être $u \exp(ikl)/l$. Dans ce cas v ($\mathbf{R}_2$) est le résultat de la superposition, au point $\mathbf{R}_2$, des ondes sphériques $\exp(ikl)/l$ qui se propagent depuis chacun des éléments du plan P_1. Autrement dit, le plan P_1 est assimilé à un ensemble de sources élémentaires d'ondes sphériques, l'intensité de ces sources étant « réglée » par le champ u ($\mathbf{R}_1$) donné dans le plan P_1. Le développement de la théorie de la diffraction a introduit des corrections dans la formule de Huyghens mais n'a pas modifié en fait le sens de l'intégrale de diffraction déterminé par le principe ondulatoire de Huyghens-Fresnel.

Posons

$$l = (L^2 + \rho^2)^{1/2}. \qquad (2.6.2)$$

Le sens du paramètre ρ est explicité sur la fig. 2.28:

$$\rho^2 = (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2. \qquad (2.6.3)$$

En tenant compte de (2.6.2), récrivons (2.6.1) sous la forme

$$v(\mathbf{R}_2) = \frac{-i}{2\lambda} \int_{P_1} u(\mathbf{R}_1) \exp\left[ikL\sqrt{1 + (\rho/L)^2}\right] \frac{1 + \cos\theta}{l}\, ds_1. \qquad (2.6.4)$$

En appliquant l'intégrale de diffraction au cas des résonateurs ouverts, on peut poser que l est très supérieur aux dimensions transversales du champ. Il en résulte une simplification considérable de l'expression (2.6.4) parce qu'on peut poser

$$\cos\theta \approx 1; \quad 1/l \approx 1/L, \qquad (2.6.5a)$$

et mettre le facteur de phase sous la forme

$$\exp\left[ikL\sqrt{1 + (\rho/L)^2}\right] \approx \exp\left[ikL\left(1 + \frac{\rho^2}{2L^2}\right)\right] =$$

$$= \exp(ikL) \exp\left(ik\frac{\rho^2}{2L}\right) \qquad (2.6.5b)$$

(ici, on a tenu compte que $\rho \ll L$). Dans ce cas l'intégrale de diffraction prend la forme (*diffraction de Fresnel*)

$$v(\mathbf{R}_2) = \frac{-i}{\lambda L} \exp(ikL) \int_{P_1} u(\mathbf{R}_1) \exp\left(i \frac{\pi}{\lambda L} \rho^2\right) ds_1. \qquad (2.6.6)$$

Equation intégrale de Fox-Li. — Fox et Li ont proposé une méthode itérative pour la détermination des modes transverses d'un résonateur ouvert [30]. Soit $u(\mathbf{R}_1)$ un champ quelconque donné sur le miroir de gauche du résonateur. En introduisant ce champ dans (2.6.6), on calcule le champ $v(\mathbf{R}_2)$ sur le miroir de droite. Puis, on se sert de nouveau de la relation (2.6.6) en introduisant dans l'intégrale le champ calculé v. On trouve ainsi le champ u_1 sur le miroir de gauche dû au champ v sur le miroir de droite. En utilisant une fois de plus la relation (2.6.6), on revient au miroir de droite et on trouve pour lui le champ v_1 dû au champ u_1 sur le miroir de gauche, et ainsi de suite. Fox et Li ont montré qu'après un nombre suffisamment grand d'allers et retours dans le résonateur, d'un miroir à l'autre la structure du champ, c'est-à-dire sa variation en fonction des coordonnées transversales, commence à *se reproduire*, en se répétant à chaque traversée du résonateur par le rayonnement. Ceci signifie qu'après un nombre suffisamment grand d'allers et retours le champ sur les surfaces des miroirs commence à se décrire par la fonction u qui est solution de l'équation intégrale suivante (connue sous le nom d'*équation intégrale de Fox-Li*) :

$$\boxed{\frac{i}{\lambda L} \int_{P_1} u(\mathbf{R}_1) \exp\left(i \frac{\pi}{\lambda L} \rho^2\right) ds_1 = \gamma u(\mathbf{R}_2)}. \qquad (2.6.7)$$

Le facteur complexe γ, indépendant des coordonnées transversales, tient compte du *déphasage* du champ pendant une traversée (y compris le déphasage purement géométrique sur la distance L décrit dans γ par le facteur $\exp(-ikL)$) ainsi que de la *diminution de l'amplitude* du champ u par suite des pertes dans le résonateur. Supposons que le miroir de gauche réfléchit vers le miroir de droite une puissance lumineuse

$$\int_{P_1} |u(\mathbf{R}_1)|^2 ds_1 = W.$$

Par suite des pertes à l'intérieur du résonateur, le miroir de droite réfléchira vers le miroir de gauche une puissance lumineuse plus faible :

$$\int_{P_2} |\gamma u(\mathbf{R}_2)|^2 ds_2 = |\gamma|^2 W.$$

A chaque traversée du résonateur, la puissance réfléchie par le miroir sera plus petite (sa valeur sera multipliée par $|\gamma|^2$); v. fig. 2.29. La fraction de la puissance lumineuse perdue à chaque traversée a pour valeur

$$\Delta W/W = (W - |\gamma|^2 W)/W = 1 - |\gamma|^2. \qquad (2.6.8)$$

Désignons

$$|\gamma| = \exp(-\beta). \qquad (2.6.9)$$

En supposant petites les pertes par traversée, écrivons $\Delta W/W = 1 - |\gamma|^2 \approx 1 - (1 - 2\beta) = 2\beta$. Dans ce cas le coefficient linéaire de pertes a pour valeur

$$\eta = 2\beta/L. \qquad (2.6.10)$$

Modes transverses d'un résonateur ouvert. — Mettons l'équation intégrale (2.6.7) sous la forme

$$\boxed{\hat{L}u(\mathbf{R}_1) = \gamma u(\mathbf{R}_2)}. \qquad (2.6.11)$$

Ici, $\hat{L}$ est l'opérateur intégral qui décrit la transformation du champ dans le résonateur considéré pendant une traversée; γ sont les *valeurs propres* de l'opérateur $\hat{L}$, u, les *fonctions propres* de cet opérateur.

Le spectre de valeurs propres de l'opérateur $\hat{L}$ est *discret*. Pour fixer les différentes valeurs propres, on utilise une paire d'indices entiers m et n (m, $n = 0, 1, 2, \ldots$). La fonction propre de l'opérateur $\hat{L}$ répondant à la valeur propre γ_{mn} est désignée par u_{mn}. C'est précisément le *mn-ième mode transverse* du résonateur donné.

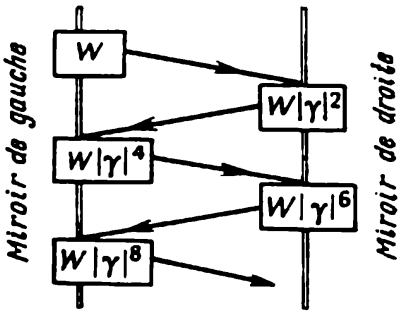


Fig. 2.29

Ainsi, si l'on adopte avec Fox et Li que par suite d'une traversée du résonateur (d'un miroir à l'autre) le champ peut *reproduire* sa structure, la notion de modes transverses du résonateur apparaît de la façon la plus naturelle: les *modes transverses* représentent précisément le champ qui reproduit sa structure en traversant le résonateur. Mathématiquement, les modes transverses sont les fonctions propres de l'opérateur $\hat{L}$ défini par l'équation intégrale (2.6.7).

Compte tenu des remarques faites ci-dessus, récrivons (2.6.9) et (2.6.10) sous la forme

$$|\gamma_{mn}| = \exp(-\beta_{mn}), \qquad (2.6.9a)$$

$$\eta_{mn} = 2\beta_{mn}/L. \qquad (2.6.10a)$$

En introduisant (2.6.10a) dans (2.3.15), on trouve pour le coefficient de surtension du mn-ième mode l'expression suivante:

$$Q_{mn} = \pi L/\lambda\beta_{mn}. \tag{2.6.12}$$

Si les valeurs propres γ_{mn} de l'opérateur $\hat{L}$ décrivant un résonateur donné sont connues, on peut calculer les pertes pour le mn-ième mode qui sont données suivant (2.6.8) par $1 - |\gamma_{mn}|^2$. En outre, on peut trouver le déphasage du mn-ième mode, défini par $\arg \gamma_{mn}$. En égalant le déphasage par traversée au produit de π par un nombre entier q, on peut déterminer le spectre de fréquences de résonance pour le mode transverse considéré.

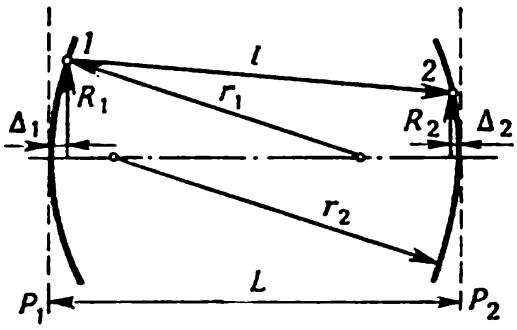


Fig. 2.30

Résonateur constitué de deux miroirs sphériques. — La fig. 2.30 montre en coupe suivant l'axe optique un résonateur de longueur L constitué de deux miroirs sphériques dont les rayons de courbure sont r_1 (miroir de gauche) et r_2 (miroir de droite). Un point quelconque sur le miroir de gauche est défini par un vecteur $\mathbf{R}_1$ contenu dans le plan passant par ce point perpendiculairement à l'axe optique; un point sur le miroir de droite est donné de façon analogue par un vecteur $\mathbf{R}_2$[1]. Pour les points *1* et *2* choisis sur la fig. 2.30, les vecteurs $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ se situent dans un même plan (plan de la figure), mais en réalité ces vecteurs ne doivent pas appartenir obligatoirement à un même plan.

L'examen de la fig. 2.30 permet de conclure que la longueur l du segment de droite joignant les points donnés par les vecteurs $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ se décrit par l'expression

$$l = [(L - \Delta_1 - \Delta_2)^2 + (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)^2]^{1/2} \tag{2.6.13}$$

(si, en particulier, les vecteurs $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ se situent dans un même plan comme il est indiqué sur la figure, dans (2.6.13) il convient d'utiliser $(R_2 - R_1)^2$ au lieu de $(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)^2$). Comme $(\Delta_1 + \Delta_2) \ll L$, on a

$$(L - \Delta_1 - \Delta_2)^2 = L^2\left(1 - \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{L}\right)^2 \approx L^2 - 2L(\Delta_1 + \Delta_2).$$

Par conséquent,

$$l = (L^2 + [(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)^2 - 2L(\Delta_1 + \Delta_2)])^{1/2}. \tag{2.6.14}$$

---

[1] Plus exactement les vecteurs $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ définissent les coordonnées *transversales* des points correspondants (les coordonnées des projections des points sur les plans P_1 et P_2; v. fig. 2.30).

Le rapprochement entre (2.6.14) et (2.6.2) permet de conclure que dans l'équation (2.6.7) il faut utiliser maintenant au lieu de ρ l'expression $(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)^2 - 2L(\Delta_1 + \Delta_2)$. En outre, la différence entre les rayons de courbure des miroirs trouble la symétrie du résonateur; dans un tel résonateur la structure du champ se reproduit à chaque traversée *double* et non *simple*. On est donc amené à considérer au lieu de l'équation intégrale (2.6.7) le système de deux équations intégrales

$$\frac{i}{\lambda L}\int_{P_1} u(\mathbf{R}_1)\, K(\mathbf{R}_1;\, \mathbf{R}_2)\, ds_1 = \gamma' v(\mathbf{R}_2)\,; \tag{2.6.15a}$$

$$\frac{i}{\lambda L}\int_{P_2}^{P_1} v(\mathbf{R}_2)\, K(\mathbf{R}_1;\, \mathbf{R}_2)\, ds_2 = \gamma'' u(\mathbf{R}_1), \tag{2.6.15b}$$

où

$$K(\mathbf{R}_1;\, \mathbf{R}_2) = \exp\left(i\,\frac{\pi}{\lambda L}\,[(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)^2 - 2L(\Delta_1 + \Delta_2)]\right). \tag{2.6.16}$$

Comme les vecteurs $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{R}_2$ ne déterminent que les coordonnées transversales des points sur la surface des miroirs, on peut considérer que l'intégration dans (2.6.15) se fait sur les plans P_1 et P_2 montrés sur la fig. 2.30. La courbure de la surface des miroirs est prise en compte dans l'expression (2.6.16) pour le noyau de l'équation intégrale.

Remarquons que les fonctions $u(\mathbf{R}_1)$ et $v(\mathbf{R}_2)$ doivent satisfaire à la condition

$$\int_{P_1} |u(\mathbf{R}_1)|^2\, ds_1 = \int_{P_2} |v(\mathbf{R}_2)|^2\, ds_2. \tag{2.6.17}$$

Cette condition est introduite pour que les valeurs propres γ' et γ'' présentent un sens analogue à celui de la valeur propre γ figurant dans (2.6.7). Désignons $\int_{P_1} |u(\mathbf{R}_1)|^2\, ds_1$ par W. En tenant compte de (2.6.17), on trouve que la fraction de la puissance lumineuse perdue pendant la traversée du résonateur, *du miroir de gauche au miroir de droite*, a pour valeur

$$(W - |\gamma'|^2 W)/W = 1 - |\gamma'|^2.$$

La fraction de la puissance perdue pendant le passage *du miroir de droite au miroir de gauche* est égale à $1 - |\gamma''|^2$. La fraction de la puissance perdue pendant un aller-retour est de $1 - |\gamma'\gamma''|^2$. Un

analogue de la fig. 2.29 relatif à un résonateur symétrique est constitué dans ce cas par la fig. 2.31.

L'examen de la fig. 2.30 montre que $R_1^2 = r_1^2 - (r_1 - \Delta_1)^2 \approx \approx r_1^2 - r_1^2 (1 - 2\Delta_1/r_1) = 2\Delta_1 r_1$ et respectivement $R_2^2 = = r_2^2 - (r_2 - \Delta_2)^2 \approx 2\Delta_2 r_2$. Ainsi, $2(\Delta_1 + + \Delta_2) = (R_1^2/r_1) + (R_2^2/r_2)$.

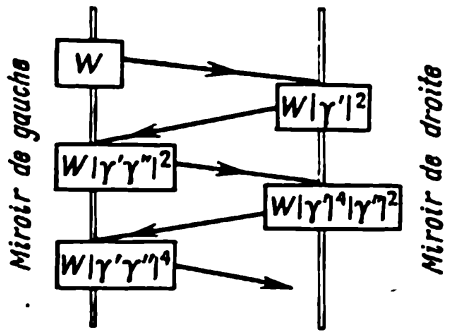


Fig. 2.31

Il en résulte que

$$(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)^2 - 2L(\Delta_1 + \Delta_2) = = \left(1 - \frac{L}{r_1}\right) R_1^2 + \left(1 - \frac{L}{r_2}\right) R_2^2 - - 2\mathbf{R}_1\mathbf{R}_2 = g_1 R_1^2 + g_2 R_2^2 - 2\mathbf{R}_1\mathbf{R}_2. \tag{2.6.18}$$

Le noyau des équations intégrales (2.6.15) peut donc être représenté sous la forme

$$K(\mathbf{R}_1; \mathbf{R}_2) = \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda L} (g_1 R_1^2 + g_2 R_2^2 - 2\mathbf{R}_1\mathbf{R}_2)\right]. \tag{2.6.19}$$

Faisons usage des coordonnées *cartésiennes* ($\mathbf{R}_1(x_1, y_1)$; $\mathbf{R}_2(x_2, y_2)$) et récrivons (2.6.15) et (2.6.19) sous la forme suivante:

$$\frac{i}{\lambda L} \iint_{P_1} u(x_1, y_1) K(x_1, y_1; x_2, y_2)\, dx_1\, dy_1 = \gamma' v(x_2, y_2); \tag{2.6.20a}$$

$$\frac{i}{\lambda L} \iint_{P_2} v(x_2, y_2) K(x_1, y_1; x_2, y_2)\, dx_2\, dy_2 = \gamma'' u(x_1, y_1); \tag{2.6.20b}$$

$$K(x_1, y_1; x_2, y_2) = = \exp\left(i \frac{\pi}{\lambda L} [g_1(x_1^2 + y_1^2) + g_2(x_2^2 + y_2^2) - 2(x_1 x_2 + y_1 y_2)]\right). \tag{2.6.21}$$

Supposons que l'ouverture des miroirs est *beaucoup plus grande* que les dimensions de la tache lumineuse. Alors, quelle que soit la forme réelle des miroirs, on peut effectuer dans (2.6.20) la séparation des variables et utiliser l'intégration dans des limites symétriques infinies. En introduisant les indices du mode m, n, écrivons

$$\left.\begin{aligned} u_{mn}(x_1, y_1) &= u_m(x_1) u_n(y_1); & \gamma'_{mn} &= \gamma'_m \gamma'_n; \\ v_{mn}(x_2, y_2) &= v_m(x_2) v_n(y_2); & \gamma''_{mn} &= \gamma''_m \gamma''_n. \end{aligned}\right\} \tag{2.6.22}$$

Il n'est pas difficile de voir que le système d'équations (2.6.20) se sépare en deux systèmes d'équations identiques: un pour les fonc-

tions u_m et v_m et un autre pour les fonctions u_n et v_n. Bornons-nous à examiner le premier de ces systèmes d'équations :

$$\frac{\sqrt{i}}{\sqrt{\lambda L}} \int_{-\infty}^{\infty} u_m(x_1) K(x_1;\ x_2)\, dx_1 = \gamma'_m v_m(x_2)\,; \qquad (2.6.23a)$$

$$\frac{\sqrt{i}}{\sqrt{\lambda L}} \int_{-\infty}^{\infty} v_m(x_2) K(x_1;\ x_2)\, dx_2 = \gamma''_m u_m(x_1), \qquad (2.6.23b)$$

où

$$K(x_1;\ x_2) = \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda L} (g_1 x_1^2 + g_2 x_2^2 - 2x_1 x_2) \right]. \qquad (2.6.24)$$

La condition (2.6.17) devient maintenant

$$\int_{-\infty}^{\infty} |u_m(x_1)|^2 dx_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |v_m(x_2)|^2 dx_2. \qquad (2.6.25)$$

Résonateur confocal. — Puisqu'un tel résonateur est symétrique ($g_1 = g_2 = 0$; $r_1 = r_2 = L$), une seule équation intégrale suffit. Elle est de la forme

$$\frac{\sqrt{i}}{\sqrt{\lambda L}} \int_{-\infty}^{\infty} u_m(x_1) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda L} x_1 x_2 \right) dx_1 = \gamma_m u_m(x_2). \qquad (2.6.26)$$

Le premier membre de l'équation (2.6.26) décrit la transformation de Fourier faite sur la fonction u_m. Les solutions d'une telle équation sont des fonctions qui présentent la propriété suivante: la transformation de Fourier les transforme *en elles-mêmes* (à un facteur constant près). On sait que de telles fonctions sont les *polynômes d'Hermite-Gauss* [1].

Un polynôme d'Hermite-Gauss de degré m peut être représenté sous la forme

$$\psi_m(t) = \left(2^m m!\ \sqrt{\pi}\right)^{-1/2} H_m(t) \exp(-t^2/2), \qquad (2.6.27)$$

où $H_m(t) = \exp^m(t^2)\,(-1)^m \frac{d^m}{dt^m} \exp(-t^2)$ est un polynôme d'Hermite de degré m. Les polynômes $\psi_m(t)$ satisfont à la condition d'orthonormalité

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_m(t)\, \psi_n(t)\, dt = \delta_{mn}. \qquad (2.6.28)$$

[1] Les polynômes d'Hermite-Gauss sont étudiés en Annexe 1.

Ecrivons quelques premiers polynômes d'Hermite-Gauss:

$$\psi_0(t) = (\sqrt{\pi})^{-1/2} \exp(-t^2/2):$$

$$\psi_1(t) = (2\sqrt{\pi})^{-1/2}\, 2t \exp(-t^2/2);$$

$$\psi_2(t) = (2\sqrt{\pi})^{-1/2} (2t^2 - 1) \exp(-t^2/2).$$

Les courbes représentatives de ces polynômes sont montrées sur la fig. 2.32.

Les polynômes d'Hermite-Gauss vérifient l'équation intégrale suivante [31]:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_m(t) \exp(-it\tau)\, dt = i^m \psi_m(\tau). \qquad (2.6.29)$$

Introduisons les désignations

$$x_1 = t\sqrt{\lambda L/2\pi}; \quad x_2 = \tau\sqrt{\lambda L/2\pi}.$$

Avec ces notations, l'équation (2.6.29) prend une forme qui est en fait celle de l'équation (2.6.26):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda L}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_m\left(x_1\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda L}}\right) \exp\left(-i\,\frac{2\pi}{\lambda L} x_1 x_2\right) dx_1 = i^m \psi_m\left(x_2\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda L}}\right).$$

Il en résulte que

$$u_m(x_1) = \text{const}\, \psi_m\left(x_1\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda L}}\right) =$$

$$= \text{const}\, H_m\left(x_1\sqrt{\frac{2\pi}{L\lambda}}\right) \exp\left(-\frac{\pi}{\lambda L} x_1^2\right). \qquad (2.6.30)$$

La fig. 2.33, *a* montre les courbes représentatives des fonctions $u_m(x_1)$ pour $m = 0, 1, 2$ construites pour des valeurs de $2\pi a^2/\lambda L$ égales à 25 (courbes *1*) et à 200 (courbes *2*) [22]. Ces courbes correspondent à celles des polynômes d'Hermite-Gauss représentées sur la fig. 2.32. La fig. 2.33, *b* montre les formes des taches lumineuses pour les modes TEM_{00}, TEM_{10}, TEM_{20}. L'intensité du champ lumineux du mode TEM_{m0} s'annule sur l'axe x_1 en des points où l'amplitude de $u_m(x_1)$ change de signe; le nombre de tels points est égal à m.

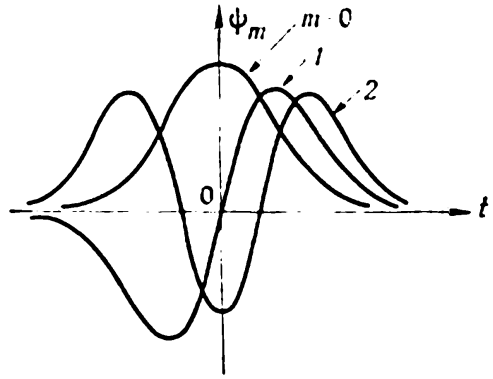


Fig. 2.32

Prise en compte de la valeur de l'ouverture des miroirs du résonateur. — Supposons que les ouvertures des miroirs ont la forme

de carrés. Désignons par $2a_1$ les dimensions de l'ouverture du miroir de gauche et par $2a_2$ celles de l'ouverture du miroir de droite (fig. 2.34). Comme l'ouverture a la forme d'un carré, pour la séparation des variables dans les équations intégrales on peut utiliser comme précédemment les coordonnées *cartésiennes*. Pourtant, à la différence de grandes ouvertures, les limites d'intégration dans les intégrales correspondantes ne sont plus infinies. Au lieu de (2.6.23) on aura maintenant

$$\frac{\sqrt{i}}{\sqrt{\lambda L}} \int_{-a_1}^{a_1} u_m(x_1) K(x_1;\ x_2)\, dx_1 = \gamma'_m v_m(x_2); \tag{2.6.31a}$$

$$\frac{\sqrt{i}}{\sqrt{\lambda L}} \int_{-a_2}^{a_2} v_m(x_2) K(x_1;\ x_2)\, dx_2 = \gamma''_m u_m(x_1), \tag{2.6.31b}$$

où $K(x_1; x_2)$ se décrit par l'expression (2.6.24). La condition (2.6.25) prend dans ce cas la forme

$$\int_{-a_1}^{a_1} |u_m(x_1)|^2 dx_1 = \int_{-a_2}^{a_2} |v_m(x_2)|^2 dx_2. \tag{2.6.32}$$

Passons suivant [23] aux variables adimensionnées

$$\xi_1 = x_1/a_1; \quad \xi_2 = x_2/a_2. \tag{2.6.33}$$

Introduisons suivant (2.6.32) les fonctions

$$U_m(\xi_1) = u_m(\xi_1 a_1)\sqrt{a_1};$$
$$V_m(\xi_2) = v_m(\xi_2 a_2)\sqrt{a_2}; \tag{2.6.34}$$

Le système d'équations (2.6.31) devient

$$\sqrt{iN} \int_{-1}^{1} U_m(\xi_1) K(\xi_1;\ \xi_2)\, d\xi_1 = \gamma'_m V_m(\xi_2); \tag{2.6.35a}$$

$$\sqrt{iN} \int_{-1}^{1} V_m(\xi_2) K(\xi_1;\ \xi_2)\, d\xi_2 = \gamma''_m U_m(\xi_1), \tag{2.6.35b}$$

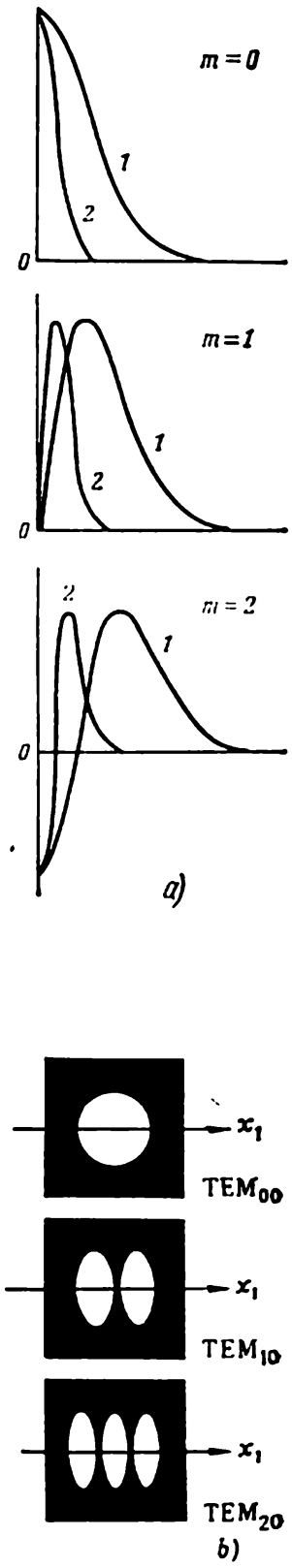


Fig. 2.33

où

$$K(\xi_1;\ \xi_2) = \exp\left[i\pi N\left(G_1\xi_1^2 + G_2\xi_2^2 - 2\xi_1\xi_2\right)\right]. \quad (2.6.36)$$

Rappelons qu'ici (v. (2.3.27))

$$N = a_1a_2/\lambda L; \quad G_1 = (a_1/a_2)(1 - L/r_1);$$
$$G_2 = (a_2/a_1)(1 - L/r_2).$$

Les relations (2.6.35) et (2.6.36) montrent qu'un résonateur passif constitué de deux miroirs sphériques peut être entièrement décrit *à l'aide de trois paramètres seulement*. Ces paramètres sont N, G_1 et G_2.

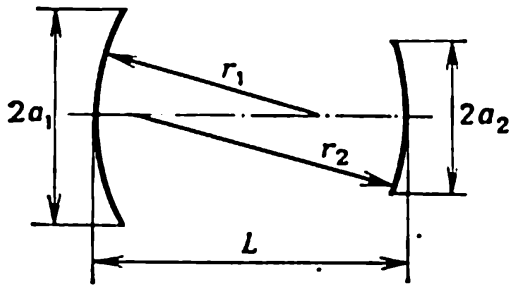


Fig. 2.34

Bien que ces résultats soient obtenus pour des ouvertures carrées permettant la séparation des variables en coordonnées cartésiennes, la conclusion sur trois paramètres (N, G_1, G_2) nécessaires à la description du résonateur reste également valable pour des ouvertures présentant une autre forme et en particulier pour des ouvertures rondes.

Dans le cas des ouvertures *rondes* (les rayons des ouvertures a_1 et a_2), faisons usage des coordonnées *polaires* $\mathbf{R}_1(R_1, \Phi_1)$, $\mathbf{R}_2(R_2, \Phi_2)$. Le système d'équations intégrales (2.6.15) prend alors la forme

$$\frac{i}{\lambda L}\int_0^{2\pi}\int_0^{a_1} u_{mn}(R_1, \Phi_1)K(R_1, \Phi_1; R_2, \Phi_2)\,R_1\,dR_1R_2\,d\Phi_1 = \gamma'_{mn}v_{mn}(R_2, \Phi_2); \quad (2.6.37a)$$

$$\frac{i}{\lambda L}\int_0^{2\pi}\int_0^{a_2} v_{mn}(R_2\Phi_2)\,K(R_1, \Phi_1;\ R_2, \Phi_2)\,R_2\,dR_2\,d\Phi_2 =$$
$$= \gamma''_{mn}u_{mn}(R_1, \Phi_1), \quad (2.6.37b)$$

où

$$K(R_1, \Phi_1;\ R_2, \Phi_2) = \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda L}\left[g_1R_1^2 + g_2R_2^2 - 2R_1R_2\cos(\Phi_1 - \Phi_2)\right]\right). \quad (2.6.38)$$

Dans ces conditions

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{a_1} |u_{mn}(R_1\Phi_1)|^2\,R_1\,dR_1\,d\Phi_1 =$$
$$= \int_0^{2\pi}\int_0^{a_2} |v_{mn}(R_2, \Phi_2)|^2\,R_2\,dR_2\,d\Phi_2. \quad (2.6.39)$$

Introduisons les nouvelles variables et amplitudes suivantes:

$$\zeta_1 = R_1/a_1; \quad \zeta_2 = R_2/a_2;$$
$$U_{mn}(\zeta_1, \Phi_1) = u_{mn}(\zeta_1 a_1, \Phi_1)\, a_1;$$
$$V_{mn}(\zeta_2, \Phi_2) = v_{mn}(\zeta_2 a_2, \Phi_2)\, a_2.$$

Le système d'équations (2.6.37), (2.6.38) devient

$$iN \int_0^{2\pi} \int_0^1 U_{mn}(\zeta_1, \Phi_1)\, K(\zeta_1, \Phi_1; \zeta_2, \Phi_2)\, \zeta_1\, d\zeta_1\, d\Phi_1 = \gamma'_{mn} V_{mn}(\zeta_2, \Phi_2); \tag{2.6.40a}$$

$$iN \int_0^{2\pi} \int_0^1 V_{mn}(\zeta_2, \Phi_2)\, K(\zeta_1, \Phi_1; \zeta_2 \Phi_2)\, \zeta_2\, d\zeta_2\, d\Phi_2 = \gamma''_{mn} U_{mn}(\zeta_1, \Phi_1), \tag{2.6.40b}$$

où

$$K(\zeta_1, \Phi_1; \zeta_2, \Phi_2) = \exp\left(i\pi N\left[G_1 \zeta_1^2 + G_2 \zeta_2^2 - 2\zeta_1 \zeta_2 \cos(\Phi_2 - \Phi_1)\right]\right). \tag{2.6.41}$$

Les relations (2.6.40) et (2.6.41) permettent de conclure que trois paramètres (N, G_1, G_2) suffisent pour la description du résonateur également dans le cas des ouvertures rondes.

Résonateurs équivalents [1]. — Ainsi, trois paramètres (N, G_1, G_2) déterminent les traits spécifiques de l'opérateur L dans l'équation intégrale (2.6.11) et donc ses valeurs propres γ et ses fonctions propres u. Ceci signifie que la *répartition du champ* sur les miroirs (définie par les fonctions u) ainsi que les *pertes par diffraction* et les *fréquences de résonance* (exprimées par les valeurs propres γ) se déterminent entièrement par les paramètres N, G_1, G_2.

Les résonateurs sont dits *équivalents* s'ils ont mêmes pertes par diffraction, mêmes fréquences de résonance et mêmes répartitions du champ sur les miroirs. De ce qui précède nous pouvons conclure que des résonateurs équivalents doivent posséder mêmes nombres de Fresnel, mêmes G_1 et mêmes G_2. Soit un des résonateurs décrit par les paramètres

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda L}; \quad G_1 = \frac{a_1}{a_2}\left(1 - \frac{L}{r_1}\right); \quad G_2 = \frac{a_2}{a_1}\left(1 - \frac{L}{r_2}\right),$$

et un autre par les paramètres

$$N' = \frac{a'_1 a'_2}{\lambda L'}; G'_1 = \frac{a'_1}{a'_2}\left(1 - \frac{L'}{r'_1}\right); \quad G'_2 = \frac{a'_2}{a'_1}\left(1 - \frac{L'}{r'_2}\right).$$

---

[1] L'équivalence des résonateurs est examinée dans [23, 15].

La *condition d'équivalence* de ces résonateurs est

$$\boxed{N = N'; \quad G_1 = G_1'; \quad G_2 = G_2'}. \tag{2.6.42}$$

Il résulte de (2.6.42) que si les dimensions transversales (paramètres a_1 et a_2) d'un résonateur sont augmentées de ε fois et en même temps les dimensions longitudinales (paramètres L, r_1, r_2) le sont de ε^2 fois, le résonateur ainsi obtenu sera équivalent au résonateur initial. Remarquons que dans ces résonateurs seront égaux non seulement les paramètres G mais aussi les paramètres g.

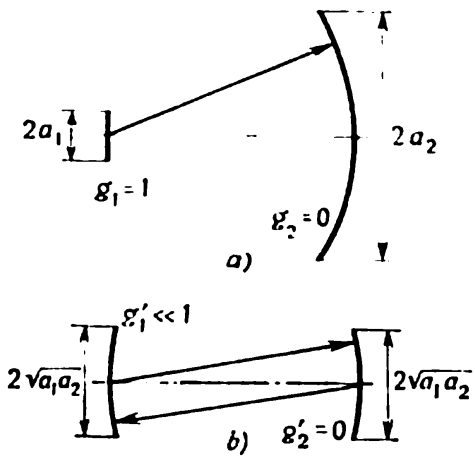


Fig. 2.35

L'égalité des paramètres g n'est pas, certes, obligatoire pour l'équivalence des résonateurs. Considérons par exemple un résonateur semi-concentrique ($g_1 = 1$, $g_2 = 0$) dont $a_1 \ll a_2$ (fig. 2.35, *a*). D'après (2.6.42) le résonateur qui lui est équivalent a la même longueur et $a_1' = a_2' = \sqrt{a_1a_2}$, $g_1' = a_1/a_2$, $g_2' = 0$ (fig. 2.35, *b*). Puisque $a_1 \ll a_2$, on a $g_1' \ll 1$; le résonateur de la fig. 2.35, *b* se rapproche donc d'un résonateur confocal. Ainsi, un résonateur semi-concentrique dont l'ouverture du miroir plan est beaucoup plus petite que celle du miroir sphérique ($a_1 \ll a_2$) est en fait équivalent à un résonateur confocal de même longueur dont les ouvertures a_1' et a_2' des miroirs sont identiques et telles que $a_1' = a_2' = \sqrt{a_1a_2}$.

En toute rigueur, un résonateur *confocal* ne peut être équivalent qu'à un autre résonateur confocal. Si $g_1 = g_2 = 0$, les conditions d'équivalence ne sont satisfaites que pour $g_1' = g_2' = 0$. Il est remarquable que deux résonateurs confocaux peuvent être équivalents *indépendamment* du rapport des ouvertures des miroirs; il suffit que leurs nombres de Fresnel soient égaux. Autrement dit, la condition d'équivalence de deux résonateurs confocaux prend la forme

$$\boxed{a_1a_2/L = a_1'a_2'/L'}. \tag{2.6.43}$$

La fig. 2.36 montre à titre d'exemple deux résonateurs confocaux équivalents de même longueur ($a_1a_2 = a_1'a_2'$).

Résonateur équivalent à un résonateur à lentille interne. — Considérons d'abord un résonateur dans lequel une lentille mince ayant une distance focale f et une ouverture aussi grande que l'on veut

est placée immédiatement devant un des miroirs, par exemple, devant celui de droite (fig. 2.37). La combinaison d'un miroir de rayon r_2 et d'une lentille de distance focale f est optiquement équivalente à un miroir de rayon $r_2 f/(r_2 + f)$. Par conséquent, le résonateur à lentille représenté sur la fig. 2.37 est équivalent à un résonateur

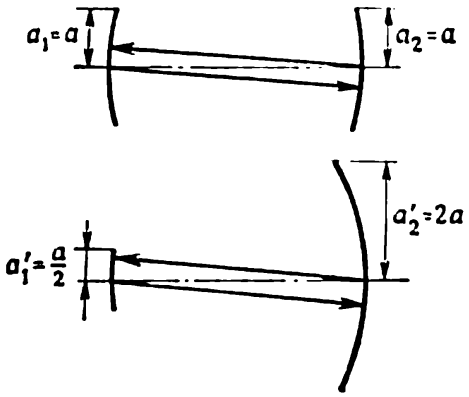


Fig. 2.36

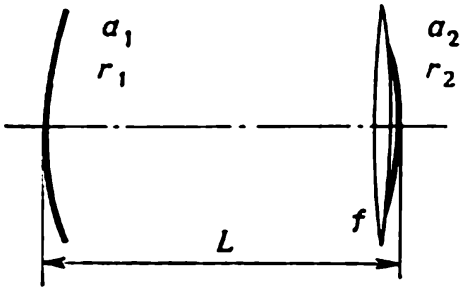


Fig. 2.37

sans lentille dont le rayon du miroir de droite est égal à $r_2 f/(r_2 + f)$. Les paramètres de ce résonateur sont

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda L}; \quad G_1 = \frac{a_1}{a_2}\left(1 - \frac{L}{r_1}\right); \quad G_2 = \frac{a_2}{a_1}\left(1 - L\frac{r_2 + f}{r_2 f}\right). \quad (2.6.44)$$

Un cas plus intéressant est celui où la lentille est placée à une certaine distance des miroirs [32]. Un tel résonateur est montré à la fig. 2.38, *a*, où d_1 est la distance de la lentille au miroir de gauche et d_2 au miroir de droite. L'image du miroir de gauche (avec la répartition de champ) produite par la lentille est représentée sur la figure par la courbe en traits interrompus AA à la distance d_3 de la lentille; le rayon de courbure de la courbe AA sera désigné par r_1'. Dans ce cas, a_1 est transformé par la lentille en $-a_1'$ (v. la figure). Le résonateur de longueur $d_2 - d_3$ hachuré sur la figure est un résonateur sans lentille équivalent au résonateur à lentille initial. Compte tenu de ce que

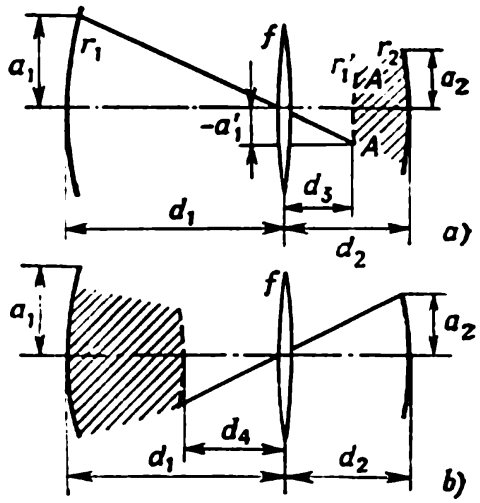


Fig. 2.38

$$d_3 = d_1 f/(d_1 - f); \quad a_1/a_1' = -d_1/d_3 = 1 - d_1/f,$$

déterminons les paramètres N et G_2 du résonateur sans lentille équivalent

$$N = \frac{a_1' a_2}{\lambda (d_2 - d_3)} = \frac{a_1 a_2}{\lambda (d_1 + d_2 - d_2 d_2/f)}; \tag{2.6.45}$$

$$G_2 = \frac{a_2}{a_1'}\left(1 - \frac{d_2 - d_3}{r_2}\right) =$$

$$= \frac{a_2}{a_1}\left[1 - \frac{d_1}{f} - \frac{1}{r_2}\left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f}\right)\right]. \tag{2.6.46}$$

Pour déterminer le paramètre G_1 il faudrait trouver d'abord r_1'. Au lieu de le faire, nous allons considérer un autre résonateur sans lentille équivalent. Ce résonateur est représenté sur la fig. 2.38, *b* par hachure. Mettons à profit l'analogie avec le cas examiné précédemment. Puisque

$$d_4 = d_2 f/(d_2 - f); \quad a_2/a_2' = -d_2/d_4 = 1 - d_2/f,$$

on a

$$N = \frac{a_1 a_2'}{\lambda (d_1 - d_4)} = \frac{a_1 a_2}{\lambda (d_1 + d_2 - d_1 d_2/f)}; \tag{2.6.47}$$

$$G_1 = \frac{a_1}{a_2'}\left(1 - \frac{d_1 - d_4}{r_1}\right) =$$

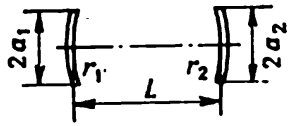
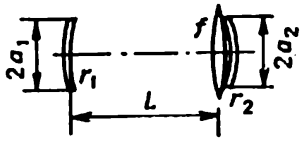
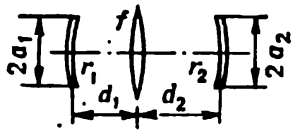
$$= \frac{a_1}{a_2}\left[1 - \frac{d_2}{f} - \frac{1}{r_1}\left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f}\right)\right]. \tag{2.6.48}$$

Comme il fallait s'y attendre, les résultats (2.6.47) et (2.6.45) sont identiques. Chacun des résonateurs sans lentille hachurés sur la fig. 2.38 étant équivalent au résonateur à lentille de départ, ces deux résonateurs sans lentilles sont équivalents l'un à l'autre. En faisant usage des relations (2.6.45), (2.6.46) et (2.6.48), écrivons les expressions pour les paramètres du résonateur sans lentille équivalent

$$\left.\begin{aligned} N &= \frac{a_1 a_2}{\lambda (d_1 + d_2 - d_1 d_2/f)}; \\ G_1 &= \frac{a_1}{a_2}\left[1 - \frac{d_2}{f} - \frac{1}{r_1}\left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f}\right)\right]; \\ G_2 &= \frac{a_2}{a_1}\left[1 - \frac{d_1}{f} - \frac{1}{r_2}\left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \tag{2.6.49}$$

Reportons-nous au Tableau 2.5. On y compare trois résonateurs: sans lentille, à lentille placée directement devant un miroir, à lentille se trouvant à une certaine distance des miroirs. Pour tous ces résonateurs sont données les matrices de passage du rayon lumineux cheminant du miroir de gauche vers le miroir de droite. Les deux premières matrices ont été examinées au § 2.4 (v. (2.4.18) et (2.4.22)), la troisième est la matrice $M(d_1 \to f \to d_2) = M(d_2) \times \times M(f)\, M(d_1)$. Le Tableau indique également les paramètres

Tableau 2.5

	$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda} \frac{1}{L}$ $G_1 = \frac{a_1}{a_2}\left(1 - \frac{1}{r_1} L\right)$ $G_2 = \frac{a_2}{a_1}\left(1 - \frac{1}{r_2} L\right)$
	$\begin{pmatrix} 1 & L \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{L}{f} \end{pmatrix}$	$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda} \frac{1}{L}$ $G_1 = \frac{a_1}{a_2}\left(1 - \frac{1}{r_1} L\right)$ $G_2 = \frac{a_2}{a_1}\left[\left(1 - \frac{L}{f}\right) - \frac{1}{r_2} L\right]$
	$\begin{pmatrix} 1 - \frac{d_2}{f} & d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d_1}{f} \end{pmatrix}$	$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda} \frac{1}{d_1 + d_2 - d_1 d_2 / f}$ $G_1 = \frac{a_1}{a_2}\left[\left(1 - \frac{d_2}{f}\right) - \frac{1}{r_1}\left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f}\right)\right]$ $G_2 = \frac{a_2}{a_1}\left[\left(1 - \frac{d_1}{f}\right) - \frac{1}{r_2}\left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f}\right)\right]$

N, G_1,G_2 des résonateurs sans lentille équivalents; pour leur détermination on a utilisé les relations (2.6.44) et (2.6.49).

En examinant le Tableau 2.5 il n'est pas difficile d'établir une certaine *règle générale*. Supposons que le rayon qui se propage du miroir de gauche (rayon de courbure r_1) vers le miroir de droite (rayon de courbure r_2) se transforme suivant une certaine matrice $\begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix}$. Cette matrice tient compte tant de l'espace libre à l'intérieur du résonateur que des éléments optiques possibles disposés d'une façon bien déterminée dans le résonateur suivant son axe. La règle mentionnée ci-dessus consiste en ce qu'au résonateur donné est équivalent un résonateur « vide » ayant pour paramètres [32]:

$$\boxed{N = \frac{a_1 a_2}{\lambda B}; \quad G_1 = \frac{a_1}{a_2}\left(A - \frac{B}{r_1}\right); \quad G_2 = \frac{a_2}{a_1}\left(D - \frac{B}{r_2}\right)}. \quad (2.6.50)$$

Résonateur à diaphragme. — Supposons qu'à l'intérieur d'un résonateur de longueur L soit placé un *diaphragme* présentant un plan percé d'un orifice de diamètre égal à $2a$. Les ouvertures des miroirs du résonateur sont supposées *infiniment grandes*. Désignons par d_1 et d_2 les distances du diaphragme respectivement au miroir de gauche (rayon de courbure r_1) et au miroir de droite (rayon de courbure r_2); $d_1 + d_2 = L$.

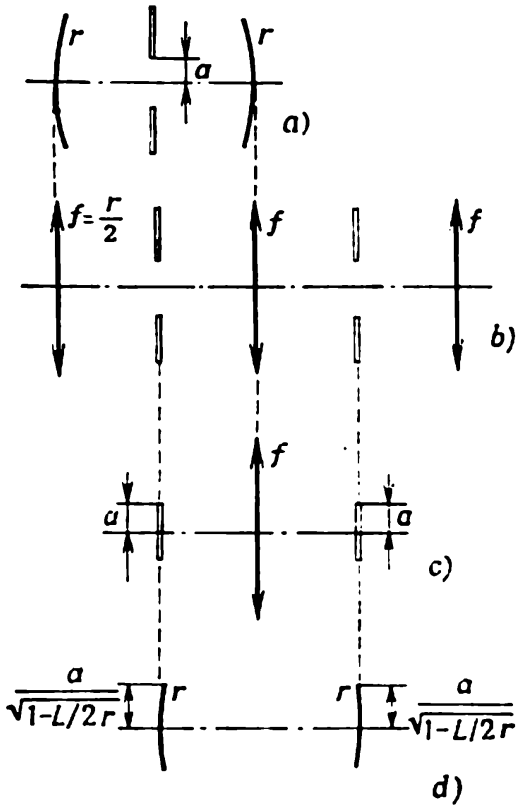


Fig. 2.39

Dans le cas particulier d'un résonateur *symétrique* (lorsque $d_1 = d_2 = L/2$ et $r_1 = r_2 = r$) il est commode d'utiliser l'analogie qui existe entre les résonateurs ouverts et les guides d'ondes à lentilles. Le résonateur à diaphragme représenté sur la fig. 2.39, *a* est optiquement équivalent au guide d'ondes à lentilles montré à la fig. 2.39, *b*, et ce dernier est à son tour équivalent au résonateur à miroirs plans et parallèles à lentille au milieu qui est visible sur la fig. 2.39, *c*. Les ouvertures des miroirs de ce résonateur sont égales à l'ouverture du diaphragme du résonateur de départ et la distance focale de la lentille $f = r/2$. En faisant usage de la relation (2.6.49), déterminons les paramètres du résonateur sans lentille équivalent

au résonateur représenté sur la fig. 2.39, *c* et donc au résonateur de la fig. 2.39, *a*:

$$N = \frac{a^2}{\lambda L (1 - L/2r)}; \quad G_1 = G_2 = 1 - \frac{L}{r}. \qquad (2.6.51)$$

Ce résonateur sans lentille est représenté sur la fig. 2.39, *d*. A la différence du résonateur de départ à diaphragme, ses miroirs ont des *ouvertures finies*; le rayon de l'ouverture des miroirs est égal à $a/\sqrt{1-\frac{L}{2r}}$, où a est le rayon de l'ouverture du diaphragme du résonateur de départ.

Remarquons que le résultat (2.6.51) peut s'obtenir également à partir de (2.6.50) si l'on tient compte du fait que la matrice $\begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix}$ pour le résonateur de la fig. 2.39. *c* se présente sous la forme

$$M\left(\frac{L}{2}\right) M(f) M\frac{L}{2} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{L}{2f} & L - \frac{L^2}{4f} \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{L}{2f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{L}{r} & L - \frac{L^2}{2r} \\ -\frac{2}{r} & 1 - \frac{L}{r} \end{pmatrix}.$$

Dans ce cas il convient de poser dans (2.6.50) $a_1 = a_2 = a$, $1/r_1 = 1/r_2 = 0$.

D'une façon générale, un résonateur à diaphragme *asymétrique n'a pas* de résonateur « vide » équivalent. Néanmoins on peut montrer [33] que dans le cas général d'un résonateur à diaphragme asymétrique (et à ouvertures des miroirs infiniment grandes) les *pertes par diffraction* et les *répartitions des amplitudes du champ* sur les miroirs ne sont déterminées que par *trois paramètres*. Ces paramètres sont représentés par les combinaisons suivantes de a, d_1, d_2, r_1, r_2:

$$\gamma = \frac{a^2}{4\lambda}\left[\frac{r_1}{d_1(r_1 - d_1)} + \frac{r_2}{d_2(r_2 - d_2)}\right]; \qquad (2.6.52a)$$

$$\bar{g} = \frac{(r_1 - 2d_1)\, d_2 (r_2 - d_2) + (r_2 - 2d_2)\, d_1 (r_1 - d_1)}{r_1 d_2 (r_2 - d_2) + r_2 d_1 (r_1 - d_1)}; \qquad (2.6.52b)$$

$$\beta = \frac{r_1 d_2 (r_2 - d_2) - r_2 d_1 (r_1 - d_1)}{r_1 d_2 (r_2 - d_2) + r_2 d_1 (r_1 - d_1)}. \qquad (2.6.52c)$$

Le résultat (2.6.52) découle des équations intégrales correspondantes qui décrivent la propagation du rayonnement dans un résonateur à diaphragme.

Pour $r_1 = r_2 = r$ et $d_1 = d_2 = L/2$ les relations (2.6.52) donnent

$$\gamma = \frac{a^2}{\lambda L (1 - L/2r)}; \quad \bar{g} = 1 - \frac{L}{r}; \quad \beta = 0. \qquad (2.6.53)$$

Le rapprochement entre (2.6.53) et (2.6.51) permet de conclure que pour les résonateurs à diaphragme symétriques le paramètre γ est égal au nombre de Fresnel N et le paramètre $\bar{g}$ coïncide avec les paramètres G_1 et G_2 du résonateur sans lentille équivalent.

Considérons un résonateur confocal ($r_1 = r_2 = L$) comportant un diaphragme placé de façon quelconque sur son axe. Pour un tel résonateur les relations (2.6.52) prennent une forme beaucoup plus simple:

$$\gamma = a^2L/[2\lambda d_1 (L - d_1)]; \quad \bar{g} = 0; \quad \beta = 0. \qquad (2.6.54)$$

Cette expression montre que deux résonateurs confocaux à diaphragme présentent mêmes pertes par diffraction et mêmes répartitions d'amplitudes du champ sur les miroirs si est satisfaite la condition

$$a^2L/[d_1 (L - d_1)] = (a')^2L'/[d_1' (L' - d_1')] \qquad (2.6.55)$$

(ici, a, L, d_1 sont les paramètres d'un des résonateurs, et a', L', d les paramètres de l'autre).

Rappelons qu'un résonateur confocal sans diaphragme, constitué de miroirs à ouvertures finies (et inégales), se caractérise par les paramètres $N = a_1a_2/\lambda L$; $G_1 = 0$; $G_2 = 0$. Le paramètre $\gamma = a^2L/2\lambda d_1 (L - d_1)$ joue dans un résonateur confocal à diaphragme et à ouvertures infiniment grandes des miroirs le même rôle que le nombre de Fresnel $N = a_1a_2/\lambda L$ joue dans un résonateur confocal sans diaphragme et à ouvertures finies des miroirs. De même que N, le paramètre γ détermine les pertes par diffraction dans les résonateurs correspondants; une petite valeur des pertes par diffraction correspond à une grande valeur de ces paramètres ($N \gg 1$; $\gamma \gg 1$).

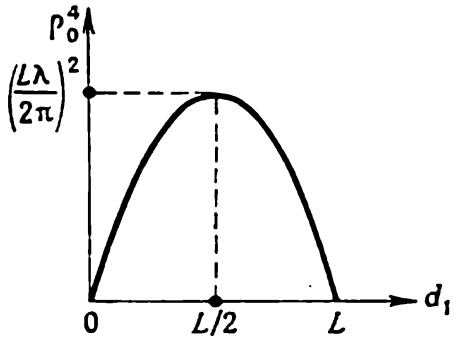


Fig. 2.40

Considérons, à l'aide de (2.6.54), la variation de $1/\gamma$ en fonction de d_1 pour des valeurs données de L et a (fig. 2.40). Il est facile de voir que les plus grandes pertes par diffraction dans un résonateur confocal ont lieu lorsque le diaphragme est placé au milieu du résonateur ($d_1 = L/2$). Si *le diaphragme est rapproché du miroir*, les pertes par diffraction commencent à décroître assez rapidement (bien que l'ouverture du diaphragme reste inchangée). En plaçant le diaphragme aussi près que l'on veut du miroir, on peut rendre le paramètre γ aussi grand que l'on veut. Ce fait comporte une interprétation physique intéressante (v. § 2.9).

§ 2.7 FAISCEAUX GAUSSIENS

Remarques générales; forme spatiale d'un faisceau gaussien. — Pour décrire la structure du champ d'un faisceau lumineux formé dans un résonateur stable, on utilise largement le modèle d'un *faisceau gaussien*. Les faisceaux gaussiens se caractérisent par une décroissance rapide de l'amplitude du champ lorsqu'on s'éloigne de

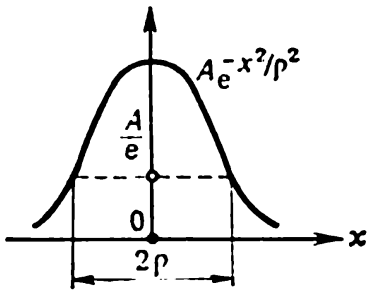


Fig. 2.41

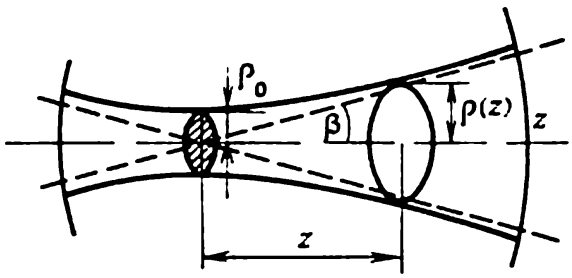


Fig. 2.42

l'axe du faisceau; l'amplitude diminue suivant la *fonction de Gauss* $A \exp(-x^2/\rho^2)$ (fig. 2.41). Le paramètre ρ joue le rôle du rayon effectif du faisceau.

Le type le plus simple de faisceau gaussien correspond au mode transverse *fondamental*. La variation du module de l'amplitude du champ du mode fondamental en fonction des coordonnées transversales se décrit entièrement par la fonction de Gauss:

$$|u(x, y)| \sim \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{\rho^2}\right). \qquad (2.7.1)$$

Dans le cas des modes d'ordre supérieur l'amplitude du champ d'un faisceau gaussien s'exprime généralement par le produit de la fonction de Gauss et des polynômes d'Hermite (c'est-à-dire par les *polynômes de Gauss-Hermite*):

$$|u_{mn}(x, y)| \sim H_m\left(\sqrt{2}\frac{x}{\rho}\right) H_m\left(\sqrt{2}\frac{y}{\rho}\right) \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{\rho^2}\right). \qquad (2.7.2)$$

La fig. 2.42 représente schématiquement la forme *spatiale* du faisceau gaussien à l'intérieur d'un certain résonateur, cette forme étant déterminée par le paramètre ρ. La valeur du rayon ρ du faisceau varie suivant la longueur du résonateur (le long de l'axe du faisceau). En un certain point sur l'axe, le rayon prend la valeur minimale que nous désignerons par ρ_0. Le plan de référence passant par ce point s'appelle plan d'*étranglement du faisceau* (en anglais plan de *cross-over*); v. la section hachurée sur la fig. 2.42. Nous allons considérer le rayon du faisceau en fonction de la distance z comptée à

partir du point d'étranglement du faisceau. Plus loin il sera montré que

$$\rho^2 = \rho_0^2 + (\lambda/\pi)^2 (z^2/\rho_0^2). \qquad (2.7.3)$$

La relation (2.7.3) est l'équation de la surface qui limite dans l'espace le champ du faisceau gaussien; cette surface est appelée *caustique*. Elle représente un hyperboloïde de révolution. La section de cet hyperboloïde par un plan passant par les axes du faisceau a la forme d'hyperbole; v. les courbes en gros traits de la fig. 2.42.

Les asymptotes à l'hyperbole sont montrées sur la fig. 2.42 par des droites en traits interrompus. Désignons par β l'angle que l'asymptote fait avec l'axe du faisceau. Pour trouver cet angle il convient au préalable de mettre l'équation (2.7.3) sous forme canonique

$$(\rho^2/a^2) - (z^2/b^2) = 1. \qquad (2.7.4)$$

Le rapprochement entre (2.7.4) et (2.7.3) permet de conclure que $a = \rho_0$; $b = \pi\rho_0^2/\lambda$. La tangente de l'angle β est le rapport a/b; on a donc

$$\operatorname{tg} \beta = \lambda/\pi\rho_0. \qquad (2.7.5)$$

On suppose que les faisceaux gaussiens considérés ici ont une symétrie de révolution par rapport à l'axe du faisceau (faisceaux gaussiens *circulaires*). De tels faisceaux sont formés dans des résonateurs constitués de miroirs sphériques parfaits à condition qu'à l'intérieur du résonateur il n'y a pas d'éléments pouvant troubler la symétrie de révolution par rapport à l'axe optique. Or, en pratique, la sphéricité des miroirs du résonateur peut être troublée ou même ne pas être délibéremment observée (résonateurs *astigmatiques*). En outre, le résonateur peut contenir des éléments qui dérangent sa symétrie de révolution, par exemple, des plaques planes parallèles et inclinées, en particulier les fenêtres de Brewster dans le tube à décharge gazeuse. Dans de tels cas, la forme de la section droite du faisceau est elliptique et non circulaire et les faisceaux eux-mêmes sont dits *elliptiques*. La forme d'un faisceau gaussien elliptique dans un résonateur astigmatique est montrée schématiquement sur la fig. 2.43.

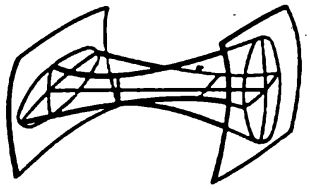


Fig. 2.43

La théorie des faisceaux gaussiens est étudiée dans [22, 32, 34, 35, 17]; v. aussi [4, 7, 15]. La monographie [17] examine en plus des faisceaux circulaires également des faisceaux gaussiens elliptiques.

Propagation d'un faisceau gaussien dans l'espace libre.— Profitons pour cette étude du fait que le plan d'étranglement d'un faisceau gaussien est un plan équiphase. Autrement dit, au point situé sur l'axe et correspondant à l'étranglement du faisceau, le front d'onde du faisceau gaussien est *plan*. Ceci est en accord avec la symétrie que la forme du faisceau gaussien présente par rapport au plan d'étranglement.

En ne considérant pour l'instant que le mode *fondamental*, représentons le champ du faisceau gaussien dans le plan d'étranglement P_0 sous la forme

$$u(\xi, \eta) = A \exp[-(\xi^2 + \eta^2)/\rho_0^2]. \qquad (2.7.6)$$

Ici, ξ et η sont les coordonnées cartésiennes dans le plan P_0. La forme plane du front d'onde prédétermine l'absence du facteur de phase de la forme $\exp[i\Phi(\xi, \eta)]$ dans l'expression de $u(\xi, \eta)$.

Si le champ du faisceau gaussien est donné dans un certain plan (par exemple dans le plan d'étranglement), on peut déterminer son champ dans n'importe quel autre plan de référence en considérant à cet effet, dans le cadre de la théorie de la diffraction, la propagation du rayonnement à partir du plan de départ jusqu'au plan de référence choisi. Choisissons un plan de référence P_z situé à une distance z du plan d'étranglement P_0. Le champ $u(x, y, z)$ du faisceau gaussien dans le plan P_z se détermine par l'intégrale de diffraction (2.6.6) dans laquelle il convient d'introduire le champ (2.7.6) en remplaçant L par z. Il vient

$$u(x, y, z) = -\frac{i}{\lambda z} A \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z\right) \times$$
$$\times \iint_{P_0} \exp\left(-\frac{\xi^2+\eta^2}{\rho_0^2}\right) \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z}[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2]\right) d\xi\, d\eta. \qquad (2.7.7)$$

En se servant de (2.7.7), on trouve l'expression pour l'amplitude *complexe* du champ produit par le mode fondamental du faisceau gaussien à la distance z du plan d'étranglement du faisceau [1]:

$$u(x, y, z) = A \frac{(i\pi\rho_0^2/\lambda z)}{(i\pi\rho_0^2/\lambda z) - 1} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z\right) \times$$
$$\times \exp\left[i \frac{(x^2+y^2)\,\pi/\lambda z}{1+(\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}\right] \exp\left[-\frac{(x^2+y^2)\,(\pi\rho_0/\lambda z)^2}{1+(\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}\right]. \qquad (2.7.8)$$

Les dimensions transversales du faisceau sont déterminées par le facteur

$$\exp\left[-\frac{(x^2+y^2)\,(\pi\rho_0/\lambda z)^2}{1+(\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}\right]$$

qui intervient dans l'expression (2.7.8). Ce facteur décroît rapidement à mesure que l'on s'éloigne de l'axe du faisceau. La forme de ce facteur montre qu'à la distance z du point d'étranglement le rayon ρ du faisceau gaussien se décrit par l'expression (2.7.3):

$$\rho^2(z) = \frac{1+(\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}{(\pi\rho_0/\lambda z)^2} = \rho_0^2 + \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{z^2}{\rho_0^2}.$$

[1] Les calculs correspondants sont donnés en Annexe 2.

Remarquons que

$$\exp(i \operatorname{arctg} \alpha) = \cos(\operatorname{arctg} \alpha) + i \sin(\operatorname{arctg} \alpha) = \frac{1+i\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}. \quad (2.7.9)$$

En tenant compte de (2.7.9), on trouve

$$\frac{(i\pi\rho_0^2/\lambda z)}{(i\pi\rho_0^2/\lambda z)-1} = \frac{1}{1+i(\lambda z/\pi\rho_0^2)} = \frac{\exp[-i \operatorname{arctg}(\lambda z/\pi\rho_0^2)]}{\sqrt{1+(\lambda z/\pi\rho_0^2)}}.$$

D'après (2.7.3) on a

$$[1 + (\lambda z/\pi\rho_0^2)]^{-1/2} = \rho_0/\rho(z).$$

L'expression (2.7.8) peut se mettre finalement sous la forme

$$u(x, y, z) = A\frac{\rho_0}{\rho(z)} \exp[-(x^2+y^2)/\rho^2(z)]$$
$$\times \exp\left\{ i\left[\frac{2\pi}{\lambda} z - \operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda z}{\pi\rho_0^2}\right) + \frac{(x^2+y^2)\pi/\lambda z}{1+(\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}\right]\right\}. \quad (2.7.10)$$

Rayon de courbure de la surface équiphase. — Ainsi qu'il ressort de l'expression (2.7.10), la propagation du faisceau gaussien du plan P_0 au plan P_z s'accompagne d'une *variation de phase* égale à

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} z - \operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda z}{\pi\rho_0^2}\right) + \frac{(x^2+y^2)\pi/\lambda z}{1+(\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}. \quad (2.7.11)$$

Par suite de la propagation de P_0 à P_z le front d'onde du faisceau, qui était initialement *plan*, devient *sphérique*; c'est pourquoi l'expression qui décrit la variation de la phase comporte un terme dépendant des coordonnées transversales:

$$\varphi(x, y, z) = \frac{(x^2+y^2)\pi/\lambda z}{1+(\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}. \quad (2.7.12)$$

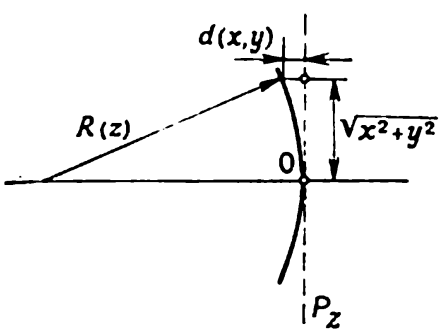


Fig. 2.44

Désignons par $R(z)$ le rayon de courbure de la surface équiphase qui coupe l'axe du faisceau au point z (à la distance z du point d'étranglement); v. fig. 2.44. Comme le montre cette figure, le déphasage au point (x, y) du plan P_z par rapport au point (0, 0) du même plan est égal à $(2\pi/\lambda)\, d(x, y)$. Ce déphasage étant décrit par l'expression (2.7.12), on peut écrire

$$d(x, y) = \frac{(x^2+y^2)/2z}{1+(\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}. \quad (2.7.13)$$

Puis, tenons compte que $R^2 - (x^2 + y^2) = [R - d(x, y)]^2$ (v. la figure). Puisque $d \ll R$, on a $(R - d)^2 \approx R^2(1 - 2d/R) = R^2 - 2Rd$ et donc $2Rd \approx x^2 + y^2$. En portant ce résultat dans (2.7.13),

on obtient pour le rayon de courbure $R(z)$ de la surface équiphase l'expression suivante:

$$\boxed{R(z) = z\,[1 + (\pi\rho_0^2/\lambda z)^2]}. \tag{2.7.14}$$

Compte tenu de (2.7.14) l'expression (2.7.10) devient

$$\boxed{\begin{aligned} u(x, y, z) = A\frac{\rho_0}{\rho(z)}\exp\left[-\frac{x^2+y^2}{\rho^2(z)}\right]\cdot \\ \times\exp\left\{i\left[\frac{2\pi}{\lambda}z - \operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda z}{\pi\rho_0^2}\right) + \frac{(x^2+y^2)\pi}{\lambda R(z)}\right]\right\}\end{aligned}}. \tag{2.7.15}$$

De (2.7.14) on déduit qu'à des distances suffisamment grandes du point d'étranglement du faisceau satisfaisant à l'inégalité

$$z \gg \pi\rho_0^2/\lambda \tag{2.7.16}$$

(dans ce cas on parle de la « région lointaine ») le rayon de courbure de la surface équiphase peut se décrire par l'expression $R(z) \approx z$.

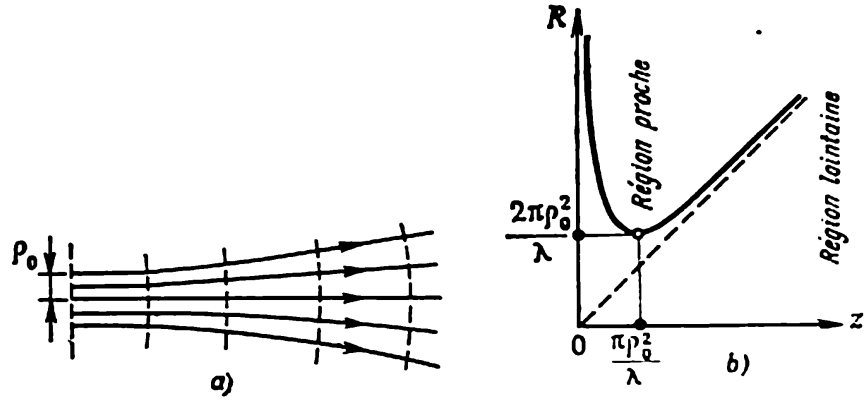


Fig. 2.45

Ainsi on voit que dans la *région lointaine* le faisceau gaussien se transforme en une onde sphérique et peut être examiné dans l'approximation de l'optique géométrique. Quant à la *région proche* ($z \lesssim \pi\rho_0^2/\lambda$), cette approximation lui est inapplicable: *dans cette région les rayons lumineux ne sont pas rectilignes* (fig. 2.45, *a*; les rayons lumineux y sont indiqués en traits pleins, et les sections des surfaces équiphases en traits interrompus). L'allure de la fonction $R(z)$ définie par la relation (2.7.14) est montrée sur la fig. 2.45, *b*.

Relations fondamentales reliant les paramètres d'un faisceau gaussien. — Les paramètres d'un faisceau gaussien sont le rayon ρ du faisceau et le rayon de courbure R de la surface équiphase considérés à la distance z de l'étranglement du faisceau dont le rayon est

ρ_0 (fig. 2.46). Les résultats obtenus plus haut permettent d'écrire toute une série de relations qui relient ρ, R, z, ρ_0. Indiquons les relations suivantes:

$$\boxed{\rho^2 = \rho_0^2 + (\lambda/\pi)^2 (z^2/\rho_0^2)}\ ; \tag{2.7.3}$$

$$\boxed{\rho_0^4 = (\lambda/\pi)^2 z (R - z)}\ ; \tag{2.7.17}$$

$$\boxed{\rho^2 \rho_0^2 = (\lambda/\pi)^2 Rz}. \tag{2.7.18}$$

Le résultat (2.7.17) découle immédiatement de (2.7.14). Le résultat (2.7.18) s'ensuit de (2.7.3) si l'on y introduit z^2 donné par (2.7.17).

Paramètres complexes d'un faisceau gaussien. — L'expression (2.7.15) donnant l'amplitude du champ $u(x, y, z)$ peut être mise sous une forme plus compacte si l'on introduit des *paramètres complexes* du faisceau $q(z)$ et $R(z)$ proposés par Kogelnik [32]. Ces paramètres sont définis par les relations suivantes:

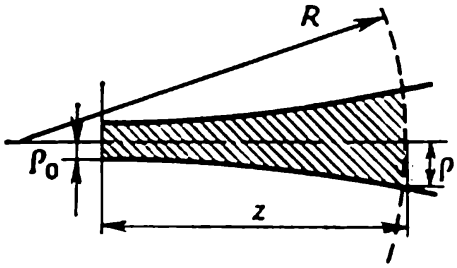


Fig. 2.46

$$\boxed{1/q = 1/R + i\lambda/\pi\rho^2}\ ; \tag{2.7.19}$$

$$\boxed{P = -\operatorname{arctg}(z\lambda/\pi\rho_0^2) - i \ln(\rho_0/\rho)}. \tag{2.7.20}$$

En utilisant ces paramètres, récrivons (2.7.15) sous la forme

$$\boxed{\begin{aligned} u(x, y, z) = A \exp\left\{i\left[P(z) + (x^2 + y^2)\frac{\pi}{\lambda q(z)}\right]\right\} \times \\ \times \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \end{aligned}}. \tag{2.7.21}$$

Faisceau gaussien considéré comme une solution de l'équation parabolique. — L'expression (2.7.21) décrit le champ du mode fondamental. Ayant en vue la généralisation des résultats obtenus au cas de modes d'ordre supérieur, montrons sur l'exemple du mode fondamental que le faisceau gaussien est solution de l'équation parabolique.

On connaît bien l'équation d'onde pour une onde électromagnétique monochromatique se propageant dans un espace ne contenant pas de charges électriques:

$$\nabla^2 u(x, y, z) + (4\pi^2/\lambda^2)\, u(x, y, z) = 0. \tag{2.7.22}$$

Représentons l'amplitude de l'onde $u(x, y, z)$ sous la forme

$$u(x, y, z) = U(x, y, z) \exp(i2\pi z/\lambda). \tag{2.7.23}$$

En introduisant (2.7.23) dans (2.7.22), on obtient l'équation

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}+i\,\frac{4\pi}{\lambda}\,\frac{\partial U}{\partial z}=0. \qquad (2.7.24)$$

En supposant que la dépendance de la fonction $U(x, y, z)$ vis-à-vis de la coordonnée z est relativement faible, de sorte qu'on a l'inégalité

$$\left|\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right|\leqslant\frac{4\pi}{\lambda}\left|\frac{\partial U}{\partial z}\right|, \qquad (2.7.25)$$

mettons l'équation (2.7.24) sous la forme

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+i\,\frac{4\pi}{\lambda}\,\frac{\partial U}{\partial z}=0. \qquad (2.7.26)$$

Cette équation est dite *parabolique*.

Proposons-nous de montrer que la fonction $U(x, y, z)$ ayant la forme (v. (2.7.21))

$$U(x, y, z)=A\exp\{i\,[P(z)+(x^2+y^2)\,\pi/\lambda q(z)]\}, \qquad (2.7.27)$$

est solution de l'équation parabolique (2.7.26). A cet effet, introduisons (2.7.27) dans (2.7.26), il vient

$$\frac{4\pi}{\lambda}\left[\frac{dP}{dz}-\frac{i}{q(z)}\right]+\frac{4\pi^2(x^2+y^2)}{\lambda^2 q^2(z)}\left(1-\frac{dq}{dz}\right)=0.$$

Cette égalité doit être vérifiée quels que soient x et y. Il en résulte que doivent être réalisées les égalités

$$dP/dz-i/q(z)=0;\quad 1-dq/dz=0. \qquad (2.7.28)$$

En faisant usage des relations (2.7.19) et (2.7.20), il est aisé de s'assurer que les égalités (2.7.28) sont effectivement remplies.

Généralisation au cas de modes supérieurs.— En utilisant (2.7.21) et (2.7.2), représentons l'amplitude du champ du faisceau gaussien pour un mn-ième mode sous la forme suivante:

$$u_{mn}(x, y, z)=AH_m\left(\sqrt{2}\,\frac{x}{\rho(z)}\right)H_n\left(\sqrt{2}\,\frac{y}{\rho(z)}\right)\cdot$$
$$\times\exp\left\{i\left[P(z)+(x^2+y^2)\,\frac{\pi}{\lambda q(z)}+\Phi_{mn}(z)\right]\right\}\exp\left(i\,\frac{2\pi}{\lambda}z\right), \qquad (2.7.29)$$

où Φ_{mn} est à déterminer.

En supposant que le mn-ième mode, de même que le mode fondamental, est solution de l'équation parabolique, portons (2.7.29)

(sans le facteur exp $(i2\pi z/\lambda)$) dans (2.7.26). Cette substitution ramène l'équation (2.7.26) à la forme

$$\frac{1}{H_m}\left(\frac{d^2H_m}{dX^2}-2X\frac{dH_m}{dX}\right)+$$
$$+\frac{1}{H_n}\left(\frac{d^2H_n}{dY^2}-2Y\frac{dH_n}{dY}\right)-\frac{2\pi}{\lambda}\rho^2\frac{d\Phi_{mn}}{dz}=0, \qquad (2.7.30)$$

où

$$X=\sqrt{2}x/\rho; \quad Y=\sqrt{2}y/\rho.$$

Puis tenons compte du fait que le polynôme d'Hermite de degré m $H_m(X)$ satisfait à l'équation différentielle[1]

$$\frac{d^2H_m}{dX^2}-2X\frac{dH_m}{dX}+2mH_m=0. \qquad (2.7.31)$$

En comparant les deux relations (2.7.30) et (2.7.31), on voit que le déphasage Φ_{mn} doit satisfaire à l'équation

$$\frac{\pi}{\lambda}\rho^2(z)\frac{d\Phi_{mn}}{dz}=-(m+n). \qquad (2.7.32)$$

Compte tenu de (2.7.3), on en tire

$$\int_0^z d\Phi_{mn}=-\frac{m+n}{\pi\rho_0^2/\lambda}\int_0^z\frac{dz}{1+(\lambda z/\pi\rho_0^2)^2}=-(m+n)\operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda z}{\pi\rho_0^2}\right).$$

Comme $\Phi_{mn}(0)=0$, on a

$$\Phi_{mn}(z)=-(m+n)\operatorname{arctg}(\lambda z/\pi\rho_0^2). \qquad (2.7.33)$$

En utilisant le résultat (2.7.33) dans (2.7.29) et en passant des paramètres q et P aux paramètres ρ et R, on obtient pour l'amplitude du champ du mn-ième mode l'expression suivante

$$\boxed{\begin{aligned}u_{mn}(x,y,z)=A\frac{\rho_0}{\rho(z)}H_m\left(\sqrt{2}\frac{x}{\rho(z)}\right)H_n\left(\sqrt{2}\frac{y}{\rho(z)}\right)\times\\ \times\exp\left[-\frac{x^2+y^2}{\rho^2(z)}\right]\exp\left\{i\left[\frac{2\pi}{\lambda}z-(m+n+1)\times\right.\right.\\ \left.\left.\times\operatorname{arctg}\left(\frac{z\lambda}{\pi\rho_0^2}\right)+\frac{(x^2+y^2)\pi}{\lambda R(z)}\right]\right\}\end{aligned}}. \qquad (2.7.34)$$

Remarquons que le rayon ρ du faisceau et le rayon de courbure R de la surface équiphase (et donc le paramètre q) *ne dépendent pas* des indices m, n du mode. Ceci signifie que lorsqu'on utilise ces paramètres du faisceau gaussien il suffit de considérer le seul mode fondamental.

---

[1] Voir Annexe 1.

§ 2.8 TRANSFORMATION ET ADAPTATION DES FAISCEAUX GAUSSIENS

Pour pouvoir décrire la transformation subie par un faisceau gaussien lorsqu'il se propage d'un plan de référence $z = z_1$ à un autre plan de référence $z = z_2$ il est nécessaire d'indiquer la règle de passage des paramètres $\rho(z_1)$, $R(z_1)$ aux paramètres $\rho(z_2)$, $R(z_2)$ ou, en d'autres termes, la règle de passage de $q(z_1)$ à $q(z_2)$.

Transformation du faisceau gaussien dans l'espace libre. — Montrons au préalable que

$$\boxed{q = z - i\pi\rho_0^2/\lambda}. \tag{2.8.1}$$

En effet, on tire de (2.7.19)

$$q = R\,\frac{1 - i\,(\lambda R/\pi\rho^2)}{1 + (\lambda R/\pi\rho^2)^2}.$$

De (2.7.18) on déduit que $\lambda R/\pi\rho^2 = \pi\rho_0^2/\lambda z$; par suite

$$q = R\,\frac{1 - i\,(\pi\rho_0^2/\lambda z)}{1 + (\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}.$$

En tenant compte de (2.7.14), on en tire le résultat (2.8.1).

La règle de transformation du faisceau gaussien dans l'espace libre découle de la relation (2.8.1). Si le faisceau se propage de $z = z_1$ à $z = z_2$, on a

$$\boxed{q_2 = q_1 + d}, \tag{2.8.2}$$

où $q_1 = q(z_1)$; $q_2 = q(z_2)$; $d = z_2 - z_1$.

Lentille considérée comme un correcteur de phase. — En faisant varier la phase de l'onde lumineuse, la lentille joue le rôle de *correcteur de phase*. Envisageons une lentille bi-convexe caractérisée par un rayon de courbure r des surfaces et le rayon de l'ouverture a (fig. 2.47). Désignons: d_0, l'épaisseur maximale de la lentille; $d(x, y)$, son épaisseur au point xy dans le plan de l'ouverture; n, l'indice de réfraction; f, la distance focale. Soient $u_1(x, y)$ le champ dans le plan de référence d'entrée P_1 et $u_2(x, y)$ le champ dans le plan de sortie P_2. En supposant que le module de l'amplitude du champ ne change pas au passage par la lentille, écrivons

$$u_2(x, y) = u_1(x, y) \exp\left[i\,(2\pi d_0/\lambda) + i\varphi(x, y)\right], \tag{2.8.3}$$

où $(2\pi/\lambda)\,d_0$ est le déphasage sur la distance d_0 séparant les plans P_1 et P_2; $\varphi(x, y)$ le déphasage supplémentaire dû à la lentille. Le dépha-

sage total est évidemment égal à la somme des déphasages à l'intérieur de la lentille et à son extérieur:

$$\frac{2\pi}{\lambda} d_0 + \varphi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} nd(x, y) + \frac{2\pi}{\lambda}[d_0 - d(x, y)].$$

Ainsi,

$$\varphi(x, y) = (2\pi/\lambda)(n-1)\, d(x, y). \tag{2.8.4}$$

En tenant compte que $1/f = (n-1)\, 2/r$, mettons (2.8.4) sous la forme

$$\varphi(x, y) = (\pi r/\lambda f)\, d(x, y). \tag{2.8.5}$$

Des considérations de géométrie élémentaire montrent que (v. fig. 2.47)

$$d(x, y) = 2\left[\frac{d_0}{2} - \left(r - \sqrt{r^2 - (x^2+y^2)}\right)\right] \approx$$

$$\approx d_0 - 2r\left[1 - \left(1 - \frac{x^2+y^2}{2r^2}\right)\right] = d_0 - \frac{x^2+y^2}{r}.$$

La fonction $d(x, y)$ s'annulant pour $x^2 + y^2 = a^2$, on a $d_0 = a^2/r$. On a finalement

$$\varphi(x, y) = (\pi/\lambda f)\,[a^2 - (x^2 + y^2)] \tag{2.8.6}$$

On voit que la lentille se comporte en correcteur de phase *quadratique*.

Transformation du faisceau gaussien dans la lentille. — Désignons par ρ_1, R_1, q_1 les paramètres du faisceau gaussien immédiate-

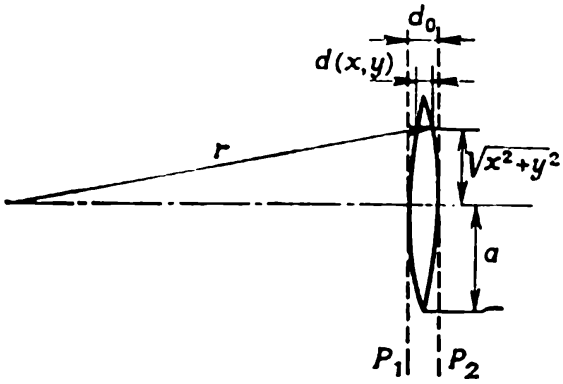


Fig. 2.47

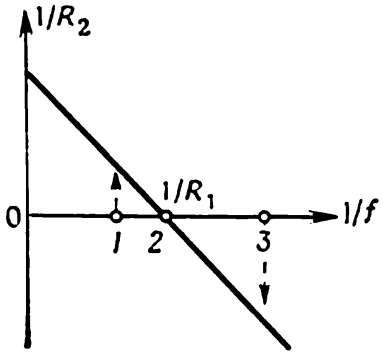


Fig. 2.48

ment à l'entrée de la lentille, par ρ_2, R_2, q_2 ses paramètres immédiatement à la sortie de la lentille et par f la distance focale de la lentille. Etant un correcteur de phase, la lentille modifie le rayon de *courbure* du front d'onde ($R_2 \neq R_1$), alors que le rayon du faisceau reste pratiquement inchangé ($\rho_2 = \rho_1$).

Le rayon de courbure du front d'onde est lié, dans l'expression (2.7.15), au terme $\pi (x^2 + y^2)/\lambda R$, qui figure à l'exposant de l'exponentielle du facteur de phase. En étudiant le passage du faisceau gaussien à travers la lentille, il faut, en vertu de (2.8.6), compléter le terme indiqué par le terme $-\pi (x^2 + y^2)/\lambda f$. Il vient

$$\pi (x^2 + y^2)/\lambda R_2 = [\pi (x^2 + y^2)/\lambda R_1] - [\pi (x^2 + y^2)/\lambda f]$$

ou

$$\boxed{1/R_2 = (1/R_1) - (1/f)}. \qquad (2.8.7)$$

La variation de $1/R_2$ en fonction de $1/f$ définie par la formule (2.8.7) est représentée sur la fig. 2.48. La figure montre trois cas: a) $1/f < 1/R_1$ (point *1*), $R_2 > R_1 > 0$; b) $1/f = 1/R_1$ (point *2*), $R_2 = \infty$; c) $1/f > 1/R_1$ (point *3*), $R_2 < 0$.

Ces cas sont éclairés sur la fig. 2.49. On y distingue: *1*, la surface équiphase (front d'onde) à l'entrée de la lentille; *2*, le front

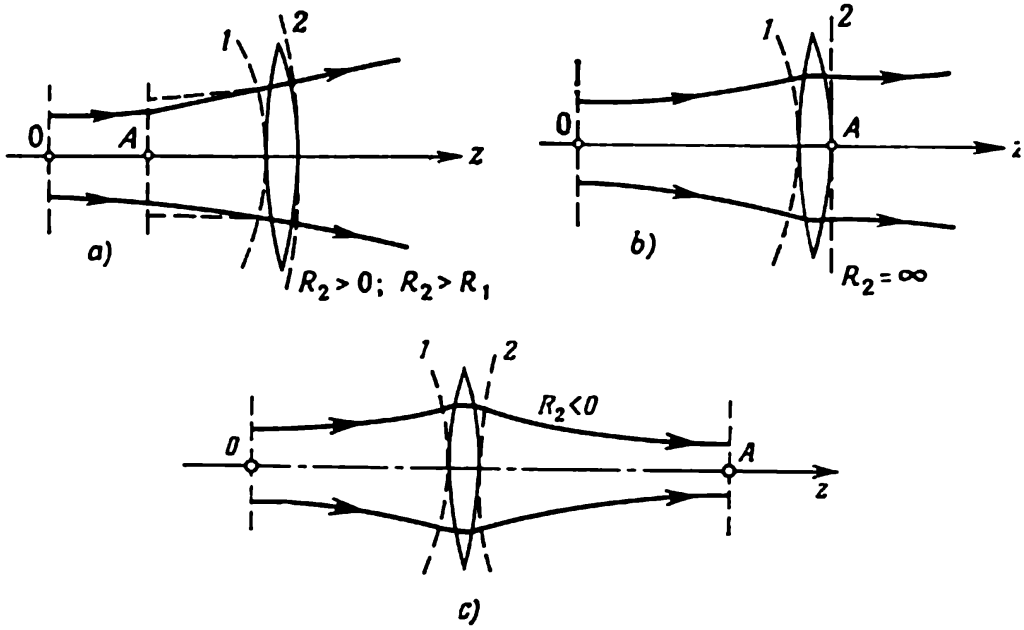


Fig. 2.49

d'onde à la sortie de la lentille; le point $z = 0$ fixe la position du front plan (étranglement) pour le faisceau entrant dans la lentille, et le point A pour le faisceau sortant de la lentille. La fig. 2.49, *a* montre que la lentille ne diminue que légèrement la divergence du faisceau; la fig. 2.49, *b* illustre le fait que la lentille produit un front d'onde plan à l'endroit où elle se trouve; sur la fig. 2.49, *c* on voit que la lentille inverse le front d'onde.

Comme $\rho_2 = \rho_1$, la règle (2.8.7) se généralise de façon évidente au paramètre q:

$$\boxed{1/q_2 = (1/q_1) - (1/f)}. \tag{2.8.8}$$

Transformation du faisceau gaussien dans un système à lentille.— Le faisceau gaussien (fig. 2.50) se propage du plan P_1 au plan P_2 en traversant sur son chemin une lentille de distance focale f; d_1 est la distance du plan P_1 à la lentille, d_2 la distince de la lentille au plan P_2. D'abord, le faisceau subit une transformation dans l'espace libre compris entre le plan P_1 et la lentille; suivant (2.8.7) on a

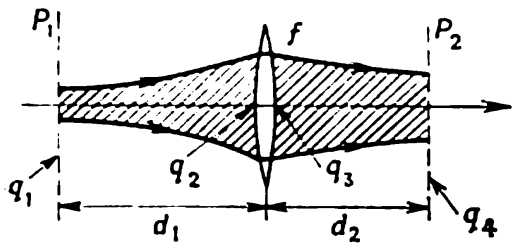


Fig. 2.50

$$q_2 = q_1 + d_1. \tag{2.8.9}$$

Puis, le faisceau se transforme dans la lentille; suivant (2.8.8) on a

$$1/q_3 = (1/q_2) - (1/f)$$

ou

$$q_3 = \frac{q_2}{-q_2/f + 1}. \tag{2.8.10}$$

Enfin, le faisceau est transformé dans l'espace libre s'étendant de la lentille au plan P_2; suivant (2.8.7) on a

$$q_4 = q_3 + d_2. \tag{2.8.11}$$

En réunissant les relations (2.8.9) à (2.8.11), on obtient la règle suivante régissant la transformation du faisceau se propageant du plan P_1 (paramètre du faisceau q_1) au plan P_2 (paramètre du faisceau q_4):

$$q_4 = \frac{q_1 + d_1}{(-1/f)(q_1 + d_1) + 1} + d_2 = \frac{(1 - d_2/f)\, q_1 + (d_1 + d_2 - d_1 d_2/f)}{(-1/f)\, q_1 + (1 - d_1/f)}. \tag{2.8.12}$$

Loi d'*ABCD* régissant la transformation des faisceaux gaussiens dans des systèmes à lentilles.— Toute transformation du faisceau gaussien dans un système à lentilles peut être représentée sous la forme

$$\boxed{q_2 = (Aq_1 + B)/(Cq_1 + D)}, \tag{2.8.13}$$

où q_1 et q_2 sont les paramètres initial et final du faisceau respectivement. La matrice $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ décrit le système qui assure la transformation considérée du faisceau.

C'est ainsi qu'à la transformation du faisceau dans l'espace libre d'étendue d correspond la matrice (cf. (2.8.7) et (2.8.13))

$$M(d) = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.8.14}$$

A la transformation du faisceau dans la lentille de distance focale f répond la matrice (cf. (2.8.10) et (2.8.13))

$$M(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.8.15}$$

A la transformation du faisceau dans le système à lentille représenté sur la fig. 2.50 répond la matrice (cf. (2.8.12) et (2.8.13))

$$M(d_1 \to f \to d_2) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d_2}{f} & d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d_1}{f} \end{pmatrix}. \tag{2.8.16}$$

Si la transformation du faisceau gaussien est le résultat de *plusieurs transformations successives*, la matrice de transformation résultante est le produit des matrices des transformations partielles, les matrices étant écrites dans l'ordre *inverse* de celui dans lequel ont été effectuées ces transformations. Il est aisé de s'assurer par exemple que

$$M(d_1 \to f \to d_2) = \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$
$$= M(d_2)\, M(f)\, M(d_1). \tag{2.8.17}$$

La *loi d'ABCD* définie par la relation (2.8.13) permet de trouver facilement la règle de transformation du faisceau gaussien dans un système à lentilles quelconque. La matrice $ABCD$ de transformation correspondante est le produit des matrices du type (2.8.14) et (2.8.15) écrites dans un ordre déterminé. Etant donné l'analogie entre les guides d'ondes à lentilles et les résonateurs ouverts, on peut étendre la loi d'$ABCD$ également aux résonateurs à condition que leurs faisceaux lumineux soient gaussiens. La matrice qui décrit la transformation du faisceau gaussien en cas de sa réflexion sur un miroir sphérique de rayon de courbure r est de la forme

$$M(r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/r & 1 \end{pmatrix}, \tag{2.8.18}$$

qui découle de façon formelle de (2.8.15) si $f = r/2$.

En comparant les résultats obtenus au cours du présent paragraphe et les résultats obtenus au § 2.4 lors de l'étude des transformations du rayon lumineux, il n'est pas difficile de constater une

analogie intéressante entre l'optique des faisceaux gaussiens et l'optique géométrique. Le fait est que la matrice $ABCD$ utilisée dans la loi d'$ABCD$ pour les faisceaux gaussiens et décrivant un certain système optique *coïncide* avec la matrice de passage du rayon lumineux décrivant le même système. Cette matrice s'exprime par le produit des matrices « élémentaires » (pour l'espace libre, la lentille, le miroir sphérique) écrites dans un ordre déterminé et affectant la même forme tant dans l'optique géométrique que dans celle des faisceaux gaussiens [1]. La matrice $ABCD$ peut s'obtenir en con-

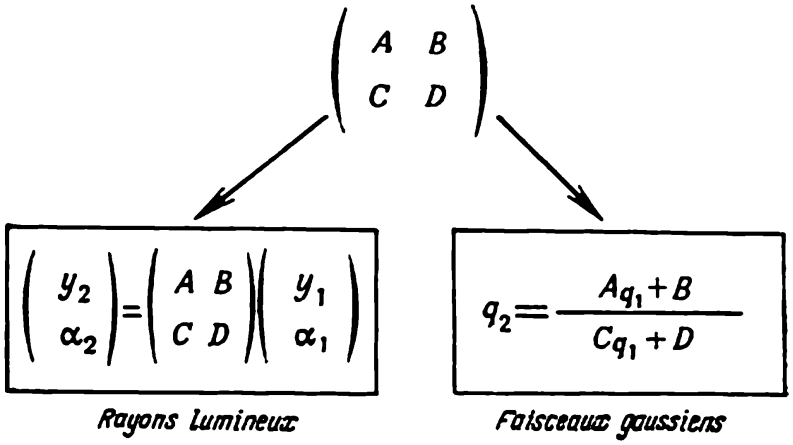


Fig. 2.51

sidérant le comportement des *rayons lumineux* dans un système optique pour être appliquée ensuite aux *faisceaux gaussiens*. Les matrices de passage du rayon rassemblées dans le Tableau 2.4 seront utilisées pour l'étude des faisceaux gaussiens.

D'ailleurs, l'analogie entre l'optique géométrique et l'optique des faisceaux gaussiens ne doit pas être exagérée. Cette analogie n'existe que lorsqu'il s'agit de la *forme* de la matrice $ABCD$ pour le système optique considéré. Quant au *caractère de la transformation* réalisée suivant la matrice $ABCD$, il est différent pour le rayon lumineux et le faisceau gaussien. La transformation du rayon lumineux se décrit par l'expression (2.4.16), alors que le faisceau gaussien se transforme suivant la loi d'$ABCD$ définie par l'expression (2.8.13); v. fig. 2.51.

Indiquons pour terminer que la loi d'$ABCD$ est également applicable à l'étude de la propagation du faisceau gaussien dans un milieu dont l'indice de réfraction varie suivant une loi quadratique dans la direction perpendiculaire à l'axe optique

$$n(x, y) = n_0 - n_2 (x^2 + y^2)/2. \qquad (2.8.19)$$

[1] Comparer (2.8.14) et (2.4.18), (2.8.15), et (2.4.20), (2.8.18) et (2.4.26).

Pour des milieux à indice de réfraction variant suivant une loi quelconque (non quadratique) la loi d'*ABCD* n'est pas applicable. Cette loi n'est pas non plus applicable lorsqu'il est nécessaire de tenir compte de l'aberration des lentilles. Dans tous ces cas, le faisceau lumineux cesse d'être gaussien par suite des transformations subies [7].

Transformation du faisceau gaussien dans un milieu quadratique. — Un milieu est dit quadratique si son indice de réfraction varie suivant la loi (2.8.19) [1]. L'applicabilité de la loi d'*ABCD* aux milieux quadratiques tient à ce que de pareils milieux peuvent être considérés comme étant constitués d'un grand nombre de lentilles disposées successivement, l'une tout contre l'autre [2].

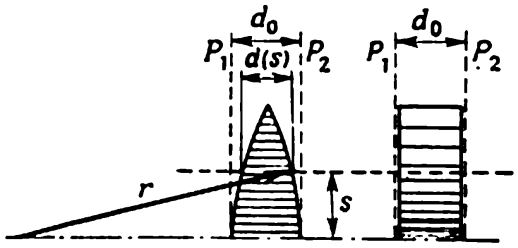


Fig. 2.52

Comparons une lentille et une mince couche plane parallèle de milieu quadratique (fig. 2.52). L'épaisseur d_0 de la couche est prise égale à l'épaisseur maximale de la lentille. L'indice de réfraction de la lentille est n_0; l'indice de réfraction de la couche se décrit par l'expression (2.8.19):

$$n(s) = n_0 - n_2 s^2/2,$$

où $s^2 = x^2 + y^2$. Comparons les déphasages qui apparaissent lors de la propagation de la lumière du plan P_1 au plan P_2 à une distance s de l'axe optique dans le cas de la lentille et de la couche de milieu quadratique (fig. 2.52). Le déphasage cherché est égal à

$$\varphi_c(s) = \frac{2\pi}{\lambda} n(s) d_0 = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 d_0 - \frac{\pi}{\lambda} n_2 s^2 d_0. \qquad (2.8.20)$$

pour la couche et à

$$\varphi_l(s) = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 d(s) + \frac{2\pi}{\lambda} [d_0 - d(s)] \qquad (2.8.21)$$

pour la lentille. Puisque $d_0 - d(s) = 2(r - \sqrt{r^2 - s^2}) \approx s^2/r$ (ici, r est le rayon de courbure de la lentille, $s \ll r$), le résultat (2.8.21) peut être mis sous la forme

$$\varphi_l(s) = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 d_0 - \frac{2\pi}{\lambda}(n_0 - 1)\frac{s^2}{r}$$

---

(1) Un exemple de tel milieu est fourni par la fibre optique à gradient radial d'indice de réfraction correspondant. Un milieu quadratique peut également se former par suite d'un gradient radial de température dans l'élément actif qui prend naissance lors de l'absorption d'un rayonnement de pompage (effet de *lentille thermique*).

(2) La propagation de la lumière dans un milieu quadratique est semblable à sa propagation dans un guide d'ondes à lentilles [36, 7].

ou encore, en tenant compte que $1/f = (n_0 - 1)\, 2/r$ (f étant la distance focale de la lentille), sous la forme

$$\varphi_1(s) = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 d_0 - \frac{\pi s^2}{\lambda f}. \tag{2.8.22}$$

En comparant (2.8.22) et (2.8.20), nous concluons qu'une mince couche de milieu quadratique d'épaisseur d_0 fait varier la phase du faisceau lumineux qui la traverse *exactement de la même façon* qu'une lentille mince de distance focale

$$f = 1/n_2 d_0. \tag{2.8.23}$$

La matrice $ABCD$ de transformation du faisceau traversant un milieu quadratique d'étendue d est de la forme [15]

$$\begin{pmatrix} \cos\left(\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\, d\right) & \frac{1}{\sqrt{n_2 n_0}} \sin\left(\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\, d\right) \\ -\sqrt{n_2 n_0} \sin\left(\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\, d\right) & \cos\left(\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\, d\right) \end{pmatrix}. \tag{2.8.24}$$

Il est facile de voir que lorsque $n_2 \to 0$, la matrice (2.8.24) se transforme en matrice $\begin{pmatrix} 1 & d/n_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ indiquée dans le Tableau 2.4. Si, dans (2.8.24), on fait tendre d vers zéro et on tient compte de ce que suivant (2.8.23) l'élément C de la matrice tendra dans ce cas vers $-1/f$ (pour des valeurs suffisamment petites de d on a $-\sqrt{n_2 n_0} \sin\left(\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\right) d \approx$ $\approx -n_2 d$), on obtient la matrice (2.8.15) qui décrit la transformation du faisceau dans une lentille mince.

Adaptation des faisceaux gaussiens. — Le problème de l'adaptation des faisceaux gaussiens peut trouver diverses applications pratiques. Par exemple, le faisceau gaussien sortant d'un laser peut être introduit dans un guide d'ondes à lentilles, dans un autre laser (pour son pompage), dans le résonateur d'un oscillateur paramétrique optique, etc. Dans tous ces cas, le faisceau gaussien sortant d'*un résonateur* doit être introduit dans *un autre résonateur*. Il importe qu'au cours d'une telle introduction le faisceau initial soit convenablement transformé, ou, comme on le dit, *adapté* au résonateur-récepteur. A cet effet, on place en un point déterminé, entre les premier et second résonateurs, une lentille appropriée (lentille d'adaptation).

Un montage type utilisé pour l'adaptation est schématisé sur la fig. 2.53. On distingue ici : *1*, le premier résonateur ; *2*, le second résonateur ; *3*, la lentille d'adaptation (distance focale f) ; A et B, les points des faisceaux gaussiens primaire et secondaire, en lesquels les fronts d'onde des faisceaux sont plans (points d'étranglement des

faisceaux). Les rayons des faisceaux aux points A et B seront désignés respectivement par ρ_{10} et ρ_{20}; les distances de la lentille d'adaptation aux points A et B seront désignées respectivement par d_1 et d_2. Le problème de l'adaptation des faisceaux peut être posé de la façon suivante: connaissant ρ_{10}, ρ_{20} et f, il s'agit de trouver d_1 et d_2. En résolvant ce problème, on cherche à déterminer la distance séparant les centres des résonateurs à adapter et l'endroit d'emplacement de la lentille d'adaptation [1].

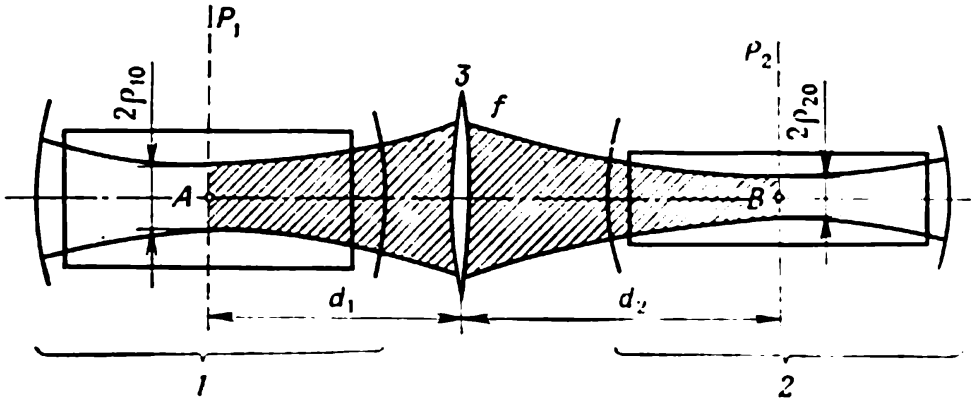


Fig. 2.53

Considérons des plans de référence P_1 (le paramètre du faisceau q_1) et P_2 (le paramètre du faisceau q_2); v. fig. 2.53. Ces plans coïncident avec les plans d étranglement des faisceaux; par suite, les paramètres q_1 et q_2 doivent être imaginaires purs (puisque $1/R_1 = 0$ et $1/R_2 = 0$). Dès lors la relation (2.8.1) permet d'écrire

$$q_1 = -i\pi\rho_{10}^2/\lambda \equiv -iQ_1; \quad q_2 = -i\pi\rho_{20}^2/\lambda \equiv -iQ_2. \tag{2.8.25}$$

Appliquons la loi d'$ABCD$: $q_2 = (Aq_1 + B)/(Cq_1 + D)$ ou encore $Aq_1 + B = Cq_1q_2 + Dq_2$. En y portant (2.8.25), on obtient $-iAQ_1 + B = -CQ_1Q_2 - iDQ_2$ ou

$$\left.\begin{aligned} CQ_1Q_2 + B = 0; \\ AQ_1 - DQ_2 = 0. \end{aligned}\right\} \tag{2.8.26}$$

Puis utilisons la forme concrète de la matrice $ABCD$ pour la transformation du faisceau sur le trajet de P_1 à P_2. C'est la matrice (2.8.16). En faisant usage de (2.8.16), mettons le système d'équations (2.8.26) sous la forme

$$\left.\begin{aligned} (-Q_1Q_2/f) + (d_1 + d_2 - d_1d_2/f) = 0; \\ (1 - d_2/f)\,Q_1 - (1 - d_1/f)\,Q_2 = 0. \end{aligned}\right\} \tag{2.8.27}$$

[1] La résolution de ce problème exige que l'on connaisse également les distances des miroirs des résonateurs aux points d'étranglement des faisceaux. Cette question sera discutée au § 2.9.

Ce système d'équations (considéré par rapport aux inconnues d_1 et d_2) a deux solutions. La première est

$$d_1 = f + \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}}\sqrt{f^2 - f_0^2};$$

$$d_2 = f + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}\sqrt{f^2 - f_0^2}. \qquad (2.8.28a)$$

La deuxième solution est

$$d_1 = f - \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}}\sqrt{f^2 - f_0^2};$$

$$d_2 = f - \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}\sqrt{f^2 - f_0^2}. \qquad (2.8.28b)$$

Ici, $f_0 = (\pi/\lambda)\,\rho_{10}\rho_{20}$ est une *longueur* dite *caractéristique*. Pour l'adaptation il est nécessaire que soit réalisée l'inégalité

$$f > f_0. \qquad (2.8.29)$$

L'inégalité (2.8.29) impose une restriction au choix de la lentille d'adaptation.

Compte tenu de (2.8.25), récrivons (2.8.28) sous la forme

$$d_1 = f + \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}}\sqrt{f^2 - f_0^2}; \quad d_2 = f + \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}}\sqrt{f^2 - f_0^2}; \qquad (2.8.30a)$$

$$d_1 = f - \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}}\sqrt{f^2 - f_0^2}; \quad d_2 = f - \frac{\rho_{20}}{\rho_{10}}\sqrt{f^2 - f_0^2}. \qquad (2.8.30b)$$

§ 2.9. FAISCEAUX GAUSSIENS DANS LES RÉSONATEURS STABLES

Autoreproduction du faisceau gaussien en cas de sa réflexion sur un miroir sphérique.— La fig. 2.54, *a* représente un faisceau gaussien se propageant à partir de plan d'étranglement P_0 dans le sens positif de l'axe z; les lignes en traits pleins à flèches y désignent les rayons lumineux, les lignes en traits interrompus, les sections des surfaces équiphases (rappelons qu'en tout point le rayon lumineux est perpendiculaire à la surface équiphase). Le rayon du faisceau dans le plan d'étranglement (rayon ρ_0) est supposé donné.

En faisant appel à un miroir sphérique concave d'ouverture suffisamment grande, on peut réfléchir le faisceau lumineux en arrière de manière qu'il *reproduise lui-même* (se réfléchisse en lui-même). A cet effet, il est nécessaire que chaque rayon lumineux du faisceau rencontre la surface réfléchissante du miroir sous un angle droit ; en d'autres termes, il faut que la surface du miroir coïncide avec une des surfaces équiphases du faisceau (fig. 2.54, *b*).

Supposons que le miroir soit placé à une distance d_2 du plan d'étranglement P_0. Suivant (2.7.14) le rayon de courbure de la surface équiphase pour $z = d_2$ est égal à

$$R(d_2) = d_2 [1 + (\pi\rho_0^2/\lambda d_2)^2].$$

C'est exactement cette valeur que doit avoir le rayon de courbure r_2 du miroir pour que le faisceau lumineux se reproduise à la réflexion. Ainsi,

$$r_2 = d_2 [1 + (\pi\rho_0^2/\lambda d_2)^2]. \tag{2.9.1}$$

Récrivons la relation (2.9.1) sous la forme

$$\rho_0^4 = (\lambda/\pi)^2 d_2 (r_2 - d_2) \tag{2.9.2}$$

(c'est la relation (2.7.17) pour $z = d_2$ et $R = r_2$).

En examinant la propagation du faisceau gaussien à partir du plan d'étranglement P_0 non seulement dans le sens positif, mais également dans le sens négatif de l'axe z, prévoyons sur l'axe du faisceau encore un miroir concave, en le plaçant à une distance d_1 à gauche du plan P_0. Pour que le faisceau se reproduise lors de la réflexion sur ce dernier miroir, exigeons que soit satisfaite la relation analogue à (2.9.2):

$$\rho_0^4 = (\lambda/\pi)^2 d_1 (r_1 - d_1), \tag{2.9.3}$$

où r_1 est le rayon de courbure du miroir. Maintenant le faisceau lumineux est « enfermé » de *deux* côtés et de telle sorte qu'à chacune des réflexions (tant à droite qu'à gauche) il reproduise lui-même (fig. 2.54, *c*). Ceci signifie que le faisceau gaussien considéré est un des *modes du résonateur* constitué de miroirs dont les rayons de courbure satisfont aux relations (2.9.2) et (2.9.3).

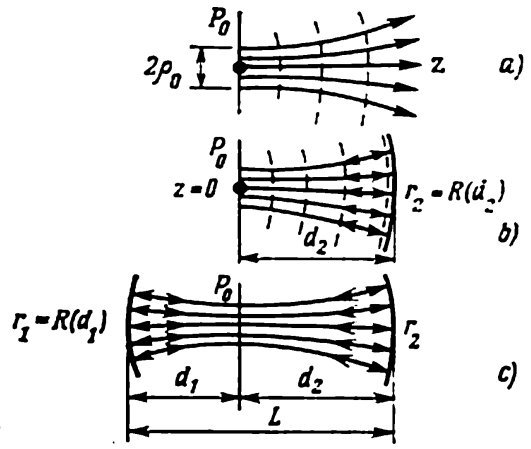


Fig. 2.54

Faisceau gaussien dans un résonateur (cas de grandes ouvertures). — En développant les raisonnements ci-dessus, nous partions d'un certain faisceau gaussien donné, de rayon ρ_0 bien déterminé, pour lequel (pour deux points choisis sur son axe) il s'agissait de choisir des miroirs assurant la réflexion de ce faisceau en lui-même. Or, en réalité, ce sont les miroirs et non le faisceau qui représentent le facteur primaire; ce sont précisément les miroirs qui forment un faisceau gaussien se reproduisant à chaque réflexion.

Considérons un résonateur de longueur L constitué de deux miroirs de rayons de courbure r_1 (miroir de gauche) et r_2 (miroir de

droite) et d'ouvertures suffisamment grandes. Désignons par d_1 et d_2 les distances du plan d'étranglement du faisceau formé dans ce résonateur aux miroirs de gauche et de droite respectivement (fig. 2.54, *c*). En tenant compte de (2.9.2) et (2.9.3), écrivons par la détermination de d_1 et d_2 le système d'équations suivant:

$$d_1 (r_1 - d_1) = d_2 (r_2 - d_2); \quad d_1 + d_2 = L. \tag{2.9.4}$$

Eliminons d_2 par exemple, il vient

$$d_1 (r_1 + r_2 - 2L) = L (r_2 - L). \tag{2.9.5}$$

Nous supposerons que [1]

$$r_1 + r_2 - 2L \neq 0. \tag{2.9.6}$$

Alors l'équation (2.9.5) donne

$$\boxed{d_1 = L (r_2 - L)/(r_1 + r_2 - 2L)}. \tag{2.9.7a}$$

En procédant de la même façon que pour d_1, on obtient

$$\boxed{d_2 = L (r_1 - L)/(r_1 + r_2 - 2L)}. \tag{2.9.7b}$$

En introduisant (2.9.7a) dans (2.9.3), on déduit l'expression permettant de déterminer le rayon du faisceau dans le plan de son étranglement:

$$\rho_0^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{L (r_1 - L) (r_2 - L) (r_1 + r_2 - L)}{(r_1 + r_2 - 2L)^2}. \tag{2.9.8}$$

Pour déterminer le rayon du faisceau sur les miroirs du résonateur (ρ_1 pour le miroir de gauche et ρ_2 pour celui de droite), usons de la relation (2.7.18) qui prend dans ce cas la forme suivante:

$$\rho_i^2 \rho_0^2 = (\lambda/\pi)^2 r_i d_i \text{ pour } i = 1, 2. \tag{2.9.9}$$

En se servant de l'expression (2.9.8), on trouve

$$\rho_1^2 = \frac{\lambda r_1}{\pi} \sqrt{\frac{L (r_2 - L)}{(r_1 - L) (r_1 + r_2 - L)}};$$

$$\rho_2^2 = \frac{\lambda r_2}{\pi} \sqrt{\frac{L (r_1 - L)}{(r_2 - L) (r_1 + r_2 - L)}}. \tag{2.9.10}$$

Si le résonateur considéré est *symétrique* ($r_1 = r_2 = r$), on a

$$d_1 = d_2 = \frac{L}{2}; \quad \rho_0^4 = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 L (2r - L);$$

$$\rho_1^2 = \rho_2^2 = \frac{\lambda r}{\pi} \sqrt{\frac{L}{2r - L}}. \tag{2.9.11}$$

---

[1] Le cas où $r_1 + r_2 - 2L = 0$ sera examiné séparément un peu plus tard.

Récrivons le résultat obtenu pour ρ_0^4 en utilisant le paramètre g ($g = 1 - L/r$). Ainsi, dans un résonateur symétrique

$$\rho_0^4 = (\lambda L/2\pi)^2 (1 + g)/(1 - g). \qquad (2.9.12)$$

La relation (2.9.12) montre que le paramètre g doit satisfaire à la condition $-1 < g < 1$ car la quantité ρ_0^4 n'est positive que pour ces valeurs de g (fig. 2.55). Il est facile de voir que ρ_0 croît (pour une longueur donnée du résonateur) lorsque le paramètre g augmente, c'est-à-dire lorsque le rayon de courbure des miroirs augmente.

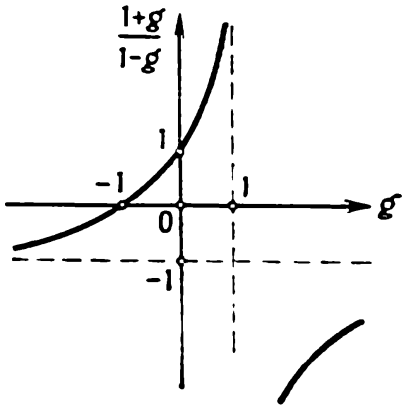


Fig. 2.55

La question que nous abordons maintenant est: quels sont les résonateurs dans lesquels peut se former un faisceau gaussien? L'exemple de résonateurs symétriques montre que les résonateurs *instables* ($g > 1$ ou $g < -1$) ne forment pas de faisceaux gaussiens. Les faisceaux gaussiens ne sont pas réalisés non plus dans des résonateurs fonctionnant sur les frontières de la zone de stabilité: dans un résonateur à miroirs plans et parallèles ($g = 1$) et dans un résonateur concentrique ($g = -1$). L'impossibilité de reproduction du faisceau gaussien dans ces résonateurs est évidente du point de vue physique[1].

En revenant au cas général des résonateurs *asymétriques*, nous partirons des relations de base (2.9.2) et (2.9.3). Pour qu'un faisceau gaussien se reproduisant existe dans un résonateur, il est nécessaire que les seconds membres de ces relations soient positifs, c'est-à-dire que soient vérifiées les inégalités

$$d_1 (r_1 - d_1) > 0, \quad (L - d_1)(r_2 - L + d_1) > 0. \qquad (2.9.13)$$

En introduisant (2.9.7a) dans n'importe laquelle des inégalités (2.9.13), on obtient

$$L \frac{(r_1 - L)(r_2 - L)(r_1 + r_2 - L)}{(r_1 + r_2 - 2L)^2} > 0.$$

Ainsi, il est nécessaire d'assurer l'inégalité

$$(r_1 - L)(r_2 - L)(r_1 + r_2 - L) > 0. \qquad (2.9.14)$$

En passant aux paramètres g_1 et g_2, récrivons cette inégalité sous la forme

$$g_1 g_2 (1 - g_1 g_2) > 0.$$

[1] Il s'agit des résonateurs « vides ». Dans un résonateur à miroirs plans et parallèles à lentille interne, le faisceau gaussien se réalise.

On en déduit

$$\boxed{0 < g_1 g_2 < 1}. \tag{2.9.15}$$

Les inégalités (2.9.15) peuvent être considérées comme une condition nécessaire d'existence d'un faisceau gaussien se reproduisant dans le résonateur.

En comparant la condition (2.9.15) et la condition de stabilité des résonateurs (2.4.14), nous concluons que dans les résonateurs *instables* les faisceaux gaussiens ne se réalisent pas. En outre, ils ne se réalisent pas non plus dans des résonateurs fonctionnant à la limite de la zone de stabilité (lorsque $g_1 g_2 = 1$ ou $g_1 g_2 = 0$). Une exception (et très importante!) doit être faite pour le résonateur confocal ($g_1 = 0$, $g_2 = 0$)[1].

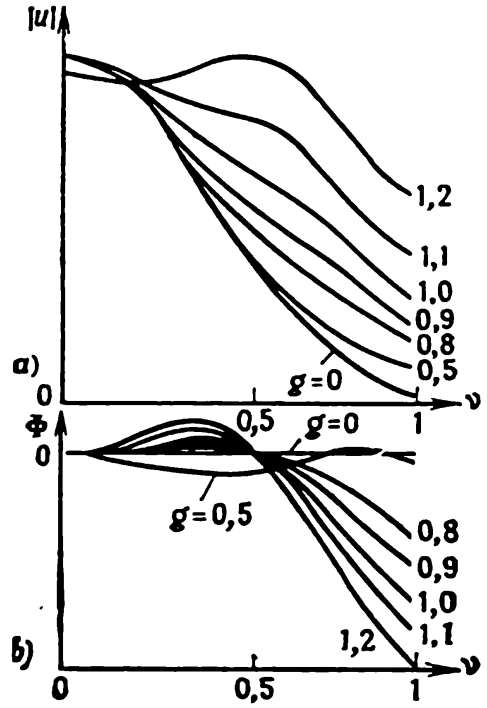


Fig. 2.56

Remarques liées à la prise en compte de l'ouverture des miroirs. — Dans ce qui précède les ouvertures des miroirs du résonateur étaient supposées *suffisamment grandes*

$$(N = a_1 a_2 / \lambda L) \gg 1.$$

Dans ce cas, la frontière entre la zone de stabilité et la zone d'instabilité des résonateurs est physiquement bien précise: le passage des résonateurs instables aux résonateurs stables donne lieu à une *brusque diminution* des pertes par diffraction. Ici, cette frontière sépare assez *nettement* les résonateurs à faisceaux gaussiens et ceux à faisceaux non gaussiens.

Lorsque l'ouverture des miroirs diminue, le nombre de Fresnel diminue lui aussi. Il en résulte une diminution progressive de la différence entre les pertes par diffraction dans les résonateurs stables et instables fonctionnant au voisinage de la frontière de la zone de stabilité. En même temps, la frontière entre les résonateurs à faisceaux gaussiens et les résonateurs à faisceaux non gaussiens devient de plus en plus « floue ». Ceci signifie qu'avec la diminution du nombre de Fresnel le domaine des « résonateurs non gaussiens » devient plus large que le domaine correspondant aux résonateurs

[1] Le résonateur confocal exige une étude spéciale parce que pour lui la condition (2.9.6) n'est pas satisfaite.

instables. La description du champ dans les résonateurs devient de plus en plus grossièrement approchée ou même tout à fait incorrecte.

Dans de telles conditions, la structure du champ dans le résonateur ne peut être mise en évidence que par suite de la résolution numérique des équations intégrales correspondantes sur la base de la méthode itérative de Fox-Li (v. § 2.6). La méthode de Fox-Li permet de calculer le champ dans le résonateur quelles que soient les valeurs des paramètres N, G_1, G_2.

La fig. 2.56 montre les répartitions du champ sur la surface d'un miroir à ouverture circulaire obtenues par la méthode itérative pour des résonateurs symétriques ($r_1 = r_2$, $a_1 = a_2$) à différentes valeurs du paramètre $g = 1 - L/r$ [15]. Les répartitions du champ sont calculées pour le mode fondamental avec des ouvertures relativement petites des miroirs: pour $N = 1$. Les courbes de la fig. 2.56 représentent pour différentes valeurs du paramètre g les variations du module de l'amplitude du champ $|u|$ (fig. 2.56,*a*) et de la phase Φ du champ (fig. 2.56,*b*) en fonction du rapport de la distance au centre du miroir au rayon de son ouverture (ce rapport est désigné par ν). Le paramètre g varie de zéro (résonateur confocal) à l'unité (résonateur à miroirs plans et parallèles) et même un peu plus loin dans le domaine des résonateurs instables à miroirs convexes ($0 \leqslant g \leqslant 1{,}2$).

Les courbes représentées sur la figure montrent que pour $N = 1$ il n'y a pas de brusque variation dans la répartition d'amplitude du champ lorsqu'on passe des résonateurs stables aux résonateurs instables; par conséquent, il n'y a pas de brusque variation de la valeur des pertes par diffraction. Pour un résonateur *confocal* ($g = 0$), la répartition $|u(\nu)|$ se décrit assez bien par la *fonction de Gauss*, alors que la phase du champ est pratiquement *constante* sur la surface du miroir. Ceci signifie que le résonateur confocal forme un *faisceau gaussien* même pour $N = 1$. Au fur et à mesure que le paramètre g augmente, la répartition $|u(\nu)|$ s'éloigne de plus en plus de la fonction de Gauss et la phase du champ sur la surface du miroir varie de plus en plus fortement. Le modèle du faisceau gaussien devient pratiquement inapplicable même dans les limites de la zone de stabilité.

Notons également que les courbes de la fig. 2.56,*a* illustrent la remarque faite précédemment: les pertes par diffraction se déterminent non seulement par le nombre de Fresnel mais également par d'autres paramètres du résonateur. Pour une même valeur du nombre de Fresnel ($N = 1$), les pertes par diffraction accusent une augmentation considérable lorsque le paramètre g augmente. Le résonateur confocal se caractérise par des pertes par diffraction *minimales* (1).

(1) Si le paramètre g change de signe, les allures des fonctions $|u(\nu)|$ considérées pour $|g|$ seront les mêmes que sur la fig. 2.56, *a*.

De ce qui précède nous pouvons conclure que la condition (2.9.15) est dans le cas général *nécessaire* mais *non suffisante* pour la formation d'un faisceau gaussien dans un résonateur. Pour la formation d'un faisceau gaussien il est nécessaire que *les pertes par diffraction soient petites*. Par conséquent, le domaine des « résonateurs gaussiens » ne coïncidera pratiquement avec la zone de stabilité des résonateurs que pour des nombres de Fresnel suffisamment grands (pour de fortes ouvertures des miroirs). De ce fait la condition (2.9.15) est à préciser :

$$\boxed{0 < g_1 g_2 < 1;\ N \gg 1}. \qquad (2.9.15a)$$

Si l'inégalité $N \gg 1$ n'est pas satisfaite, le domaine des « résonateurs gaussiens » sera plus petit que le domaine déterminé par les inégalités $0 < g_1 g_2 < 1$. Ici, il n'existe plus de critères plus ou moins déterminés. On peut affirmer seulement qu'au fur et à mesure que le nombre de Fresnel diminue (avec la diminution de l'ouverture des miroirs) le domaine des « résonateurs gaussiens » tend de plus en plus vers le point $g_1 = 0$, $g_2 = 0$ correspondant à un résonateur confocal. Pour des nombres de Fresnel suffisamment petits les faisceaux gaussiens ne se forment pas même dans le résonateur confocal.

Déphasage pour un faisceau gaussien et spectre de fréquences de résonance. — Comme il a été indiqué au § 2.2, pour déterminer le spectre de fréquences d'un résonateur, il convient de profiter du fait que le déphasage subi par le rayonnement au cours d'une traversée du résonateur doit être multiple de π ; le déphasage est à considérer dans ce cas sur l'axe optique du résonateur. Si le faisceau lumineux produit dans le résonateur est un faisceau gaussien, le spectre de fréquences de résonance peut être déterminé à l'aide de la relation (2.7.34). Suivant (2.7.34) le déphasage pour le mn-ième mode du faisceau gaussien se propageant du plan d'étranglement ($z = 0$) à un certain plan de référence $z = z_1$ est égal à (pour $x = y = 0$):

$$\varphi_{mn}(z_1) = (2\pi/\lambda)\, z_1 - (m + n + 1)\ \mathrm{arctg}\,(z_1\lambda/\pi\rho_0^2). \qquad (2.9.16)$$

Le déphasage du mn-ième mode au cours d'un seul trajet à travers le résonateur représenté sur la fig. 2.54,*c*, par exemple du miroir de gauche au miroir de droite, est égal à $\varphi_{mn}(d_2) - \varphi_{mn}(-d_1)$. Il doit être multiple de π :

$$\varphi_{mn}(d_2) - \varphi_{mn}(-d_1) = \pi q. \qquad (2.9.17)^{(1)}$$

(1) Ici, q est un entier positif (indice longitudinal de mode) qu'il convient de ne pas confondre avec le paramètre complexe du faisceau gaussien.

En utilisant (2.9.16), récrivons (2.9.17) sous la forme

$$\frac{2\pi}{\lambda}(d_1+d_2)-(m+n+1)\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda d_2}{\pi\rho_0^2}\right)+\operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda d_1}{\pi\rho_0^2}\right)\right]=\pi q. \tag{2.9.18}$$

En faisant usage de (2.9.9), écrivons

$$\lambda d_i/\pi\rho_0^2 = \pi\rho_i^2/\lambda r_i \text{ pour } i = 1,2.$$

En y portant le résultat (2.9.10), on obtient

$$\frac{\lambda d_1}{\pi\rho_0^2}=\sqrt{\frac{L(r_2-L)}{(r_1-L)(r_1+r_2-L)}};\quad \frac{\lambda d_2}{\pi\rho_0^2}=$$
$$=\sqrt{\frac{L(r_1-L)}{(r_2-L)(r_1+r_2-L)}}. \tag{2.9.19}$$

Puis, transformons la somme des arctangentes figurant dans (2.9.18) suivant la formule

$$\operatorname{arctg}\alpha+\operatorname{arctg}\beta=\arccos\left(\frac{(1-\alpha\beta)^2}{1+\alpha^2+\beta^2+\alpha^2\beta^2}\right)^{1/2}.$$

En utilisant cette formule et en tenant compte de (2.9.19), mettons la relation (2.9.18) sous la forme suivante:

$$\frac{2\pi}{\lambda}L-(m+n+1)\arccos\sqrt{\left(1-\frac{L}{r_1}\right)\left(1-\frac{L}{r_2}\right)}=\pi q.$$

Ainsi,

$$\frac{2\pi}{\lambda}L-(m+n+1)\arccos\sqrt{g_1g_2}=\pi q. \tag{2.9.20}$$

En se servant de (2.2.10), on obtient pour les fréquences de résonance du mn-ième mode du faisceau gaussien l'expression suivante:

$$\boxed{\omega_{mnq}=\frac{\pi c}{L}\left[q+(m+n+1)\frac{1}{\pi}\arccos\sqrt{g_1g_2}\right]}. \tag{2.9.21}$$

Application de la loi d'$ABCD$ à l'étude du champ dans un résonateur.— Désignons par q le paramètre d'un faisceau gaussien sur un certain plan de référence P choisi à l'intérieur du résonateur. Supposons que la transformation subie par le faisceau se propageant du miroir de gauche du résonateur (rayon de courbure du miroir r_1) au plan P se décrit par la matrice $A_1B_1C_1D_1$, alors que sa transformation sur le trajet du plan P au miroir de droite (rayon de courbure r_2) se décrit par la matrice $A_2B_2C_2D_2$ (fig. 2.57). Effectuons, par la pensée, une double traversée du résonateur: du plan P au miroir de gauche et plus loin, comme il est indiqué par les flèches sur la fi-

gure. La matrice $ABCD$ d'un tel trajet peut être représentée par le produit

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix}. \qquad (2.9.22)$$

En appliquant la loi d'$ABCD$ pour les faisceaux gaussiens (2.8.13), on trouve le paramètre q' du faisceau obtenu par suite de la double traversée du résonateur:

$$q' = (Aq + B)/(Cq + D). \qquad (2.9.23)$$

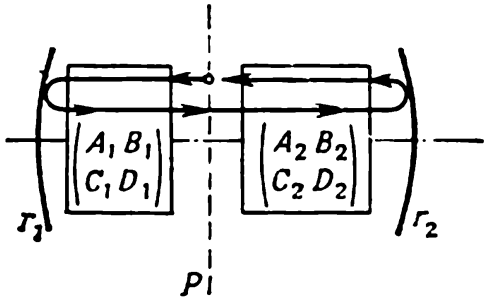


Fig. 2.57

Puisque la structure du faisceau ayant effectué une double traversée du résonateur doit *se reproduire*, on a

$$q' = q. \qquad (2.9.24)$$

En introduisant (2.9.24) dans (2.9.23), on obtient l'équation permettant de déterminer le paramètre q du faisceau dans le plan de référence choisi P

$$\boxed{q = (Aq + B)/(Cq + D)}. \qquad (2.9.25)$$

Le paramètre q étant *complexe*, l'équation (2.9.25) est équivalente au système de deux équations permettant de trouver, dans la section droite choisie du résonateur, le rayon du faisceau lumineux et le rayon de courbure de son front d'onde. Posons

$$1/q = g + ih, \qquad (2.9.26)$$

où, suivant (2.7.19),

$$g = 1/R; \quad h = \lambda/\pi\rho^2. \qquad (2.9.27)$$

En introduisant (2.9.26) dans (2.9.25), on obtient

$$(g^2 - h^2)\, B - g\,(D - A) - C + ih\,[2gB - (D - A)] = 0.$$

Ainsi,

$$\left.\begin{aligned} &(g^2 - h^2)\, B - g\,(D - A) - C = 0; \\ &2gB - (D - A) = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (2.9.28)$$

En tenant compte que $AD - BC = 1$, mettons la solution du système d'équations (2.9.28) sous la forme

$$g = \frac{D-A}{2B}; \quad h = \frac{1}{B}\sqrt{1-\left(\frac{D+A}{2}\right)^2}.$$

Compte tenu de (2.9.27), on obtient finalement

$$\boxed{R = \frac{2B}{D-A}; \quad \rho^2 = \frac{\lambda}{\pi} B\left[1-\left(\frac{D+A}{2}\right)^2\right]^{-1/2}}. \qquad (2.9.29)$$

Au § 2.4 nous avons obtenu une matrice $ABCD$ pour la double traversée d'un résonateur « vide » à partir d'un plan de référence arbitrairement choisi (2.4.28). En se servant de cette matrice, on peut obtenir facilement les relations (2.9.7) qui définissent la position du plan d'étranglement à l'intérieur du résonateur.

Choisissons le *plan d'étranglement* du faisceau comme plan de référence à partir duquel sera effectuée la traversée du résonateur. Vu que dans ce plan $1/R = 0$, la matrice de double traversée doit, en vertu de (2.9.29), posséder la propriété

$$A = D. \qquad (2.9.30)$$

En utilisant le résultat (2.4.28), récrivons (2.9.30) sous la forme (en remplaçant d par d_1)

$$1 + \frac{4L}{r_1 r_2}(L-d_1) - \frac{2}{r_2}(2L-d_1) - \frac{2}{r_2}(L-d_1) =$$
$$= 1 + \frac{4Ld_1}{r_1 r_2} - \frac{2d_1}{r_1} - \frac{2}{r_2}(L+d_1).$$

Il est aisé de s'assurer que cette égalité est équivalente à la relation (2.9.5).

Indétermination de la caustique d'un résonateur confocal à ouvertures illimitées des miroirs.— Suivant (2.9.5) la position du plan d'étranglement du faisceau gaussien formé dans un certain résonateur est *fixée* par la « géométrie longitudinale » du résonateur (c'est-à-dire par les paramètres r_1, r_2, L). Si le résonateur est symétrique ($r_1 = r_2$), la position du plan d'étranglement est fixée au milieu du résonateur ($d_1 = L/2$); à un résonateur symétrique correspond une caustique également symétrique.

Ce qui vient d'être dit est valable pour tous les résonateurs formant un faisceau gaussien à une exception près. Cette exception est faite pour un résonateur *confocal* ($r_1 = r_2 = L$). Une des propriétés les plus intéressantes de ce résonateur est que la position du plan d'étranglement du faisceau et donc la forme de la caustique *ne sont pas fixées* par la « géométrie longitudinale » du résonateur (v. par exemple [37]).

En effet, pour $r_1 = r_2 = L$, la relation (2.9.5) devient $d_1 \cdot 0 = L \cdot 0$. La quantité d_1 peut donc prendre une valeur arbitraire comprise dans l'intervalle $0 < d_1 < L$. Cet intervalle est défini par la relation (2.9.3) qui prend, dans le cas d'un résonateur confocal de longueur L, la forme suivante:

$$\rho_0^4 = (\lambda/\pi)^2 d_1 (L - d_1). \tag{2.9.31}$$

Si les ouvertures des miroirs d'un résonateur confocal sont infiniment grandes il n'existe aucun facteur capable de fixer la caustique. Dans un tel résonateur, la caustique se trouve *indéterminée*. Elle peut être aussi bien symétrique que dans une certaine mesure asymétrique par rapport aux miroirs.

La variation de la forme de la caustique s'accompagne de celle du rayon du faisceau dans le plan d'étranglement (du rayon ρ_0).

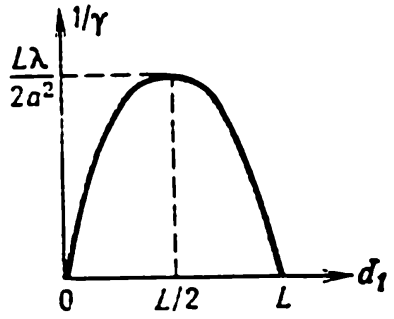


Fig. 2.58

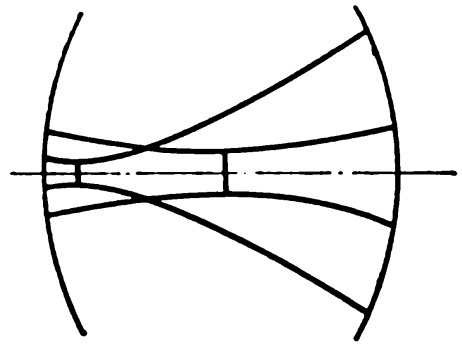


Fig. 2.59

La relation (2.9.31) montre que la valeur du rayon ρ_0 est maximale dans le cas de la caustique symétrique (pour $d_1 = L/2$):

$$\rho_{0\,\max} = \sqrt{\lambda L/2\pi}\,. \tag{2.9.32}$$

Si on fait tendre d_1 vers zéro ou vers L, le rayon ρ_0 diminuera en s'approchant de zéro (fig. 2.58).

Quelle que soit la forme de la caustique, le produit des rayons des faisceaux sur les miroirs reste constant. On peut s'en assurer facilement à l'aide de la relation (2.7.18). Désignons par ρ_1 et ρ_2 les rayons du faisceau sur les miroirs de gauche et de droite respectivement. D'après (2.7.18) on a

$$\rho_1^2 = (1/\rho_0^2)(\lambda/\pi)^2 L d_1; \quad \rho_2^2 = (1/\rho_0^2) \times \times (\lambda/\pi)^2 L (L - d_1). \tag{2.9.33}$$

En tenant compte de (2.9.31), on en tire

$$\rho_1 \rho_2 = \lambda L/\pi. \tag{2.9.34}$$

La fig. 2.59 représente à titre d'exemple deux caustiques d'un résonateur confocal à ouvertures infinies des miroirs: symétrique et asymétrique.

Résonateur confocal à ouvertures finies des miroirs. — Passons du résonateur confocal, purement spéculatif, à ouvertures infinies des miroirs, à un résonateur confocal réel dont les ouvertures sont a_1 (pour le miroir de gauche) et a_2 (pour le miroir de droite). Ayant une forme indépendante de sa « géométrie longitudinale », la caustique d'un résonateur confocal se trouve capable de s'adapter à la « géométrie transversale » déterminée par le rapport des ouvertures des miroirs. A la différence des autres résonateurs, la forme de la caustique d'un résonateur confocal et en particulier la position du plan d'étranglement du faisceau sont fixées justement par les ouvertures des miroirs.

Supposons que les ouvertures des miroirs du résonateur soient identiques (de rayon a). Dans ce cas la caustique fixée sera symétrique parce que c'est elle qui correspond au *minimum* de pertes par diffraction. La caustique d'un résonateur confocal symétrique se caractérise par les paramètres suivants:

$$d_1 = L/2; \quad \rho_0 = \sqrt{\lambda L/2\pi}; \quad \rho = \sqrt{\lambda L/\pi}, \tag{2.9.35}$$

où ρ est le rayon du faisceau sur les miroirs.

Envisageons maintenant un autre résonateur confocal de même longueur que le premier mais avec des ouvertures différentes des miroirs: $a_1 = a/2$, $a_2 = 2a$. Les deux résonateurs considérés ont un même produit des ouvertures des miroirs: $a_1 a_2 = a^2$. Ils sont donc *équivalents* l'un à l'autre et se caractérisent en particulier par des pertes par diffraction égales. Cette conclusion résulte de la condition d'équivalence des résonateurs confocaux (2.6.43) obtenue au § 2.6.

On sait que c'est le rapport du rayon du faisceau lumineux sur le miroir au rayon de l'ouverture du miroir qui sert de mesure des pertes par diffraction. Le fait que les pertes par diffraction d'un résonateur confocal restent inchangées lorsque l'ouverture d'un des miroirs diminue de deux fois alors que l'ouverture de l'autre miroir augmente en même temps de deux fois, signifie que les rayons du faisceau sur les miroirs subissent des variations correspondantes

$$\rho_1 = \rho/2; \quad \rho_2 = 2\rho \tag{2.9.36}$$

(signalons que d'après (2.9.34) $\rho_1\rho_2 = \rho^2$). En tenant compte de (2.9.35), récrivons (2.9.36) sous la forme

$$\rho_1 = \sqrt{\lambda L/\pi}/2; \quad \rho_2 = 2\sqrt{\lambda L/\pi}. \tag{2.9.37}$$

Ainsi, la constance de la valeur des pertes par diffraction dans un résonateur confocal malgré la variation du rapport des ouvertures

des miroirs (à valeur constante du produit $a_1 a_2$) s'explique par une variation correspondante de la forme de la caustique, par l'*adaptation* de cette dernière *à de nouvelles ouvertures*.

En utilisant (2.9.37), cherchons la distance d_1' du miroir de gauche au plan d'étranglement. Introduisons (2.9.37) dans (2.9.33) et tenons compte de (2.9.31). Il en résulte que la première des relations (2.9.33) prend la forme $\lambda L/4\pi = \lambda L\, d_1'/\pi \sqrt{d_1'(L - d_1')}$. D'où $d_1' = L/17$.

Les deux résonateurs confocaux que nous venons de considérer sont représentés, avec leurs caustiques, sur la fig. 2.60.

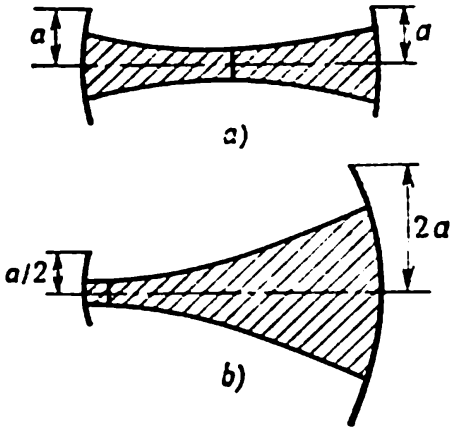


Fig. 2.60

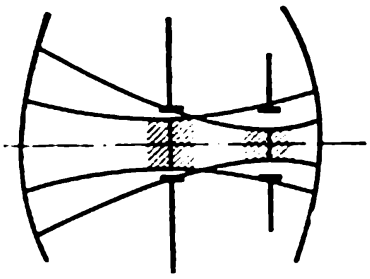


Fig. 2.61

Comme il est indiqué précédemment, la forme de la caustique dans les résonateurs *non confocaux* est *fixée* par la « géométrie longitudinale » du résonateur. L'existence d'un faisceau gaussien dans des résonateurs stables dont les paramètres ne sont pas proches du point $g_1 = g_2 = 0$ n'est possible que lorsque les ouvertures des miroirs sont grandes. Une diminution de l'ouverture ne peut pas modifier la caustique *fixée* des résonateurs ; elle ne fait que provoquer une croissance des pertes par diffraction, de sorte que le faisceau cesse finalement d'être gaussien. Quant à la caustique d'un résonateur *confocal*, elle est capable de *s'adapter* aux ouvertures des miroirs. De plus, un résonateur confocal se caractérise par la valeur *minimale* de $\rho_1\rho_2$ (pour L donnée)[1]. Ces deux circonstances ont pour effet que les pertes par diffraction sont *plus petites* dans un résonateur confocal que dans des résonateurs des autres types (pour une même valeur du nombre de Fresnel). C'est pour cette raison que le résonateur confocal est capable de former un faisceau gaussien même pour des valeurs *relativement petites* de nombre de Fresnel.

---

[1] Pour des résonateurs non confocaux symétriques, la relation (2.9.11) donne $\rho^2 = \lambda L/\pi \sqrt{1 - g^2}$. Comparer avec le résultat obtenu pour un résonateur confocal : $\rho^2 = \lambda L/\pi$.

Résonateur confocal à diaphragme. — Si les ouvertures des miroirs sont suffisamment grandes, c'est un *diaphragme* placé à l'intérieur du résonateur qui peut avoir une influence décisive sur la forme de la caustique dans un résonateur confocal. Dans le cas des fortes ouvertures des miroirs, l'étranglement du faisceau se fixe au point où se trouve le diaphragme.

Comme il a été indiqué au § 2.6, les pertes par diffraction dans un résonateur confocal à diaphragme [1] sont maximales lorsque le diaphragme est placé au milieu du résonateur. Si le diaphragme est déplacé vers l'un des miroirs, les pertes diminuent. Ceci tient à ce que lors du déplacement du diaphragme la caustique *s'adapte* de telle sorte que l'étranglement *suit le diaphragme*. Suivant (2.9.31) le rayon maximal ρ_0 du faisceau dans le plan d'étranglement est réalisé pour $d_1 = L/2$; si d_1 tend vers zéro ou vers L, le rayon de l'étranglement ρ_0 diminue (fig. 2.58). Ainsi, au fur et à mesure que le diaphragme approche du miroir, le rapport ρ_0/a (a étant le rayon de l'ouverture du diaphragme) *diminue*, ce qui conduit à une diminution des pertes par diffraction. La fig. 2.61 illustre les remarques que nous venons de faire.

Si la caustique était fixe et ne pouvait pas s'adapter au diaphragme, le déplacement du diaphragme vers le miroir aurait provoqué dans ce cas non une diminution du rapport ρ_0/a mais au contraire son *augmentation*. Il en résulterait une croissance des pertes par diffraction et peut-être la transformation du faisceau gaussien en un faisceau non gaussien.

§ 2.10. RÉSONATEURS INSTABLES

Boyd et Kogelnik ont montré dès 1962 que les résonateurs dont les paramètres satisfont à la condition (2.4.14) se caractérisent, dans le cas des grands nombres de Fresnel, par de faibles pertes par diffraction et que la non-observation de cette condition conduit à une brusque *croissance* des pertes [28]. Les résonateurs qui ne satisfont pas à la condition (2.4.14) on reçu le nom de résonateurs instables [2]. A cette époque-là, l'oscillation avec de fortes pertes par diffraction était considérée comme impossible de sorte que les résonateurs instables n'attiraient pas pendant quelque temps l'attention des spécialistes. Ils ne commencent à susciter beaucoup d'intérêt que dans la seconde moitié des années 60 après les travaux de Siegman [38, 39] et de certains autres auteurs (v. par exemple [40 à 42]).

---

(1) Il s'agit de la diffraction sur le bord de l'ouverture du diaphragme.

(2) Les différents types de résonateurs instables sont rassemblés dans le Tableau 2.3 (rep. III, V, VI, IX, XI à XVI); v. § 2.4.

Les études et recherches expérimentales ont montré la faisabilité et l'efficacité des lasers à résonateurs instables. Il a été montré que de tels résonateurs présentaient un intérêt pratique lorsque les valeurs du gain d'amplification du milieu actif étaient suffisamment grandes, de l'ordre de 10 à 20 % au moins par traversée [43]. De plus il est apparu que les résonateurs instables présentaient par rapport aux résonateurs stables plusieurs avantages (v. [44], ainsi que [2], chap. 23).

Homocentricité du faisceau sortant d'un résonateur instable.— Ainsi qu'on l'a dit plus haut, de nombreux résultats peuvent être

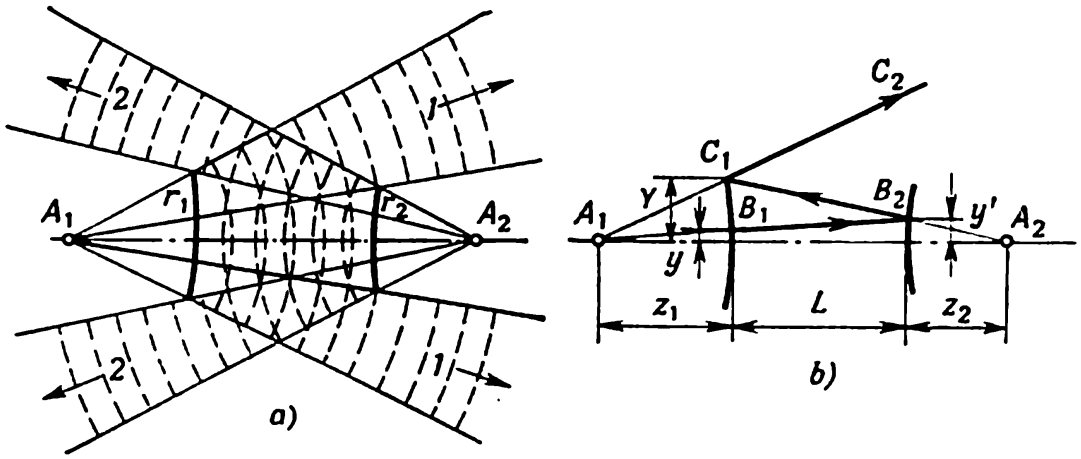


Fig. 2.62

obtenus pour les résonateurs instables dans l'approximation de l'optique géométrique (v. § 2.3). L'idée de calcul *géométrique* des résonateurs instables a été émise dans [38]; suivant cette idée, le champ régnant à l'intérieur du résonateur était considéré comme une superposition de deux ondes *sphériques* (dans certains résonateurs, d'une onde sphérique et d'une onde plane) qui se propageaient dans des sens opposés et se transformaient *l'une en l'autre* par suite de la réflexion sur les miroirs.

Considérons un résonateur instable de longueur L constitué de deux miroirs convexes dont les rayons de courbure sont r_1 et r_2 et les ouvertures a_1 et a_2 (fig. 2.62, *a*). Sur cette figure les lignes en traits interrompus montrent les sections des surfaces équiphases de deux ondes sphériques divergentes. Nous appellerons onde *1* celle qui se propage *de gauche à droite*, et l'onde *2* celle qui se propage *de droite à gauche*. Le point A_1 est le centre commun des surfaces équiphases de l'onde *1*, et le point A_2 celui de l'onde *2*. En se propageant du miroir de gauche vers le miroir de droite, l'onde *1* quitte partiellement le résonateur sous forme d'un faisceau lumineux *homocentrique* de centre en A_1 et se réfléchit partiellement sur le miroir de droite en se transformant en onde *2*. L'onde *2*, qui se

propage du miroir de droite vers le miroir de gauche, quitte en partie le résonateur sous forme d'un faisceau lumineux homocentrique de centre en A_2 et se réfléchit en partie sur le miroir de gauche en se transformant en onde *1*.

Pour qu'après la réflexion sur les miroirs l'onde *1* se transforme en onde *2* et l'onde *2* en onde *1*, il est nécessaire que le point A_2 soit l'image du point A_1 dans le miroir de droite et le point A_1 soit l'image du point A_2 dans le miroir de gauche. On le voit bien si l'on considère deux réflexions successives d'un rayon lumineux quelconque correspondant à l'onde *1* ou *2*. La fig. 2.62, *b* montre un rayon B_1B_2 se propageant du miroir de gauche au miroir de droite. Puisque ce rayon correspond à l'onde *1*, son prolongement au-delà du miroir de gauche doit couper l'axe optique au point A_1. Ce rayon se réfléchit sur le miroir de droite et se transforme en rayon B_2C_1. Le prolongement du rayon B_2C_1 au-delà du miroir de droite détermine l'image du point A_1 dans ce miroir, c'est-à-dire le point A_2. Comme le rayon B_2C_1 doit correspondre à l'onde *2*, le point A_2 doit constituer le centre de l'onde *2*. En se réfléchissant sur le miroir de gauche, le rayon B_2C_1 se transforme en rayon C_1C_2. Comme le rayon C_1C_2 correspond à l'onde *1*, son prolongement doit passer par le point A_1 ; le point A_1 doit donc représenter l'image du point A_2 dans le miroir de gauche.

Désignons par z_1 la distance du point A_1 au miroir de gauche et par z_2 la distance du point A_2 au miroir de droite. Pour trouver ces distances, faisons usage de la formule pour la construction de l'image dans un miroir convexe :

$$(1/d') - (1/d) = 2/|r|, \tag{2.10.1}$$

où d est la distance de l'objet au miroir ; d', la distance de l'image au miroir ; r, le rayon de courbure du miroir. En considérant le point A_2 comme l'image du point A_1 dans le miroir de droite, écrivons la relation (2.10.1) pour ce miroir (fig. 2.62, *b*) :

$$(1/z_2) - [1/(z_1 + L)] = 2/|r_2|. \tag{2.10.2a}$$

En considérant le point A_1 comme image du point A_2 dans le miroir de gauche, écrivons pour ce miroir :

$$(1/z_1) - [1/(z_2 + L)] = 2/|r_1|. \tag{2.10.2b}$$

En tenant compte que $|r_1| = -r_1$, $|r_2| = -r_2$ et en utilisant les relations connues $L/r_1 = 1 - g_1$, $L/r_2 = 1 - g_2$, on obtient le système d'équations

$$\left.\begin{aligned}(1/z_1) - [1/(z_2 + L)] &= -2(1 - g_1)/L;\\ (1/z_2) - [1/(z_1 + L)] &= -2(1 - g_2)/L.\end{aligned}\right\} \tag{2.10.3}$$

La résolution de ce système donne

$$z_1 = L\,\frac{\sqrt{g_1g_2(g_1g_2-1)}-g_1g_2+g_2}{2g_1g_2-g_1-g_2};$$

$$z_2 = L\,\frac{\sqrt{g_1g_2(g_1g_2-1)}-g_1g_2+g_1}{2g_1g_2-g_1-g_2}. \qquad (2.10.4)$$

Pour un résonateur symétrique ($g_1 = g_2 = g$) le résultat (2.10.4) prend la forme

$$z_1 = z_2 = \frac{L}{2}\left(\sqrt{\frac{g+1}{g-1}}-1\right). \qquad (2.10.5)$$

Pertes à l'intérieur d'un résonateur instable dans l'approximation de l'optique géométrique. — Dans les résonateurs stables, les pertes liées à la valeur finie de l'ouverture des miroirs sont en règle générale des pertes inutiles, indésirables. Dans les résonateurs instables ces pertes sont au contraire *utiles*; c'est grâce à ces pertes qu'est formé le faisceau lumineux sortant du résonateur [1]. L'homocentricité du faisceau incite à penser que ces pertes peuvent se décrire dans le cadre de l'optique géométrique; on utilise même un terme spécial de *pertes d'optique géométrique*.

Soit y la coordonnée transversale sur le miroir de gauche pour un des rayons dans un résonateur instable (fig. 2.62, *b*). En se propageant du miroir de gauche vers le miroir de droite, le rayon s'écarte de l'axe; désignons par y' sa coordonnée sur le miroir de droite. Revenu sur le miroir de gauche (après la réflexion sur le miroir de droite), le rayon sera caractérisé par la coordonnée Y. Le rapport

$$M = Y/y, \qquad (2.10.6)$$

qui montre de combien de fois augmente la distance du rayon lumineux à l'axe au cours d'une double traversée du résonateur, est appelé *coefficient d'élargissement transversal* du faisceau. La fig. 2.62, *b* montre que

$$y'/y = (z_1 + L)/z_1; \quad Y/y' = (z_2 + L)/z_2. \qquad (2.10.7)$$

On en tire

$$M = \frac{z_1+L}{z_1}\,\frac{z_2+L}{z_2}. \qquad (2.10.8)$$

Le facteur $(z_1 + L)/z_1$ figurant dans (2.10.8) détermine l'augmentation des dimensions transversales du faisceau lors de son passage

[1] Le rayonnement sort du résonateur grâce au fait que le diamètre du faisceau lumineux est plus grand que celui de l'ouverture du miroir (fig. 2.62). Un tel procédé de sortie du rayonnement du résonateur est dit *en anneau*; il est caractéristique des résonateurs instables.

du miroir de gauche au miroir de droite, et le facteur $(z_2 + L)/z_2$ lors de son parcours *du miroir de droite vers le miroir de gauche.*

En introduisant (2.10.4) dans (2.10.8), on obtient

$$M = \frac{g_1 g_2 + \sqrt{g_1 g_2 (g_1 g_2 - 1)}}{g_1 g_2 - \sqrt{g_1 g_2 (g_1 g_2 - 1)}}. \qquad (2.10.9)$$

Pour un résonateur symétrique ($g_1 = g_2 = g$) l'expression (2.10.9) prend la forme

$$M = (g + \sqrt{g^2 - 1})^2. \qquad (2.10.10)$$

Dans ce cas le coefficient d'élargissement est considéré généralement pour *une simple* traversée du résonateur et non pour une double :

$$M_s = \sqrt{M} = g + \sqrt{g^2 - 1}. \qquad (2.10.11)$$

Le rayon du faisceau lumineux réfléchi par le miroir de gauche est égal au rayon d'ouverture a_1 de ce miroir. Après la traversée du résonateur (du miroir de gauche au miroir de droite) le rayon du faisceau augmente de $(z_1 + L)/z_1$ fois et devient égal à $a_1 (z_1 + L)/z_1$. Si le rayon de l'ouverture a_2 du miroir de droite est plus petit que $a_1 (z_1 + L)/z_1$, seule une certaine partie de la puissance lumineuse réfléchie par le miroir de gauche sera réfléchie par le miroir de droite. Le rapport de la puissance lumineuse réfléchie par le miroir de droite à la puissance lumineuse réfléchie par le miroir de gauche est égal à [1]

$$\gamma_{2/1} = a_2^2/[a_1 (z_1 + L)/z_1]^2. \qquad (2.10.12a)$$

Ainsi, la fraction de la puissance lumineuse perdue pendant le passage du miroir de gauche au miroir de droite a pour expression

$$\Gamma_{1\to 2} = 1 - \gamma_{2/1} = 1 - (a_2/a_1)^2 [z_1/(z_1 + L)]^2. \qquad (2.10.13a)$$

On détermine d'une façon analogue le rapport de la puissance réfléchie par le miroir de gauche à la puissance réfléchie par le miroir de droite

$$\gamma_{1/2} = a_1^2/[a_2 (z_2 + L)/z_2]^2. \qquad (2.10.12b)$$

La fraction de la puissance perdue pendant le passage du miroir de droite au miroir de gauche a pour expression

$$\Gamma_{2\to 1} = 1 - \gamma_{1/2} = 1 - (a_1/a_2)^2 [z_2/(z_2 + L)]^2. \qquad (2.10.13b)$$

[1] Nous supposons que l'intensité du champ dans la section transversale du faisceau est pratiquement constante.

En faisant usage des expressions (2.10.12a) et (2.10.12b), on trouve la fraction de la puissance lumineuse perdue pour chaque parcours aller et retour du résonateur. Cette fraction a pour valeur

$$\Gamma = 1 - \gamma_{2/1}\gamma_{1/2} = 1 - \left[\frac{z_1 z_2}{(z_1+L)(z_2+L)}\right]^2. \qquad (2.10.14)$$

En utilisant (2.10.8), récrivons (2.10.14) sous la forme

$$\boxed{\Gamma = 1 - (1/M^2)}. \qquad (2.10.15)$$

Dans un résonateur symétrique on considère la fraction de la puissance lumineuse perdue par une simple traversée du résonateur:

$$\Gamma_s = 1 - (1/M_s^2). \qquad (2.10.16)$$

Soulignons que les pertes de l'optique géométrique dans un résonateur instable ne dépendent pas des ouvertures des miroirs. La valeur du rapport des ouvertures n'influe que sur le *procédé de sortie* du rayonnement du résonateur: par les deux miroirs, par le miroir de gauche ou par celui de droite. Le Tableau 2.6 illustre tous ces trois cas possibles.

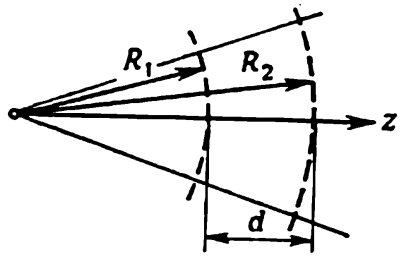


Fig. 2.63

Application de la loi d'*ABCD* aux résonateurs instables. — Les résonateurs instables peuvent se décrire, dans le cadre de l'optique géométrique, d'une façon plus générale et plus élégante en appliquant la *loi d'ABCD*.

Il est aisé de s'assurer que la loi d'*ABCD* est applicable aux ondes *sphériques*. Lors de la propagation dans l'espace libre d'étendue d le rayon de courbure du front d'onde d'un faisceau homocentrique se transforme suivant la relation évidente (fig. 2.63):

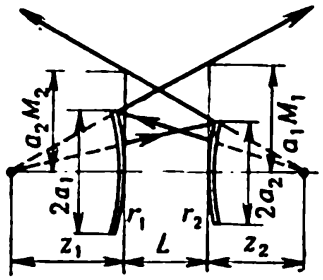
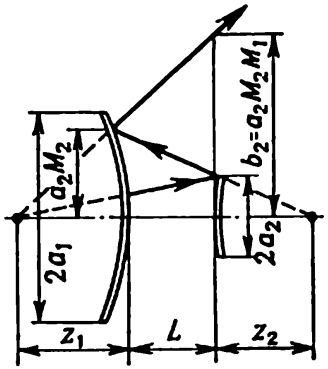
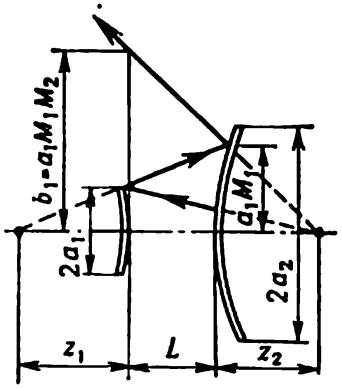
$$R_2 = R_1 + d. \qquad (2.10.17)$$

Une lentille mince de distance focale f fait varier le rayon de courbure du front sphérique suivant la relation (2.8.7):

$$1/R_2 = (1/R_1) - (1/f). \qquad (2.10.18)$$

Le rapprochement entre (2.10.17) et (2.8.2) et entre (2.10.18) et (2.8.8) permet de conclure que dans les systèmes à lentilles parfaits (y compris dans les systèmes à miroirs sphériques) la transformation subie par le paramètre R d'un faisceau *homocentrique* est exactement *la même* que celle du paramètre q d'un faisceau *gaussien*. Autrement dit, la loi d'*ABCD* définie pour les faisceaux gaussiens par la rela-

Tableau 2.6

Le rayonnement sort par les deux miroirs	Le rayonnement sort par le miroir de droite	Le rayonnement sort par le miroir de gauche
		
$\gamma_{2/1}=\dfrac{a_2^2}{(a_1M_1)^2}$	$\gamma_{1/2}=1$	$\gamma_{2/1}=1$
$\gamma_{1/2}=\dfrac{a_1^2}{(a_2M_2)^2}$	$\gamma_{2/1}=\dfrac{a_2^2}{b_2^2}=\dfrac{a_2^2}{(a_2M_2M_1)^2}$	$\gamma_{1/2}=\dfrac{a_1^2}{b_1^2}=\dfrac{a_1^2}{(a_1M_1M_2)^2}$
$\gamma_{2/1}\gamma_{1/2}=\dfrac{1}{M_1^2M_2^2}=\dfrac{1}{M^2}$	$\gamma_{2/1}\gamma_{1/2}=\dfrac{1}{(M_2M_1)^2}=\dfrac{1}{M^2}$	$\gamma_{2/1}\gamma_{1/2}=\dfrac{1}{(M_1M_2)^2}=\dfrac{1}{M^2}$

tion (2.8.13) peut être appliquée au rayon de courbure R du front d'onde d'un faisceau homocentrique:

$$\boxed{R_2 = (AR_1 + B)/(CR_1 + D)}. \qquad (2.10.19)$$

Choisissons à l'intérieur d'un résonateur instable un plan de référence P en le situant à la distance d_1 du miroir de gauche. Désignons pour ce plan: $R(d_1)$ le rayon de courbure du front de l'onde sphérique se propageant du miroir de droite vers le miroir de gauche; $R'(d_1)$ le rayon du front de l'onde se propageant en sens opposé. Les rayons $R(d_1)$ et $R'(d_1)$ peuvent se déterminer à partir de la condition de reproductibilité du champ pour une double traversée du résonateur:

$$R(d_1) = [AR(d_1) + B]/[CR(d_1) + D]; \qquad (2.10.20a)$$

$$R'(d_1) = [A'R'(d_1) + B']/[C'R'(d_1) + D']. \qquad (2.10.20b)$$

Ici, $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ est la matrice de double traversée du résonateur à partir du plan de référence P vers le miroir de gauche (fig. 2.64, *a*) et $\begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix}$ la matrice de double traversée du résonateur à partir du plan P vers le miroir de droite (fig. 2.64, *b*):

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L-d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r_2} & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \qquad (2.10.21a)$$

$$\begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r_1} & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{r_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L-d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \qquad (2.10.21b)$$

Bornons-nous à examiner le cas où le parcours du résonateur s'effectue comme l'indique la fig. 2.64, *a* (autrement dit, bornons-nous à l'équation 2.10.20a). L'équation (2.10.20a) a deux solutions suivantes:

$$R = (1/2C)\,[A - D + \sqrt{(A+D)^2 - 4}\,]; \qquad (2.10.22a)$$

$$\overline{R} = (1/2C)\,[A - D - \sqrt{(A+D)^2 - 4}\,]. \qquad (2.10.22b)$$

On montre que l'une des solutions est *stable* (une faible perturbation du rayon du front R s'évanouit à mesure que l'onde se propage dans

le résonateur), alors que l'autre est *instable* [1]. La solution stable décrit une onde sphérique *divergente* et la solution instable, une onde sphérique *convergente*. Si $(A + D) > 2$, l'onde stable (divergente) s'exprime par (2.10.22a), si $(A + D) < -2$, elle est donnée par (2.10.22b).

La matrice $ABCD$ de double traversée du résonateur représenté sur la fig. 2.64, *a* est familière au lecteur, elle se décrit par l'expres-

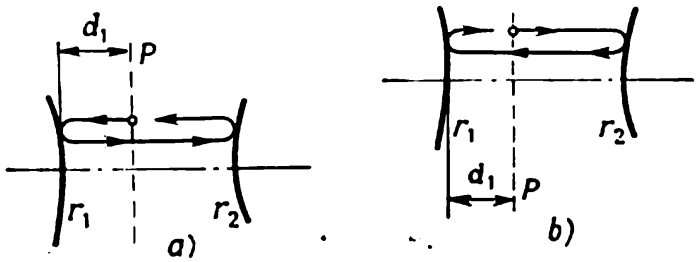


Fig. 2.64

sion (2.4.28). Soit $d_1 = L$ (le plan de référence est tangent au miroir de droite). Dans ce cas, la matrice (2.4.28) prend la forme

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2L}{r_1} & 2L - \frac{2L^2}{r_1} \\ \frac{4L}{r_1 r_2} - \frac{2}{r_1} - \frac{2}{r_2} & 1 + \frac{4L^2}{r_1 r_2} - \frac{2L}{r_1} - \frac{4L}{r_2} \end{pmatrix}. \quad (2.10.23)$$

La matrice (2.10.23) permet de déterminer le rayon de courbure du front de l'onde lumineuse tout de suite après sa réflexion sur le miroir de droite, c'est-à-dire, en d'autres termes, permet de trouver la distance z_2 du miroir de droite au centre de l'onde sphérique se propageant dans le résonateur du miroir de droite vers le miroir de gauche. Dans le cas considéré

$$A + D = 2\,(2g_1 g_2 - 1). \quad (2.10.24)$$

Supposons qu'il s'agit des résonateurs instables pour lesquels $g_1 g_2 > 1$ et donc $(A + D) > 2$. Dans de tels résonateurs, l'onde stable (divergente) se décrit par l'expression (2.10.22a). Compte tenu de (2.10.23), on déduit de (2.10.22a)

$$R\,(d_1 = L) = z_2 = L\,\frac{\sqrt{g_1 g_2 (g_1 g_2 - 1)} - g_1 g_2 + g_1}{2 g_1 g_2 - g_1 - g_2}.$$

Ce résultat a été obtenu précédemment; v. (2.10.4).

Laser à résonateur instable de type télescopique. — Ce laser est représenté schématiquement sur la fig. 2.65. On y distingue: *1*, le milieu actif; *2*, un miroir concave (de rayon de courbure r_1); *3*,

[1] Voir Annexe 3.

un miroir convexe (de rayon de courbure r_2); *4*, le rayonnement laser. Les miroirs concave et convexe ont un foyer commun; $r_1 = 3L$, $r_2 = -L$. Pour ce résonateur on a

$$g_1 = 2/3; \quad g_2 = 2. \tag{2.10.25}$$

Le champ à l'intérieur d'un résonateur de type télescopique se décrit par une superposition d'une onde *plane* et d'une onde *sphérique*. L'onde sphérique divergente se propage dans le résonateur du miroir convexe vers le miroir concave et l'onde plane en sens opposé, du miroir concave au miroir convexe. Les rayons lumineux correspondant à ces ondes sont montrés sur la fig. 2.65. Il est facile de voir que dans ce cas

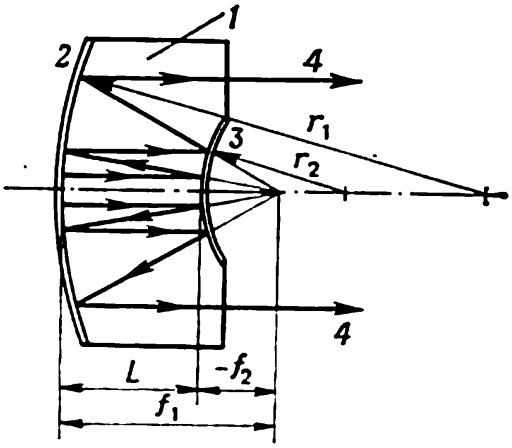


Fig. 2.65

$$z_1 = \infty; \quad z_2 = L/2; \quad M = 3. \tag{2.10.26}$$

Le laser considéré est analogue au laser à plusieurs étages représentant un système *sélectif* hautement efficace. Ce dernier est représenté sur la fig. 2.66, *a*, où l'on distingue: *1*, l'oscillateur pilote; *2*, les systèmes télescopiques d'adaptation; *3*, le milieu actif. Comme oscillateur pilote on utilise un laser de petite puissance pour lequel il est facile de réaliser la sélection du mode transverse fondamental. Ce mode est ensuite amplifié dans chaque étage.

Le système de la fig. 2.66, *a* est très efficace mais, malheureusement, il est compliqué au point de vue technique. Il est plus avantageux d'utiliser un laser à résonateur instable du type télescopique qui est l'analogue du système considéré. Il est aisé de s'assurer qu'une telle analogie existe réellement si l'on modifie légèrement le système représenté sur la fig. 2.66, *a* en passant au guide d'ondes à lentilles dont la structure est schématisée à la fig. 2.66, *b*. Le guide d'ondes est constitué de quatre lentilles alternées, *convergentes* (distance focale f_1) et *divergentes* (distance focale f_2) telles que $f_1 = 3\,|f_2|$. La distance séparant deux lentilles consécutives est égale à $2\,|f_2|$; l'espace entre les lentilles est rempli de milieu actif. L'oscillateur pilote est maintenant absent; son rôle est rempli par la région centrale des éléments actifs. Il n'est pas difficile de voir que le guide d'ondes à lentilles considéré est optiquement équivalent à un résonateur du type télescopique. Signalons que sur la fig. 2.66, *b* les lignes en traits interrompus représentent le faisceau lumineux correspondant à l'onde instable (convergente).

La fig. 2.66, *b* montre clairement que dans un résonateur du type télescopique (comme d'ailleurs dans tout autre résonateur instable) l'oscillation prend naissance tout d'abord dans la *région* de l'élément actif *voisine de l'axe*. A chaque parcours aller et retour du rayonnement dans le résonateur, la dimension transversale du faisceau lumineux devient M fois plus grande. Plus le coefficient d'élargissement du faisceau M est grand, plus rapidement s'effectue le

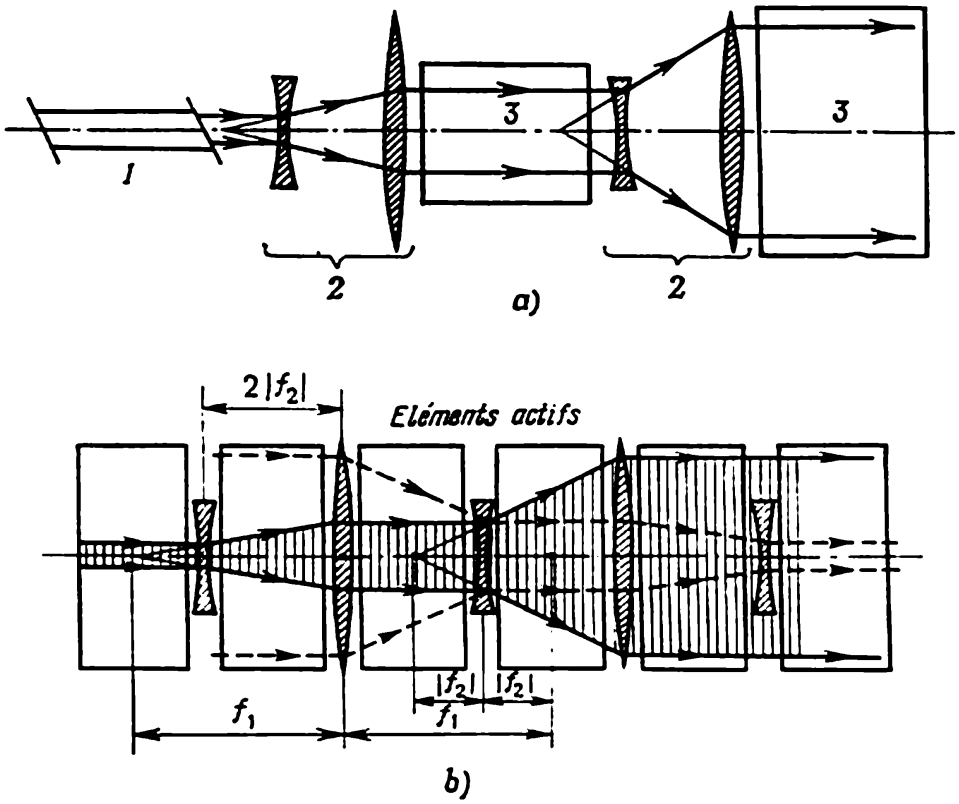


Fig. 2.66

processus de formation du champ de rayonnement dans le résonateur. Ce processus peut s'accomplir au cours de quelques trajets seulement à travers le milieu actif.

Prise en compte de la diffraction sur le bord du miroir; nombre de Fresnel équivalent.— Une étude rigoureuse des pertes dans les résonateurs instables est basée sur les équations intégrales du type (2.6.20) (v. par exemple [39, 41, 42]). Une telle étude montre que le résultat (2.10.15) obtenu dans le cadre de l'optique géométrique est un résultat approché. En réalité les pertes dépendent du produit des ouvertures des miroirs; lorsque a_1a_2 varie, la valeur des pertes varie autour de la valeur d'optique géométrique.

La fig. 2.67 montre les résultats du calcul des pertes par la méthode itérative [45]. Ces calculs ont été effectués pour des résona-

teurs symétriques ($a_1 = a_2 = a$, $g_1 = g_2 = g$); les ouvertures des miroirs ont été choisies sous forme de bandes infinies de largeur $2a$. Les courbes représentées sur la figure traduisent la variation des pertes Γ en fonction du nombre de Fresnel $N = a^2/\lambda L$ pour différentes valeurs du paramètre g ($g = 0{,}8$ à $1{,}2$). Les lignes en traits interrompus montrent, à titre de comparaison, les résultats obtenus dans le cadre de l'optique géométrique [38].

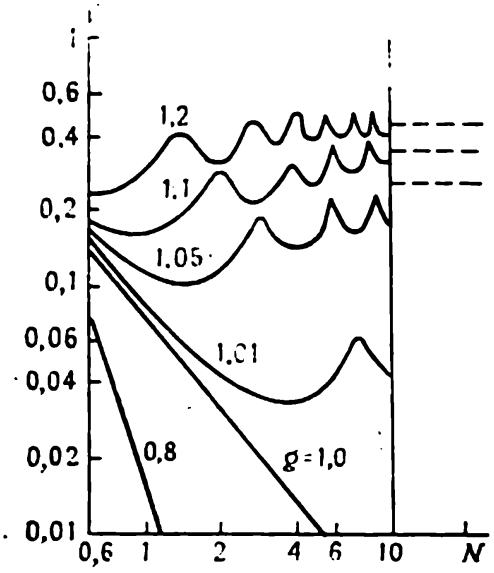


Fig. 2.67

La variation *périodique* des pertes en fonction de a^2, visible sur la fig. 2.67, est liée à l'*effet de bord*, c'est-à-dire à la diffraction du rayonnement sur le bord du miroir ([40, 42]; v. aussi [44]).

Examinons à ce propos la fig. 2.68 sur laquelle on voit un rayon de bord BB_1 qui se transforme par suite de la réflexion en rayon B_1C. La diffraction sur le bord du miroir a pour effet de provoquer, outre l'onde réfléchie principale représentée sur la figure par le rayon B_1C, l'apparition d'une onde diffractée *supplémentaire* représentée sur la figure par les rayons B_1D. La variation périodique des pertes

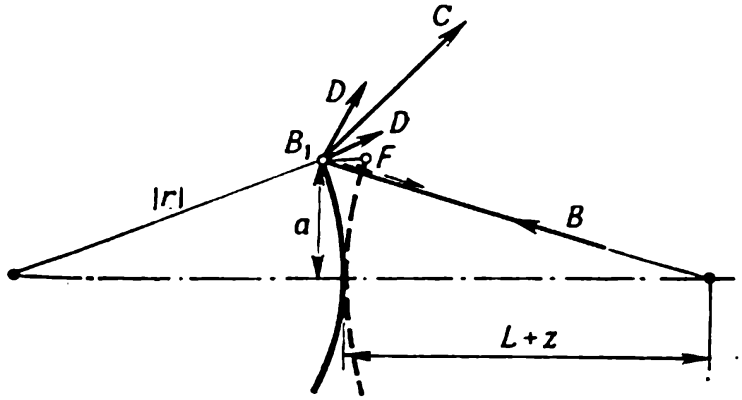


Fig. 2.68

en fonction de a^2 peut s'expliquer en examinant l'interférence du rayonnement de l'onde divergente tombant sur le bord du miroir et du rayonnement de l'onde diffractée se propageant *à la rencontre* de l'onde divergente. Pour une amplification mutuelle des rayonnements considérés, il faut que le parcours aller et retour $2d$ (a) entre le point F du front d'onde et le bord B_1 du miroir (v. la figure)

soit multiple de la longueur d'onde λ : $2d(a) = \lambda p$ où p est un entier. Dans ce cas le déphasage de l'onde diffractée par rapport à l'onde tombant sur le bord du miroir sera multiple de 2π.

La distance $d(a)$ (distance entre F et B_1) peut être représentée sous la forme suivante :

$$d(a) = \left(|r| - \sqrt{r^2 - a^2}\right) + \left(L + z - \sqrt{(L+z)^2 - a^2}\right).$$

Puisque $a \ll |r|$, $a \ll (L + z)$, on a

$$\sqrt{r^2 - a^2} \approx |r|(1 - a^2/2r^2),\ \sqrt{(L+z)^2 - a^2} \approx (L+z)\left[1 - \frac{a^2}{2(L+z)^2}\right].$$

Ainsi, $d(a) = \frac{a^2}{2L}\left[\frac{L}{|r|} + \frac{1}{(z/L)+1}\right]$.

En se servant de (2.10.5) et en tenant compte que $L/|r| = -L/r = g - 1$, on obtient

$$d(a) = \frac{a^2}{2L}\left(g - 1 + \frac{2}{\sqrt{(g+1)/(g-1)} + 1}\right) = \frac{a^2}{2L}\sqrt{g^2 - 1}.$$

La condition $2d(a) = \lambda p$ prend maintenant la forme

$$(a^2/\lambda L)\sqrt{g^2 - 1} = p. \qquad (2.10.27)$$

De (2.10.27) on déduit que la variation des propriétés d'un résonateur instable en fonction du nombre de Fresnel $a^2/\lambda L$ doit se caractériser par une *période* égale à $1/\sqrt{g^2 - 1}$. Les courbes de la fig. 2.67 confirment cette conclusion (v. les courbes pour $g = 1{,}05$; 1,1 ; 1,2).

La quantité

$$\boxed{N_{\text{éq}} = (a^2/\lambda L)\sqrt{g^2 - 1}} \qquad (2.10.28)$$

est appelée *nombre de Fresnel équivalent*. Suivant (2.10.27) les pertes d'un résonateur instable doivent avoir une même valeur lorsque les nombres de Fresnel équivalents diffèrent par un entier quelconque. Il est facile de s'assurer (v. (2.10.11)) que

$$N_{\text{éq}} = (a^2/2\lambda L)(M_s - 1/M_s). \qquad (2.10.29)$$

Pour combattre l'effet de bord dans les résonateurs instables, on prend des mesures pour réduire l'intensité de l'onde diffractée. A cet effet, on a recours à des miroirs *à bord aplati*, c'est-à-dire des miroirs dont le coefficient de réflexion diminue sur le bord non pas par saut mais progressivement dans les limites d'une zone de largeur non inférieure à $a/N_{\text{éq}}$ [46]. Les miroirs à bord aplati rendent moins forte la dépendance des pertes envers l'ouverture des miroirs ; l'emploi de tels miroirs rend plus correcte l'étude des pertes du résonateur instable dans le cadre de l'optique géométrique.

Avantages des résonateurs instables. — Les résonateurs instables sont utilisés le plus souvent en vue de la sélection des modes trans-

verses et de la réduction de la divergence angulaire du rayonnement. Dans le cas de forts volumes du milieu actif, ce procédé de sélection est le plus prometteur parce qu'il n'implique ni une complication du système laser, ni une réduction considérable de son rendement [44].

L'exemple de résonateur instable de type télescopique montre bien les propriétés *sélectives* élevées des résonateurs instables qui forment des faisceaux lumineux caractérisés par un haut degré de cohérence spatiale. On sait qu'au point de vue de la sélection angulaire il est plus avantageux de fonctionner dans les conditions des pertes par diffraction relativement *grandes* parce que la diffraction assure le décrochage d'oscillation en premier lieu des modes supérieurs. Etant donné que dans un résonateur instable les pertes par diffraction sont toujours élevées, l'emploi d'un tel résonateur n'exige pratiquement pas de prendre des mesures en vue d'assurer une sélection supplémentaire des modes transverses. Un laser à résonateur instable n'oscille généralement que sur le mode transverse *fondamental* (mode TEM_{00}); bien souvent il atteint une divergence à la limite de diffraction. Notons qu'au point de vue de la directivité du rayonnement il est désirable d'avoir des valeurs plus élevées du coefficient d'élargissement M (valeurs plus élevées du nombre $N_{éq}$).

Indiquons à titre d'exemple qu'avec un laser à verre au néodyme on a réussi à réaliser une divergence angulaire de $2 \cdot 10^{-5}$ rad pour une largeur du faisceau de 15 cm [47]. Les paramètres du résonateur instable utilisé dans ce laser sont: $M = 2$, $N \approx 56\,000$, $N_{éq} \approx 7000$.

Un avantage bien important des lasers à résonateurs instables réside en *remplissage* efficace du volume du milieu actif par le champ de rayonnement. Le volume occupé par le champ de mode fondamental est suffisamment grand même dans le cas où les longueurs des résonateurs sont relativement petites. A la différence des résonateurs stables, le faisceau lumineux à l'intérieur d'un résonateur instable ne comporte pas d'étranglement; il n'y a donc pas à redouter que la densité de l'énergie lumineuse du faisceau peut atteindre en certains points du milieu actif des valeurs correspondant au seuil de destruction du milieu.

Les résonateurs instables sont bien prometteurs pour la réalisation de lasers à caractéristiques temporelles et spatiales *imposées*. Comme cela a été dit plus haut, l'oscillation d'un laser à résonateur instable commence dans la région centrale (adjacente à l'axe) de l'élément actif pour s'étendre ensuite sur tout son volume. Si l'on introduit dans le résonateur du laser, directement suivant l'axe optique, un rayonnement en provenance d'un laser auxiliaire de petite puissance mais présentant des caractéristiques spectrales et temporelles bien déterminées, on peut *commander* efficacement le

processus de formation du rayonnement et obtenir finalement un faisceau lumineux à paramètres désirés [48].

Il importe, d'autre part, d'observer que la région centrale de l'élément actif joue également un rôle négatif dans le développement du processus d'oscillation : les lasers à résonateurs instables sont sensibles à toutes sortes d'irrégularités et défauts dans le milieu actif et sur les revêtements réfléchissants au voisinage immédiat de l'axe optique du résonateur.

Un déroulement rapide du processus d'oscillation dans le sens de l'axe vers la périphérie a en particulier pour effet que le développement de l'*impulsion géante* est plus rapide dans les lasers déclenchés à résonateurs instables que dans les lasers à résonateurs stables. Il en résulte une *réduction* considérable de la durée de l'impulsion lumineuse engendrée par le laser. Soulignons que l'emploi de résonateurs instables peut affecter de façon notable la dynamique du processus intervenant dans le laser [49].

§ 2.11. PRINCIPES DE LA SÉLECTION PAR FRÉQUENCE

On distingue la sélection *angulaire* et la sélection *par fréquence* que l'on appelle également sélection des modes transverses et sélection des modes longitudinaux respectivement (1). Pour qu'un mode puisse être sélectionné, il faut que les pertes pour ce mode soient inférieures aux pertes pour les autres modes. La sélection des modes transverses est basée sur la différence entre la structure transversale du champ des modes de différents ordres et la sélection par fréquence, sur la différence entre les fréquences.

La différence de structure du champ des modes transverses a pour effet l'apparition d'une différence entre les pertes par diffraction. Dans les résonateurs instables, les pertes par diffraction sont si fortes que le laser n'oscille généralement que sur le mode transverse fondamental. Dans les résonateurs stables, les pertes par diffraction sont relativement faibles, de sorte qu'on est amené le plus souvent à prendre des mesures spéciales en vue d'augmenter de préférence les pertes sur les modes d'ordres supérieurs. A cet effet, on place à l'intérieur du résonateur par exemple un diaphragme (2) ou on agit sur la géométrie du résonateur (sur les paramètres G_1 et G_2) de manière à réduire le nombre de Fresnel et d'augmenter par là même la différence entre les pertes pour le mode fondamental et les autres modes. Dans ce qui suit nous analysons de plus près les principes de la sélection par fréquence.

---

(1) Les méthodes de sélection des modes sont étudiées dans [50] ; voir aussi [9, 13, 51] et [2], chap. 23.

(2) La comparaison des propriétés sélectives des différents résonateurs à diaphragme est donnée dans [33] ; on y montre que c'est le résonateur confocal qui possède la plus haute sélectivité.

Différents types de sélection par fréquence. — Supposons que le milieu actif possède deux transitions laser, entre deux paires de niveaux énergétiques. Quand on dit que les transitions s'effectuent sur les fréquences ω_1 et ω_2, on a en vue les fréquences correspondant aux *maximums* des raies de luminescence pour les transitions consi-

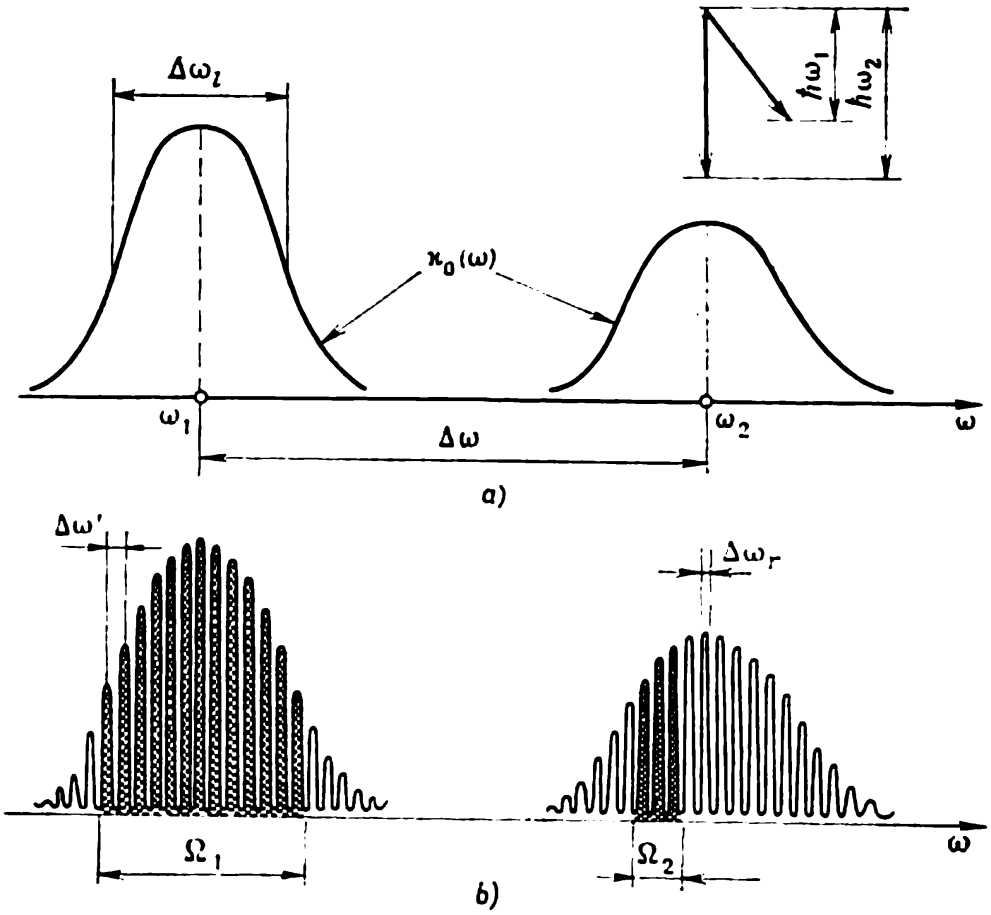


Fig. 2.69

dérées. Pour la description des raies spectrales nous utiliserons la dépendance du gain initial vis-à-vis de la fréquence (la fonction $\varkappa_0(\omega)$).

La fig. 2.69, *a* représente les raies de luminescence pour deux transitions laser : $\Delta\omega_l$ est la largeur effective de la raie de luminescence (largeur à demi-hauteur de son maximum) ; $\Delta\omega$, la distance entre les maximums des raies ($\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$). La quantité $\Delta\omega$ prend des valeurs dans l'intervalle de 10^{12} à 10^{16} s^{-1} environ et la quantité $\Delta\omega_l$ dans l'intervalle de 10^{10} (milieux gazeux) à 10^{14} s^{-1} (colorants organiques). En cas d'emploi d'un résonateur, à chaque raie de luminescence correspond (dans le spectre d'oscillation) une série de *raies spectrales du résonateur* répondant aux fréquences de résonance (fig. 2.69, *b*). Suivant (2.2.12) la distance entre les maxi-

mums de deux raies consécutives du résonateur vaut [1] $\Delta\omega' = \pi v/L$, où L est la longueur du résonateur et v la vitesse de la lumière dans le milieu qui remplit le résonateur. La largeur d'une raie distincte du résonateur est $\Delta\omega_r = 10^7$ à 10^9 s^{-1}.

En utilisant la fig. 2.69, distinguons trois types de sélection par fréquence dans le laser. Le *premier* type : la sélection dans une bande de fréquences relativement large, lorsque les transitions indésirables sont supprimées et l'oscillation n'est assurée que sur l'une des transitions. Dans ce cas l'oscillation est réalisée dans les

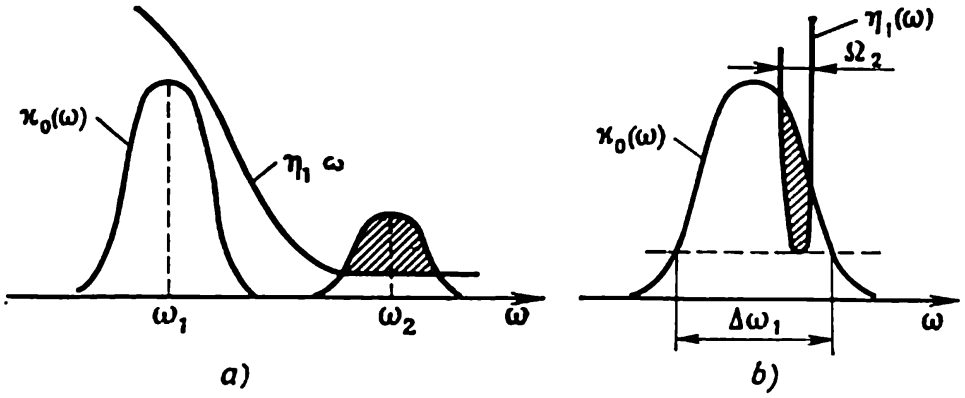


Fig. 2.70

limites de la gamme de fréquences de largeur Ω_1 (fig. 2.69, *b*). La sélection du *deuxième* type assure l'oscillation dans une bande de fréquences plus étroite, par exemple, dans les limites de la bande de largeur Ω_2 (fig. 2.69, *b*). En faisant varier la position de cet intervalle de fréquences dans les limites de la largeur de la raie de luminescence, on peut assurer un accord continu en fréquence du rayonnement émis [2]. La sélection du *troisième* type est la sélection des modes longitudinaux. Elle assure l'oscillation sur une raie distincte (le plus souvent sur la raie centrale) du résonateur. Dans ce cas la sélection s'effectue dans un intervalle de fréquences suffisamment étroit de l'ordre de 10^9 s^{-1} et moins.

Emploi de filtres absorbants à large bande et d'éléments de dispersion. — Pour réaliser la sélection du premier type on fait appel à des filtres absorbants à bande relativement large, que l'on place à l'intérieur du résonateur. C'est ainsi par exemple que les fenêtres de sortie du tube à décharge gazeuse d'un laser à hélium-néon sont faites en verre spécial qui absorbe dans le domaine de l'infrarouge. On supprime ainsi les transitions à la longueur d'onde $\lambda = 3{,}39$ et 1,15 μm ; l'oscillation n'est réalisée que sur la transition à $\lambda = 0{,}63$ μm. Le principe d'une telle sélection est illustré sur la fig. 2.70, *a* ; il consiste à utiliser une variation convenablement

(1) L'effet d'entraînement de fréquence sera examiné au § 2.12.

(2) Un tel accord en fréquence est réalisé par exemple dans les lasers à colorants organiques (v. [52] ainsi que § 1.3).

choisie du coefficient de pertes nuisibles en fonction de la fréquence $\eta_1(\omega)$. L'oscillation s'effectue sur une transition correspondant à la fréquence ω_2 bien que cette transition se caractérise par un gain plus faible que celui de la transition à la fréquence ω_1.

Pour obtenir la sélection dans une bande plus étroite, on introduit à l'intérieur du résonateur des *éléments dispersifs* (par exemple, un prisme) ou on remplace un des miroirs par un réseau de diffraction travaillant en réflexion. Des exemples d'une telle sélection sont donnés au § 1.3 à l'occasion de l'étude des *résonateurs sélectifs*. La courbe traduisant la variation du coefficient de pertes en fonction de la fréquence $\eta_1(\omega)$ d'un résonateur sélectif présente un « trou » profond et étroit de largeur $\Omega_2 \approx \approx 10^{12}$ à 10^{13} s^{-1} (fig. 2.70, *b*). En faisant tourner le prisme ou le réseau réfléchissant, on peut commander la position de ce « trou » sur l'échelle de fréquences et par là même changer l'accord en fréquence dans les limites de la largeur de la raie de luminescence au niveau de pertes constantes (dans les limites de la largeur $\Delta\omega_1$; v. la figure).

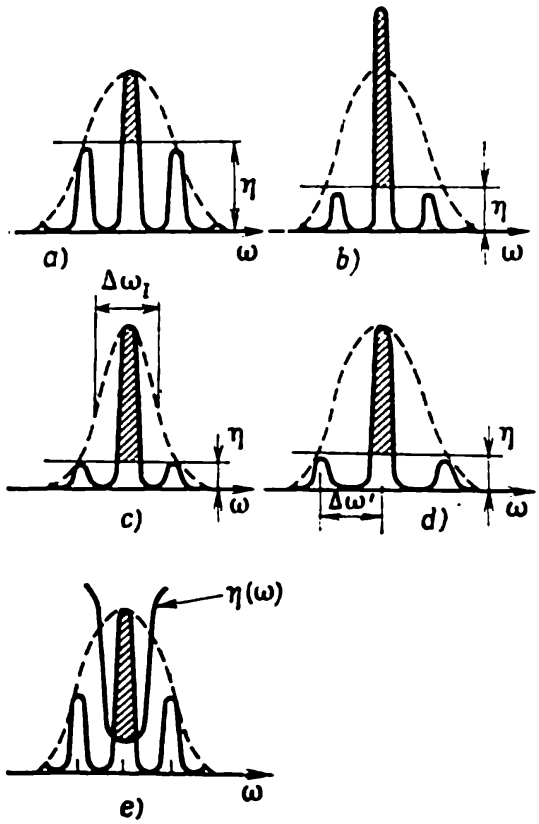


Fig. 2.71

Pour obtenir la sélection dans un domaine de fréquences encore plus étroit, on utilise comme élément dispersif un *étalon de Pérot et Fabry* (interféromètre de Pérot et Fabry) représentant un système constitué de miroirs plans et parallèles placés l'un tout près de l'autre. Ce dispositif permet de sélectionner un mode longitudinal distinct.

Remarques générales sur la sélection des modes longitudinaux. — La sélection des modes longitudinaux exige d'utiliser un filtre à bande suffisamment étroite permettant de sélectionner un intervalle de fréquences inférieur à 10^9 s^{-1}. Pour expliquer les principes généraux de la sélection des modes longitudinaux, reportons-nous à la fig. 2.71 (la ligne en traits interrompus montre le profil de la raie de luminescence). Cette figure illustre les voies possibles de réalisation d'une telle sélection.

Tout d'abord, on peut tout simplement *élever le niveau de pertes* de sorte que la différence $\varkappa_0 - \eta$ (η étant le coefficient de pertes

totales) ne soit positif que pour le mode longitudinal central (fig. 2.71, *a*). Bien entendu, la puissance produite s'en trouve réduite de façon substantielle. Il est plus intéressant de *modifier* le rapport entre les valeurs de gain initial du mode longitudinal central et des autres modes longitudinaux (au profit du mode central) (fig. 2.71, *b*). On peut obtenir un résultat analogue *en modifiant le contour de la raie de luminescence* ou plus exactement en diminuant la largeur $\Delta\omega_l$ (fig. 2.71, *c*) [1]. On peut également augmenter l'intervalle de fréquences entre les maximums des modes longitudinaux au prix d'une *diminution de la longueur du résonateur* (fig. 2.71, *d*). Il va sans dire que la diminution de la longueur du résonateur comporte ses côtés négatifs: réduction de l'amplification par traversée, réduction de la puissance de sortie, augmentation de la divergence du rayonnement [2]. Enfin, on peut essayer de réaliser une sélectivité à bande suffisamment étroite du coefficient de pertes (fig. 2.71, *e*).

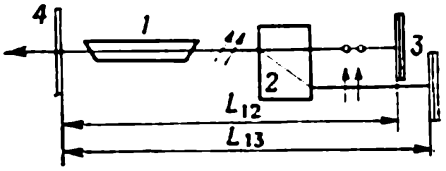


Fig. 2.72

En pratique, on fait recours à tous les procédés sus-indiqués de sélection des modes. Les procédés de sélection les plus simples sont basés sur la diminution de la longueur du résonateur. Plus intéressants sont les procédés de sélection qui mettent à profit les phénomènes d'*interférence*, de *polarisation* et d'*optique non linéaire*, que nous allons examiner de plus près.

Méthodes interférentielles de sélection des modes longitudinaux. — Ces méthodes ont à la base l'emploi de résonateurs à miroirs *supplémentaires* (résonateurs *couplés*); v. par exemple [54 à 56].

Considérons un laser représenté sur la fig. 2.72 [54]. On y distingue: *1*, un tube à décharge gazeuse à fenêtres inclinées à angle de Brewster (élément actif); *2*, un cristal biréfringent qui divise le rayon lumineux en un rayon extraordinaire (polarisé rectilignement dans le plan de la figure) et un rayon ordinaire (polarisé rectilignement dans un plan perpendiculaire au plan de la figure); *3*, des miroirs à réflexion totale; *4*, le miroir de sortie. Nous sommes ici en présence de deux résonateurs de longueurs différentes: L_{12} et L_{13}. Les écarts en fréquence entre les modes de ces résonateurs ont pour valeurs respectives:

$$\Delta\omega'_{12} = \pi c/L_{12} \quad \text{et} \quad \Delta\omega'_{13} = \pi c/L_{13}. \tag{2.11.1}$$

Nous supposerons réalisée l'inégalité

$$\Delta\omega_r < (\Delta\omega'_{12} - \Delta\omega'_{13}). \tag{2.11.2}$$

[1] Un rétrécissement important de la raie de luminescence doit avoir lieu dans les lasers à faisceaux atomiques [53].

[2] Ces moments négatifs peuvent être absents en cas d'emploi de résonateurs instables.

Dans ce cas, les raies spectrales du résonateur auront la forme montrée sur la fig. 2.73. Les raies marquées de chiffres *1* et *2* sont manifestement plus amplifiées que les raies voisines parce qu'elles correspon-

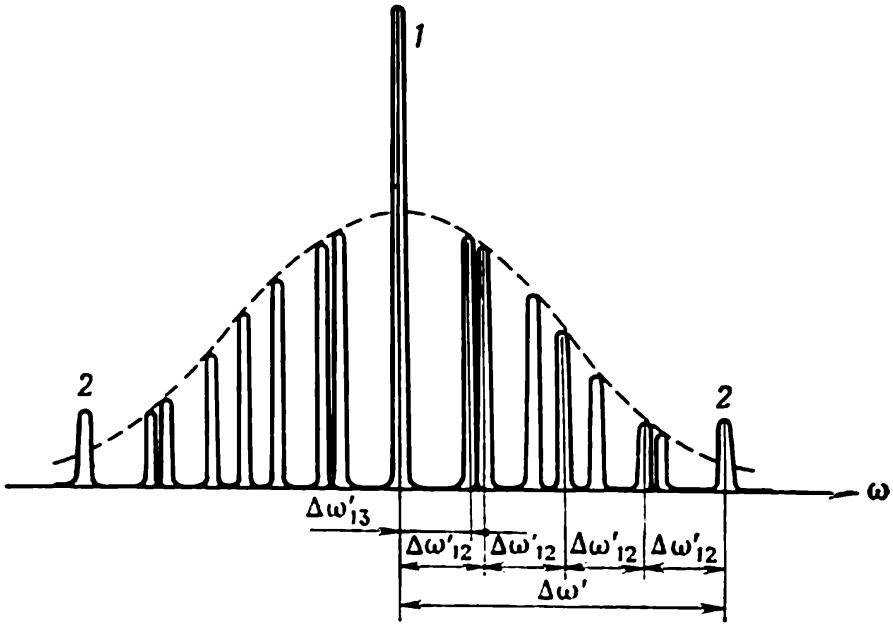


Fig. 2.73

dent à des fréquences pour lesquelles la condition de résonance est réalisée simultanément dans les deux résonateurs de longueur L_{12} et de longueur L_{13}. Il est évident que de telles raies ont pour origine les phénomènes d'interférence. L'écart en fréquence entre ces raies a pour valeur

$$\Delta\omega' = \pi c/(L_{13} - L_{12}). \quad (2.11.3)$$

Si la différence $(L_{13} - L_{12})$ est suffisamment petite, la quantité $\Delta\omega'$ peut être rendue assez grande ($\Delta\omega'$ peut excéder la largeur de la raie de luminescence).

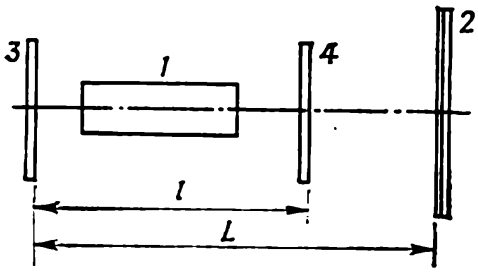


Fig. 2.74

Une autre variante de la sélection interférentielle des modes consiste à utiliser un résonateur linéaire à trois miroirs (fig. 2.74). Ici : *1*, l'élément actif ; *2*, le miroir à réflexion totale ; *3*, le miroir de sortie ; *4*, le miroir supplémentaire. L'interférence des ondes lumineuses formées dans les résonateurs de longueur l et de longueur L conduit, de même que dans le cas précédent, à une variation du rapport entre les intensités des modes. Dans [13] on donne le calcul pour $l/L = 3/4$ et $R' = 0{,}65$ (R' étant le coefficient de réflexion du miroir supplémentaire). Les résultats de ce calcul sont illustrés

sur la fig. 2.75. On y voit trois modes; les lignes en traits interrompus montrent, à des fins de comparaison, les modes correspondants en l'absence du miroir supplémentaire. On peut voir que les effets d'interférence conduisent à une amplification privilégiée du mode central et à un écartement des modes.

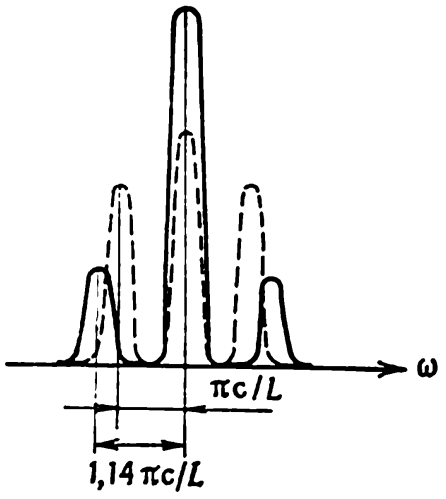


Fig. 2.75

Les variantes de la sélection interférentielle des modes longitudinaux utilisées en pratique sont assez nombreuses. On fait usage par exemple de différents types de résonateurs couplés utilisant quatre miroirs dont les axes font un angle droit (v. [2], chap. 23). Un de tels résonateurs est schématisé sur la fig. 2.76.

Résonateurs à éléments anisotropes. — Pour la sélection des modes longitudinaux on peut également mettre à profit les propriétés de *polarisation* que présente un résonateur à éléments *anisotropes*. La fig. 2.77 donne un exemple d'un tel résonateur. On y distingue: *1*, un polariseur linéaire; *2*, une plaque biréfringente assurant une différence de phase entre les rayons extraordinaire et ordinaire égale à $\Delta\varphi$; *3*, les miroirs du résonateur. L'axe optique de la plaque *2* est perpendiculaire à l'axe optique du résonateur et tourné d'un

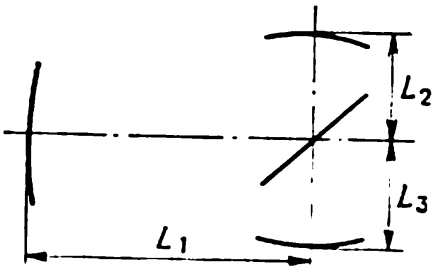


Fig. 2.76

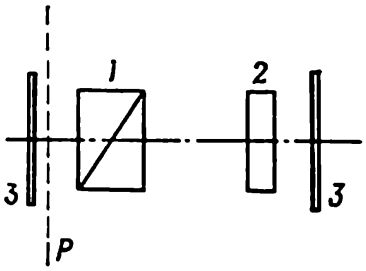


Fig. 2.77

angle α par rapport à la direction de polarisation fixée par le polariseur *1*.

Supposons que dans le plan de référence P (fig. 2.77) l'état de polarisation du rayon lumineux se décrit par un *vecteur de Jones* [1] $\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$. Le sens de l'axe x est celui de la polarisation fixée par le

[1] L'application des vecteurs et des matrices de Jones au fonctionnement avec des faisceaux lumineux *polarisés* est examinée dans [4, 57]; voir aussi [58].

polariseur. La *matrice de Jones* pour la double traversée du résonateur à partir du plan P est de la forme

$$M = M_1 M(-\alpha)\, M(\varphi)\, M(\varphi)\, M(\alpha)\, M_1. \qquad (2.11.4)$$

Les matrices intervenant dans (2.11.4) ont le sens suivant (v. Annexe 4):

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (2.11.5)$$

est la matrice de Jones pour le *polariseur linéaire* qui fixe le sens de polarisation suivant l'axe de coordonnées correspondant à la première composante du vecteur de Jones (suivant l'axe x);

$$M(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \qquad (2.11.6)$$

est la matrice permettant d'exprimer le vecteur de Jones en nouveaux axes de coordonnées (*tournés* de l'angle α par rapport aux axes de coordonnées initiaux);

$$M(\varphi) = \begin{pmatrix} e^{i\varphi_1} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_2} \end{pmatrix} \qquad (2.11.7)$$

est la matrice de Jones pour la *plaque biréfringente* assurant un déphasage φ_1 pour la composante x du vecteur de Jones et un déphasage φ_2 pour la composante y. Supposons que le rayon extraordinaire est polarisé suivant l'axe x et le rayon ordinaire l'est suivant l'axe y. En désignant par $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ la différence de phase entre les rayons extraordinaire et ordinaire après la traversée de la plaque biréfringente, récrivons (2.11.7) sous la forme

$$M(\varphi) = e^{i\varphi_2} \begin{pmatrix} e^{i\Delta\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \qquad (2.11.8)$$

Remarquons que

$$\Delta\varphi = \omega\,(n_e - n_o)\, d/c, \qquad (2.11.9)$$

où n_e et n_o sont les indices de réfraction pour les rayons extraordinaire et ordinaire respectivement; d est l'épaisseur de la plaque.

En introduisant (2.11.5), (2.11.6) et (2.11.8) dans (2.11.4), on obtient, pour la matrice de Jones de double traversée du résona-

teur à partir du plan P, l'expression suivante (v. fig. 2.77):

$$M=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^{2i\Delta\varphi} & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\times$$
$$\times\begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ -\sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}e^{i2\varphi_2}=$$
$$=\begin{pmatrix}\cos^2\alpha e^{i2\Delta\varphi}+\sin^2\alpha & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}e^{i2\varphi_2}. \qquad (2.11.10)$$

En désignant par $\begin{matrix}E'_x\\ E'_y\end{matrix}$ le vecteur de Jones du rayon lumineux après la double traversée du résonateur, écrivons

$$\begin{pmatrix}E'_x\\ E'_y\end{pmatrix}=e^{i2\varphi_2}\begin{pmatrix}\cos^2\alpha e^{i2\Delta\varphi}+\sin^2\alpha & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_x\\ E_y\end{pmatrix}. \qquad (2.11.11)$$

La présence du polariseur linéaire a pour effet que seule la composante x du vecteur de Jones passe par le résonateur. Dans ces conditions, les pertes relatives par double traversée s'expriment suivant (2.11.11) par

$$\Gamma=1-|E'_x|^2/|E_x|^2=1-|\cos^2\alpha e^{i2\Delta\varphi}+\sin^2\alpha|^2. \qquad (2.11.12)$$

Ainsi,

$$\Gamma=\sin^2 2\alpha\sin^2\Delta\varphi. \qquad (2.11.13)$$

Suivant (2.11.9) la quantité $\Delta\varphi$ dépend de la fréquence émise; ceci signifie que les pertes définies par la relation (2.11.12) doivent *varier périodiquement* avec la fréquence. Cette variation des pertes en fonction de la fréquence peut être mise à profit pour la sélection des modes longitudinaux dans le résonateur considéré.

Méthode optique non linéaire de sélection par fréquence. — Supposons qu'à l'intérieur du résonateur est placé un élément *absorbant* présentant les propriétés suivantes: il absorbe à la fréquence de la transition laser pour un milieu actif donné; un rayonnement suffisamment intense à la fréquence de la transition laser mène l'absorption à la *saturation* au voisinage du centre de la raie d'absorption (autrement dit, fait intervenir l'effet optique non linéaire d'*éclaircissement* du milieu). Cet effet non linéaire a pour résultat une modification de la forme de la raie d'absorption (la variation du coefficient d'absorption en fonction de la fréquence $\eta_a(\omega)$ présente une autre allure): il y a apparition d'un « trou » dont la largeur peut

être suffisamment *petite*. La largeur du « trou » $\Delta\omega_a$ peut même être inférieure à la largeur $\Delta\omega_r$ de la raie spectrale du résonateur. Dans ce dernier cas, il devient possible non seulement de sélectionner un mode longitudinal distinct mais rétrécir encore la raie d'émission (fig. 2.78).

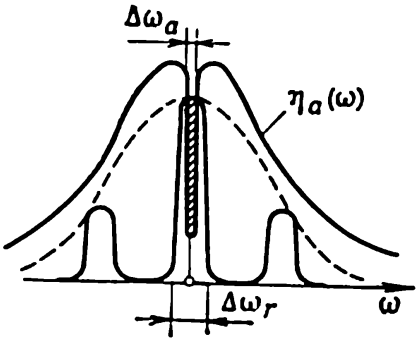


Fig. 2.78

Comme élément absorbant non linéaire on utilise une cellule à gaz sous basse pression. Pour des pressions de l'ordre de 10^{-2} mm de mercure, on obtient $\Delta\omega_a = 10^5$ à 10^6 s^{-1}, ce qui est de deux ordres de grandeur en dessous de la largeur du mode $\Delta\omega_r$ [59].

En posant $\Delta\omega_a \ll \Delta\omega_r$ et en tenant compte de ce que la position du « trou » dans le spectre d'absorption de la cellule à gaz est bien *fixée* sur l'échelle de fréquences, on peut conclure que la méthode considérée est non seulement une méthode de sélection par fréquence mais également celle de *stabilisation* de fréquence d'émission du laser (la stabilité du centre de la raie d'absorption peut atteindre 10^{-11}).

§ 2.12. EFFET DE FORMATION DE TROUS. EFFET D'ENTRAÎNEMENT DE FRÉQUENCE

Ainsi qu'on l'a dit plus haut (v. § 2.2), la présence d'un milieu actif (amplificateur) influe sur le processus de formation du champ de rayonnement dans le résonateur. En particulier les caractéristiques énergétiques et spectrales du rayonnement s'en trouvent modifiées. Examinons à ce propos les effets de formation de trous et d'entraînement de fréquence. Une analyse rigoureuse de ces effets est donnée dans [60]; v. aussi [9, 10].

Elargissement homogène et inhomogène des raies spectrales.— La raie de luminescence d'une transition laser du milieu actif se forme par suite de la sommation des contributions apportées par les différents centres actifs effectuant cette transition. Supposons que la contribution de chaque centre actif corresponde à *toute la bande de fréquences* qui caractérise la raie de luminescence du milieu actif. On dit dans ce cas qu'il y a élargissement *homogène* de la raie de luminescence. L'amplification aux *différentes* fréquences d'une raie homogène est assurée par *les mêmes* centres actifs.

Si les différents centres actifs (groupes de centres actifs) apportent leur contribution dans les *différentes* portions de fréquences de la raie de luminescence, on dit que l'élargissement de la raie est *inhomogène*. L'amplification aux *différentes* fréquences d'une raie inhomogène est assurée par les *différents* groupes de centres actifs.

L'élargissement homogène est lié aux processus de relaxation des niveaux par émission spontanée et par divers acts collisionnels, car la probabilité de ces processus est la même pour tous les centres actifs. On sait que ces processus prédéterminent la forme *de Lorentz* de la raie de luminescence [1]. Le profil d'une raie lorentzienne se décrit par la formule

$$F_1(\omega) = \frac{\Delta}{\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \Delta^2}. \qquad (2.12.1)$$

Ici, ω_0 est la fréquence fondamentale correspondant au maximum de la raie, Δ la demi-largeur de la raie à demi-maximum, $\Delta = \Delta_\gamma + \Delta_{col}$ où Δ_γ est la demi-largeur naturelle (liée à l'émission spontanée) et Δ_{col} la demi-largeur collisionnelle. Remarquons que la fonction $F_1(\omega)$ est normée à l'unité: $\int_0^\infty F_1(\omega)\, d(\omega) = 1$.

L'équiprobabilité des processus de relaxation pour tous les centres actifs a pour résultat que la forme de la raie de luminescence du milieu actif *coïncide* avec la forme de la raie d'un centre actif distinct. En d'autres termes, la fonction (2.12.1) qui décrit la forme de la raie d'un centre actif distinct décrit également la forme de la raie homogène du milieu actif.

Dans le cas général, une telle coïncidence n'existe pas; les raies de luminescence réelles du milieu sont plus ou moins inhomogènes. L'élargissement *inhomogène* peut relever de causes diverses: effet Doppler, non-homogénéité spatiale du milieu, recouvrement des raies lorentziennes à fréquences fondamentales différentes (par exemple, en cas de décomposition des niveaux laser par effet Stark), etc. Dans les milieux gazeux, la cause principale de l'élargissement inhomogène est l'*effet Doppler*. Il est évident que les centres actifs animés de vitesses de mouvement différentes apporteront leur contribution dans des intervalles de fréquence différents de la raie de luminescence. Dans ce cas la raie présente une forme *de Gauss*

$$F_2(\omega) = \frac{\sqrt{\ln 2}}{\Delta_D \sqrt{\pi}} \exp\left[\frac{(\omega - \omega_0)^2 \ln 2}{\Delta_D^2}\right], \qquad (2.12.2)$$

où ω_0 est la fréquence fondamentale; Δ_D la demi-largeur de la raie à demi-hauteur de son maximum; la fonction F_2, de même que la fonction F_1, est normée à l'unité.

Les fonctions $F_1(\omega)$ et $F_2(\omega)$, ramenées pour la commodité de la comparaison à une même demi-largeur, sont comparées sur la fig. 2.79. L'examen de cette figure montre en particulier que lorsque la quantité $|\omega - \omega_0|$ augmente, la décroissance de la raie de Gauss est plus rapide que celle de la raie de Lorentz.

---

[1] Voir par exemple [1], § 4.7.

Saturation du gain en cas des élargissements homogène et inhomogène des raies; effet de formation de trous. — On a déjà fait observer [1] qu'au fur et à mesure que la densité du flux lumineux se propageant dans un milieu actif à inversion de populations augmente, le gain d'amplification $\varkappa$ décroît progressivement de sa valeur initiale $\varkappa_0$ jusqu'à la valeur

$$\varkappa_{sat} = \eta, \qquad (2.12.3)$$

où η est le coefficient linéaire de pertes totales. Il s'établit finalement un processus stationnaire qui se caractérise par un gain saturé $\varkappa_{sat}$ et par la densité saturée S_{sat} du flux lumineux définie à partir de (2.1.1) en utilisant (2.12.3).

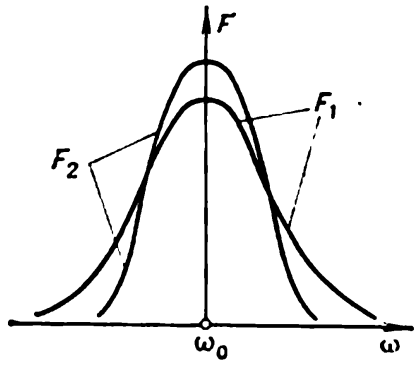


Fig. 2.79

Tenons compte de la variation du gain en fonction de la fréquence et considérons les cas où $\varkappa_0(\omega)$ correspond à un élargissement *homogène* et à un élargissement *inhomogène*. Nous supposerons que le niveau de pertes est si élevé que la sélection du mode longitudinal central est réalisée.

Si l'élargissement de la raie $\varkappa_0(\omega)$ est *inhomogène*, aux transitions laser participeront seulement ceux des centres actifs qui apportent

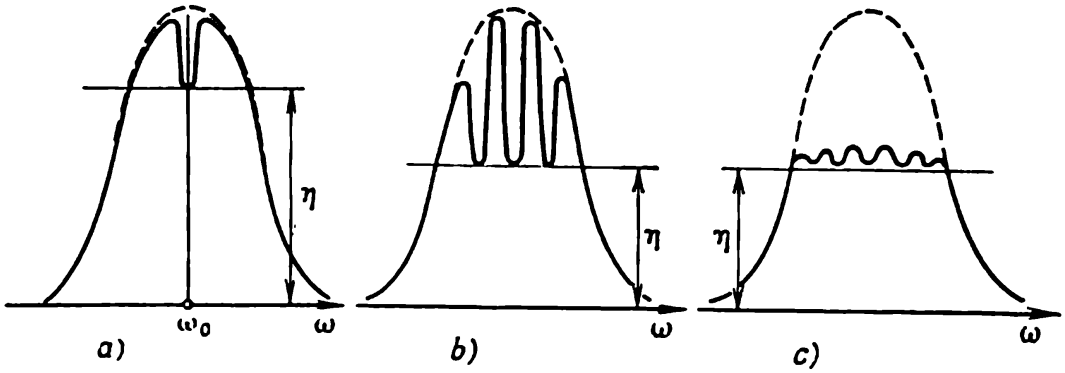


Fig. 2.80

leur contribution dans les limites de l'intervalle de fréquences ω_0 correspondant au mode longitudinal central. Il en résultera une destruction *sélective* de l'inversion de populations du milieu actif dans les limites de l'intervalle de fréquences indiqué; dans ce cas, le profil de la courbe qui décrit la variation du gain en fonction de la fréquence présente un creux (ou comme on le dit « un trou »). Ce qui vient d'être dit est illustré par la fig. 2.80, *a* dans laquelle

[1] Voir § 2.1 ainsi que [1], § 5.6.

la ligne en traits interrompus montre une raie inhomogène $\varkappa_0(\omega)$ et la ligne en traits pleins une raie $\varkappa_{sat}(\omega)$. D'après (2.12.3) on a

$$\varkappa_{sat}(\omega_0) = \eta, \tag{2.12.4}$$

ce qui détermine la *profondeur* du trou formé. La *largeur* du trou correspond à la largeur de la raie d'un centre actif distinct, c'est-à-dire à la largeur lorentzienne 2Δ qui est dans ce cas nettement inférieure à la largeur $2\Delta_D$ de la raie $\varkappa_0(\omega)$.

Si la largeur du trou est plus petite que l'écart en fréquence entre modes

$$2\Delta < \pi c/Ln, \tag{2.12.5}$$

la réduction du niveau de pertes aura pour résultat l'apparition de trous supplémentaires correspondant aux différents modes longitudinaux (fig. 2.80, *b*). Soulignons que l'oscillation sur *différents*

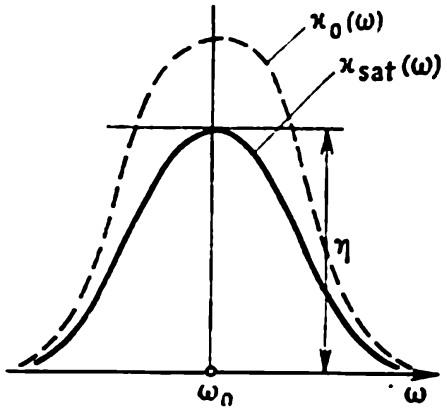


Fig. 2.81

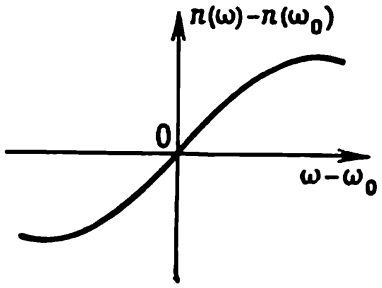


Fig. 2.82

modes longitudinaux s'effectue dans ce cas grâce à la désexcitation des groupes *différents* de centres actifs. Ceci signifie que le laser peut osciller *à la fois* et *de façon indépendante* sur plusieurs modes.

Si la condition (2.12.5) n'est pas remplie, les trous *se recouvrent*, ce qui peut conduire finalement à la brûlure de tout le profil de la raie amplificatrice (fig. 2.80, *c*).

Dans le cas de l'élargissement *homogène* de la raie $\varkappa_0(\omega)$, l'effet de formation de trous ne s'observe pas. Supposons que pour des pertes suffisamment fortes, le laser n'oscille que sur le mode longitudinal central. Puisque la contribution au rayonnement de ce mode est apportée dans ce cas par *tous* les centres actifs, il se produit un changement *global* du profil de la raie $\varkappa(\omega)$ (fig. 2.81). Ainsi, l'excitation d'un seul mode (central) conduit à un appauvrissement global de l'inversion de populations du milieu actif, ce qui empêche à son tour l'excitation des autres modes.

Les fig. 2.80 et 2.81 illustrent bien la différence qualitative entre les cas des élargissements inhomogène et homogène. Pour l'élargissement inhomogène, l'oscillation sur un seul mode n'utilise qu'une *partie* de l'énergie stockée dans le milieu actif inversé; c'est pourquoi l'intensité du mode rayonné est nettement *plus faible* pour une raie inhomogène que pour une raie homogène. En outre, on ne devra pas oublier que dans le cas de l'élargissement homogène l'effet de saturation du gain s'oppose à l'excitation des modes longitudinaux supplémentaires.

Caractère spécifique de l'étude de la saturation du gain dans le cas de l'élargissement inhomogène de la raie de la transition. — Le gain pour un centre actif qui apporte sa contribution au voisinage de la fréquence ω' peut être mis suivant (2.1.1) sous la forme

$$\varkappa(\omega';\,\omega)=\frac{\varkappa_0(\omega';\,\omega)}{1+(1/v)\,\alpha(\omega';\,\omega)\,S}, \tag{2.12.6}$$

où

$$\varkappa_0(\omega';\,\omega)=\varkappa_0 F_1(\omega';\,\omega);\quad \alpha(\omega';\,\omega)=\alpha F_1(\omega';\,\omega);$$

$$F_1(\omega';\,\omega)=\frac{\Delta}{\pi}\,\frac{1}{(\omega-\omega')^2+\Delta^2}.$$

Le gain du milieu actif dans le cas de l'élargissement inhomogène de la raie par effet Doppler s'exprime par l'intégrale suivante qui tient compte des contributions apportées par les différents centres actifs:

$$\varkappa(\omega)=\int_0^\infty \varkappa(\omega';\,\omega)\,F_2(\omega')\,d\omega', \tag{2.12.7}$$

où

$$F_2(\omega')=\frac{\sqrt{\ln 2}}{\Delta_D\sqrt{\pi}}\exp\left[-\frac{(\omega'-\omega_0)^2\ln 2}{\Delta_D^2}\right].$$

En introduisant (2.12.6) dans (2.12.7) on obtient

$$\varkappa(\omega)=\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi^3}}\,\frac{\varkappa_0}{\Delta_D\Delta}\int_0^\infty\frac{\exp\left[-(\omega'-\omega_0)^2\ln 2/\Delta_D^2\right]}{1+\left(\dfrac{\omega-\omega'}{\Delta}\right)+\dfrac{\alpha}{v\pi\Delta}S}\,d\omega'. \tag{2.12.8}$$

En égalant $\varkappa(\omega)$ au coefficient linéaire de pertes totales, on obtient une équation permettant de déterminer la valeur saturée de la densité du flux lumineux S.

Effet d'entraînement de fréquence. — D'après (2.9.21) le spectre de fréquences de résonance d'un résonateur *passif* s'écrit (pour le mode fondamental du faisceau gaussien) sous la forme

$$\omega_q=\frac{\pi c}{Ln}\left[q+\frac{1}{\pi}\arccos\sqrt{g_1g_2}\,\right], \tag{2.12.9}$$

où n est l'indice de réfraction du milieu qui remplit le résonateur. Le spectre de fréquences est *équidistant*; l'écart entre les fréquences consécutives est égal à $\Delta\omega'=\pi c/Ln$.

En présence d'un milieu *actif* (*amplificateur*), le spectre de fréquences du résonateur varie. Il cesse d'être équidistant du fait que l'indice de réfraction du milieu amplificateur varie en fonction de la fréquence. L'allure de cette variation au voisinage de la fréquence fondamentale ω_0 de la transition laser est montrée sur la fig. 2.82. On y voit que $n(\omega) < n(\omega_0)$ si $\omega < \omega_0$. En partant de (2.12.9), on peut conclure que les fréquences ω_q situées à gauche de ω_0 se trouvent décalées vers la droite. Si $\omega > \omega_0$, on a $n(\omega) > n(\omega_0)$, de sorte que les fréquences ω_q situées à droite de ω_0 se trouvent décalées vers la gauche. Il en résulte que l'ensemble des fréquences de résonance correspondant au profil de la raie amplificatrice se trouve *déplacé* vers la fréquence fondamentale de la transition. On dit que les fréquences sont « entraînées » vers le centre de la raie amplificatrice.

Effet d'entraînement de fréquence dans les cas des élargissements homogène et inhomogène. — On sait que (v. par exemple [9]) qu'un milieu absorbant peut se décrire par l'indice de réfraction complexe

$$n_{\text{compl}} = n + in_1,$$

dont la partie imaginaire n_1 s'exprime par le coefficient linéaire d'absorption η_a :

$$n_1 = \eta_a c/2\omega. \tag{2.12.10}$$

Les variations $n(\omega)$ et $n_1(\omega)$ correspondant à l'élargissement homogène (lorentzien) de la raie de luminescence peuvent être trouvées dans le cadre de la théorie classique de la *dispersion* (*variance*) *de la susceptibilité diélectrique* en examinant le modèle d'un oscillateur harmonique caractérisé par la fréquence propre ω_0 et le coefficient d'affaiblissement γ. Dans le cas d'un milieu gazeux, ces dépendances sont de la forme [1]

$$n - 1 = D\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}; \tag{2.12.11a}$$

$$n_1 = D\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}, \tag{2.12.11b}$$

où D est un facteur constant dont la forme est dans le cas considéré sans importance. En supposant que la fréquence ω est suffisamment proche de ω_0, de telle sorte que

$$\omega_0^2 - \omega^2 \approx 2\omega(\omega_0 - \omega), \tag{2.12.12}$$

récrivons (2.12.11) sous la forme

$$n - 1 = D\frac{(\omega_0 - \omega)/2\omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2/4}; \tag{2.12.13a}$$

$$n_1 = D\frac{\gamma/4\omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2/4}. \tag{2.12.13b}$$

[1] Voir par exemple [1], § 4.5.

En tenant compte de (2.12.10), on déduit de (2.12.13b) l'expression pour la variation du coefficient d'absorption en fonction de la fréquence

$$\eta_a(\omega) = D\frac{\gamma/2c}{(\omega_0-\omega)^2+\gamma^2/4}. \qquad (2.12.14)$$

Il est facile de voir que la raie d'absorption $\eta_a(\omega)$ a une forme *lorentzienne*.

Divisons (2.12.13a) par (2.12.14), il vient

$$n(\omega) = 1 + \eta_a(\omega)(\omega_0 - \omega)\, c/\gamma\omega. \qquad (2.12.15)$$

Pour pouvoir utiliser la relation (2.12.15) pour l'explication de l'effet d'entraînement de fréquence, tenons compte de ce que la fréquence propre ω_0 de l'oscillateur correspond (dans la généralisation quantique des relations (2.12.13)) à la fréquence fondamentale de la transition, alors que le coefficient d'affaiblissement γ peut être considéré comme la largeur lorentzienne 2Δ. De plus, en passant à l'étude de l'amplification, il faut remplacer dans (2.12.15) le coefficient d'absorption $\eta_a(\omega)$ par le gain d'amplification $\varkappa(\omega)$ *changé de signe* (l'*amplification* étant considérée comme une *absorption négative*). Ainsi,

$$n(\omega) = 1 - \varkappa(\omega)(\omega_0 - \omega)\, c/2\omega\,\Delta. \qquad (2.12.16)$$

Dans le cas de l'oscillation stationnaire, le gain d'amplification est égal au coefficient de pertes : $\varkappa = \eta$. En tenant compte de (2.3.10) et (2.3.15), on peut conclure que

$$\varkappa = \Delta\omega_r/c, \qquad (2.12.17)$$

où $\Delta\omega_r$ est la largeur de la raie spectrale du résonateur. En introduisant (2.12.17) dans (2.12.16), on obtient

$$n(\omega) = 1 - \frac{\omega^2-\omega}{2\omega}\,\frac{\Delta\omega_r}{\Delta}. \qquad (2.12.18)$$

Il est facile de voir que l'allure de la variation de l'indice de réfraction en fonction de la fréquence, décrite par l'expression (2.12.18), correspond, pour des fréquences ω proches de ω_0, à celle représentée sur la fig. 2.82.

Soit ω_q une certaine fréquence de résonance d'un résonateur *passif* (pour $n = 1$) et soit ω_q' la fréquence de résonance correspondante d'un résonateur *actif*. Il résulte de (2.12.9) que

$$\omega_q/\omega_q' = n(\omega_q'). \qquad (2.12.19)$$

Portons (2.12.18) dans (2.12.19), il vient

$$\frac{\omega_q}{\omega_q'} = 1 - \frac{\omega_0-\omega_q'}{\omega_q'}\,\frac{\Delta\omega_r}{2\Delta}.$$

On a finalement

$$(\omega_q' - \omega_q)/(\omega_0 - \omega_q') = \Delta\omega_r/2\Delta. \qquad (2.12.20)$$

Cette relation montre que si la fréquence est choisie à gauche du centre de la raie amplificatrice ($\omega_0 - \omega_q' > 0$), alors $\omega_q' > \omega_q$ et donc le décalage de fréquence dans le résonateur actif se fait vers la droite. Au contraire, si la fréquence est prise à droite du centre de la raie amplificatrice ($\omega_0 - \omega_q' < 0$), alors $\omega_q' < \omega_q$ et la fréquence se trouve décalée vers la gauche.

Dans le cas de la *raie inhomogène* de la transition laser, les centres actifs participant à l'oscillation sont seulement ceux auxquels correspondent des fréquences séparées de ω_0 par un intervalle non supérieur à Δ (non supérieur à la demi-largeur de la raie homogène). La part de tels centres actifs s'élève à environ Δ/Δ_D, où Δ_D est la demi-largeur de la raie inhomogène. Par conséquent, l'amplification sur une transition inhomogène doit être Δ_D/Δ fois *plus faible* que sur une transition homogène. Ceci signifie qu'au lieu de (2.12.17) il convient d'utiliser maintenant l'expression

$$\varkappa = (\Delta\omega_r/c)\,(\Delta/\Delta_D).$$

Au lieu de (2.12.20) on obtient finalement

$$(\omega_q' - \omega_q)/(\omega_0 - \omega_q') = \Delta\omega_r/2\Delta_D. \qquad (2.12.21)$$

Une analyse plus rigoureuse fait apparaître au second membre de la relation (2.12.21) un terme supplémentaire qui tient compte de la contribution non linéaire à l'effet d'entraînement de fréquence [9].

§ 2.13. LENTILLE THERMIQUE

Effet de lentille thermique. — En absorbant le rayonnement de pompage, le milieu actif s'échauffe ; il en résulte une variation de son indice de réfraction. Soit $n\,(0)$ l'indice de réfraction en un certain point du milieu en l'absence de rayonnement de pompage. Si la température du milieu au point considéré s'élève sous l'action du rayonnement d'une quantité ΔT, l'indice de réfraction devient égal à

$$n\,(\Delta T) = n\,(0) + (dn/dT)\,\Delta T, \qquad (2.13.1)$$

où dn/dT est une caractéristique physique du milieu appelée *coefficient de température* de son indice de réfraction.

Si la chaleur est évacuée à travers la surface latérale de l'échantillon actif, sa région périphérique se refroidit beaucoup mieux que la région centrale, de sorte que la température de l'échantillon est

maximale près de son axe et tombe progressivement à mesure que l'on s'approche de la périphérie. Il en résulte que si l'inégalité

$$dn/dT > 0 \tag{2.13.2}$$

est satisfaite, la région centrale de l'échantillon actif devient en vertu de (2.13.1) optiquement *plus dense* que sa région périphérique. Si au contraire,

$$dn/dT < 0, \tag{2.13.3}$$

la région centrale de l'échantillon actif devient optiquement *moins dense* que sa région périphérique.

Dans des milieux optiquement inhomogènes, les faisceaux lumineux sont infléchis vers la région à *plus haute* valeur de l'indice de réfraction ; de ce fait un rayonnement se propageant le long d'un échantillon actif *se focalisera* pour $dn/dT > 0$ et *se défocalisera* pour $dn/dT < 0$. Dans le premier cas, l'échantillon actif peut être assimilé à une lentille *convergente* et dans le second cas à une lentille *divergente*. C'est ce que l'on appelle *effet de lentille thermique*.

Les cristaux de rubis et de grenat d'yttrium-aluminium se caractérisent par un indice de réfraction à coefficient de température *positif* ; la lentille thermique qui se forme dans ces cristaux est convergente. Pour le rubis, $dn/dT = 1{,}4 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}, pour le grenat, $dn/dT = 7{,}3 \cdot 10^{-6}$ K^{-1} [61]. L'effet de lentille divergente est observé dans certains types de verres.

En étudiant la lentille thermique dans le milieu actif d'un laser à solide, on peut, en première approximation, négliger l'absorption du *rayonnement produit* étant donné que la puissance de ce rayonnement est inférieure de deux ordres de grandeur environ à celle du *rayonnement de pompage*. On est dans ce cas en présence d'une situation où la lentille thermique due à l'absorption d'un rayonnement (rayonnement de pompage) agit sur la formation du champ d'un autre rayonnement (rayonnement produit dans le milieu actif du laser). Le rôle du rayonnement laser dans la formation de la lentille thermique devient important lorsque ce rayonnement représente le seul facteur déterminant l'échauffement du milieu. Comme exemple on peut indiquer un cristal non linéaire utilisé pour la conversion paramétrique de fréquence où le pompage est assuré par un rayonnement laser.

Dans de tels cas, la lentille thermique due à l'absorption d'un certain rayonnement (faisceau laser) par le milieu agit sur *ce même rayonnement*. L'effet de lentille thermique est ici un effet *non linéaire* que l'on appelle effet de *non-linéarité thermique* ou encore effet d'*autofocalisation thermique* [1]. Si par exemple le faisceau laser

[1] La théorie de l'effet d'autofocalisation thermique est étudiée par exemple dans [62].

induit une lentille thermique convergente dans un élément quelconque, la focalisation thermique aura pour effet de provoquer une croissance de la densité du faisceau dans la région centrale et en même temps une augmentation de l'absorption du rayonnement dans cette région. Il en résultera un renforcement des propriétés focalisatrices de la lentille thermique induite.

Contraintes thermo-élastiques; distorsions thermiques du résonateur. — Récrivons la relation (2.13.1) sous la forme

$$n(\Delta T) - n(0) = \Delta n_T + \Delta n_\sigma = (\partial n/\partial T)_\sigma \, \Delta T + \Delta n_\sigma. \quad (2.13.4)$$

Cette écriture traduit le fait que la variation totale d'indice de réfraction, en un certain point du milieu, est la somme de la variation dépendant uniquement de la température $\Delta n_T = (\partial n/\partial T)_\sigma \, \Delta T$ et de la variation Δn_σ due à l'apparition de contraintes *thermo-élastiques* dans un milieu à échauffement non uniforme. Plus exactement, la variation d'indice de réfraction Δn_σ est due à l'effet *photo-élastique* (appelé encore effet *piézo-optique*) qui se manifeste lorsque des contraintes thermo-élastiques prennent naissance dans le milieu. Le coefficient $(\partial n/\partial T)_\sigma$ est le coefficient de température d'indice de réfraction mesuré dans les conditions d'échauffement uniforme du corps en l'absence de contraintes (il est facile de voir que pour $\Delta n_\sigma = 0$ on a $dn/dT = (\partial n/\partial T)_\sigma$)[1].

La valeur de Δn_σ s'exprime par les constantes optiques élastiques du milieu et par les déformations élastiques dues à un échauffement non uniforme. L'ordre de grandeur de Δn_T et Δn_σ est le même. C'est ainsi par exemple que pour le cristal de niobate de lithium ($LiNbO_3$) placé dans un faisceau laser on a obtenu les valeurs suivantes [63] : $\Delta n_T = 1{,}4 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T$; $\Delta n_\sigma = 0{,}66 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T$. Si, en particulier, $\Delta n_T < 0$ et $\Delta n_\sigma > 0$, peuvent se présenter tant des cas où $(\Delta n_T + \Delta n_\sigma) < 0$ que des cas où $(\Delta n_T + \Delta n_\sigma) > 0$.

Une chose importante est que les contraintes thermo-élastiques ne conduisent pas simplement à l'apparition d'une contribution supplémentaire à la valeur de variation d'indice de réfraction. Par l'intermédiaire de l'effet photo-élastique ces contraintes agissent sur l'*indicatrice optique de l'échantillon* [2]. Si, à l'état initial, l'échantillon était optiquement isotrope (liquide, verre, cristal du système cubique), il acquiert sous l'action des contraintes thermo-élastiques les propriétés d'un cristal uniaxial biréfringent ; son indicatrice optique se transforme de la sphère en un ellipsoïde de révolution. Le cristal de grenat d'yttrium-aluminium possède une symétrie cubique ; l'absorption du rayonnement de pompage y fait naître une biréfringence thermiquement induite qui conduit en particulier à la dépolarisation du rayonnement émis par le laser

---

[1] C'est précisément $(\partial n/\partial T)_\sigma$ que l'on indique généralement dans les aide-mémoire.

[2] Pour l'indicatrice optique, voir par exemple [1], § 4.3 ; dans le même ouvrage au § 4.4 est étudiée la photo-élasticité.

à grenat d'yttrium-aluminium. Dans les cas où l'échantillon est à l'état initial un cristal uniaxial ou biaxial, les changements de l'indicatrice optique peuvent avoir un caractère assez complexe : rotation des axes principaux de l'indicatrice optique, variation de la valeur des indices de réfraction principaux, propriétés d'un cristal biaxial acquises par un cristal uniaxial.

L'effet photo-élastique n'est pas le seul effet lié aux contraintes thermo-élastiques. Un autre effet se manifeste par une dilatation thermique de l'échantillon et, comme conséquence, par une incurvation de ses surfaces terminales, ce qui influe bien entendu sur la divergence du rayonnement émis. Associés à la variation d'indice de réfraction due uniquement à la température, les effets ayant pour origine les contraintes thermo-élastiques déterminent, dans leur ensemble, les distorsions dites thermiques du résonateur.

Les distorsions thermiques du résonateur sont traitées en particulier dans [11, 64, 65]. En étudiant l'influence des distorsions thermiques sur le rayonnement laser, il convient dans le cas général de tenir compte de plusieurs autres facteurs tels par exemple que la diffusion par irrégularités de l'indice de réfraction. L'influence conjointe de la diffusion et de l'effet de lentille thermique sur la divergence du faisceau lumineux est examinée dans [66].

Distance focale et plans principaux d'une lentille thermique. — Comme le montrent les recherches, la variation d'indice de réfraction en fonction des coordonnées transversales x et y, liée à la formation de la lentille thermique, suit avec une grande précision une loi *quadratique* [11] :

$$n(x, y) = n_0 \pm n_2 (x^2 + y^2)/2. \qquad (2.13.5)$$

Ici, n_0 est l'indice de réfraction sur l'axe de l'échantillon ($x = y = 0$) ; le signe *plus* se rapporte à la lentille thermique *divergente* et le signe *moins* à la *lentille convergente*. Ainsi, un échantillon à lentille thermique induite peut être considéré comme un *milieu quadratique*.

Cherchons l'expression pour la distance focale de la lentille thermique en supposant que l'indice de réfraction du milieu se décrit par la formule

$$n(s) = n_0 - n_2 s^2/2, \qquad (2.13.6)$$

où $s^2 = x^2 + y^2$. Supposons que sur la surface terminale d'un échantillon échauffé de longueur d tombe un rayon lumineux parallèle à l'axe OO et passant à une distance s_1 de l'axe (fig. 2.83,*a*). La transformation subie par le rayon traversant l'échantillon peut se décrire par une relation du type (2.4.16) :

$$\begin{pmatrix} s_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad (2.13.7)$$

où on utilise pour la matrice $ABCD$ le résultat (2.8.24). En tenant compte de (2.8.24), on obtient pour les paramètres du rayon à la sortie de l'échantillon les expressions suivantes:

$$s_2 = As_1 = s_1 \cos\left(\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\, d\right),$$

$$\alpha_2 = Cs_1 = -s_1 \sqrt{n_2 n_0} \sin\left(\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\, d\right). \qquad (2.13.8)$$

Sur la fig. 2.83,*a* on a désigné par f la distance, suivant l'axe OO, entre le point en lequel le rayon sortant coupe l'axe et le plan de référence H mené par le point d'intersection des prolongements des rayons lumineux entrant et sortant (ces prolongements des rayons sont représentés sur la figure par des lignes en traits interrompus). Il est facile de voir que

$$f = -s_1/\alpha_2. \qquad (2.13.9)$$

En introduisant (2.13.8) dans (2.13.9), on obtient

$$\boxed{\frac{1}{f} = -C = \sqrt{n_2 n_0} \sin\left(\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\, d\right)}. \qquad (2.13.10)$$

La valeur de f est indépendante de s_1. Ceci signifie que tout rayon se propageant parallèlement à l'axe OO coupera cet axe, après avoir traversé l'échantillon, en un point déterminé, à savoir au point I de la fig. 2.83,*b*. Autrement dit, la lentille thermique peut être considérée comme un système à lentilles parfait. Dans ces conditions, le plan H est évidemment un des *plans principaux* de ce système et f est sa *distance focale*.

La fig. 2.83,*c* montre les deux plans principaux de la lentille thermique qui sont les plans H_1 et H_2. La distance h du plan principal à la face terminale correspondante de l'échantillon se détermine à partir de la relation évidente

$$h = f - s_2/(-\alpha_2).$$

En utilisant (2.13.8), on trouve

$$h = \frac{1-A}{-C} = \frac{1}{\sqrt{n_0 n_2}} \operatorname{tg}\left(\frac{d}{2}\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\right). \qquad (2.13.11)$$

Les lasers à solides satisfont généralement à l'inégalité

$$d\sqrt{n_2} \ll 1. \qquad (2.13.12)$$

Compte tenu de cette inégalité, récrivons les résultats (2.13.10) et (2.13.11) sous la forme

$$1/f = n_2 d; \quad h = d/2n_0. \qquad (2.13.13)$$

Prise en compte de la lentille thermique dans les systèmes laser. — Supposons que dans l'élément actif d'un laser est induite une lentille thermique de paramètres connus f et h. Pour pouvoir tenir compte de cette lentille, il convient de remplacer l'élément actif par un système parfait constitué d'une lentille mince de distance focale f et de deux portions d'espace libre, chacune d'étendue h.

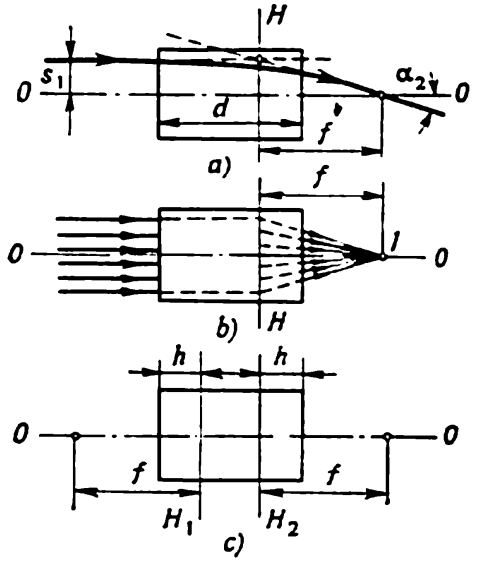


Fig. 2.83

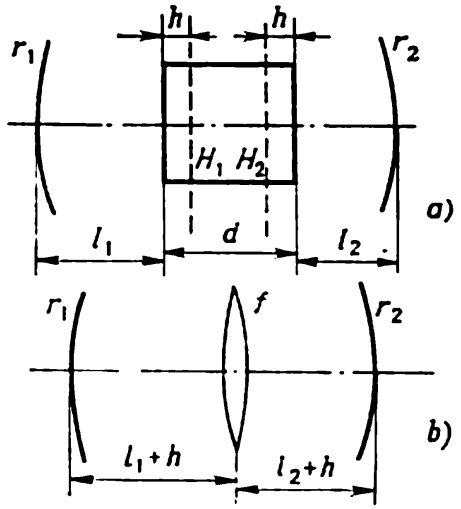


Fig. 2.84

La fig. 2.84,*a* représente le résonateur initial constitué de deux miroirs de rayons de courbure r_1 et r_2. A l'intérieur du résonateur est placé un élément actif de longueur d, les distances des faces terminales de gauche et de droite de l'élément au miroir le plus proche étant égales respectivement à l_1 et l_2. Les plans principaux de la lentille thermique de l'élément actif sont figurés par des lignes en traits interrompus. La fig. 2.84,*b* montre le résonateur à lentille mince équivalent. Il comporte les mêmes miroirs que le résonateur de départ, mais a une longueur différente. La longueur du résonateur de départ $L = l_1 + d + l_2$; la longueur du résonateur à lentille mince équivalent $L' = l_1 + 2h + l_2$.

Le remplacement du résonateur à lentille thermique interne par un résonateur à lentille ordinaire (mince) permet de passer ensuite à l'étude d'un résonateur équivalent sans lentille (v. § 2.6).

L'effet de lentille thermique joue généralement un rôle important pour la formation du champ de rayonnement dans un laser à solide [1]. Cet effet peut avoir pour résultat une réduction notable

[1] La lentille thermique peut jouer un rôle important également dans les lasers à gaz de grande puissance (par exemple, dans les lasers moléculaires à gaz carbonique).

de l'énergie émise par unité de volume du milieu actif et même le décrochage d'oscillation. Un des procédés efficaces permettant de combattre l'effet de lentille thermique consiste à compenser cet effet par introduction dans le résonateur d'éléments supplémentaires (par exemple, de lentilles supplémentaires) qui assurent une correction du front d'onde du rayonnement émis. D'autres procédés sont liés à l'affaiblissement des distorsions thermiques du résonateur au moyen de dispositions constructives et techniques spéciales applicables au laser concret.

Si l'on connaît les paramètres f et h de la lentille thermique pour un échantillon actif donné et des conditions de pompage données, l'effet de lentille thermique peut être pris en compte et mis à profit par un choix approprié du type de résonateur et de ses dimensions géométriques, y compris des distances des miroirs aux faces terminales de l'échantillon. En réalisant l'*adaptation* de la lentille thermique aux miroirs du résonateur, on peut en principe assurer un remplissage maximal du volume de l'élément actif par le rayonnement produit et élever ainsi la puissance de sortie du laser.

Le rayon du faisceau lumineux sur la face terminale de gauche de l'échantillon actif utilisé dans le résonateur de la fig. 2.84,*a* peut être exprimé suivant (2.9.29) par l'intermédiaire des éléments de la matrice $M = \begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix}$ de double traversée du résonateur de la fig. 2.84,*b*! à partir du plan de référence se trouvant à la distance l_1 du miroir de gauche du résonateur. Cette matrice a pour expression

$$M = M(h)\, M(f)\, M(h + l_2)\, M(r_2)\, M(h + l_2)\, M(f)\, M(h + l_1)\, M(r_1)\, M(l_1). \qquad (2.13.14)$$

Le rayon cherché du faisceau lumineux se trouve finalement exprimé par les paramètres géométriques l_1, l_2, r_1, r_2 du résonateur et par les paramètres f, h de la lentille thermique. En choisissant convenablement les paramètres géométriques, on peut obtenir la valeur maximale du rayon du faisceau.

Les questions concernant l'adaptation de la lentille thermique de l'échantillon actif aux miroirs du résonateur sont examinées par exemple dans [67, 68]. Dans l'ouvrage [68] on étudie, sur l'exemple de résonateur à deux échantillons actifs, la variation de la puissance de sortie du laser en fonction de la disposition relative des échantillons actifs et des miroirs du résonateur compte tenu des lentilles thermiques induites.

Il est apparu qu'en pratique la distance focale f de la lentille thermique induite dans un élément actif solide dépend non seulement de la puissance et de la répartition spatiale du rayonnement de pompage mais également de la puissance du rayonnement laser. Quant au paramètre h, sa valeur reste pratiquement constante pour des puissances de pompage les plus différentes. Ceci permet de considérer le résonateur d'un laser à solide réel comme un résonateur à lentille interne dont la *position* est fixée et la *distance focale* peut varier dans un certain

intervalle de valeurs. Il en résulte une grande importance pratique que revêt la mise au point de résonateurs dont la géométrie assure la plus faible sensibilité de la caustique du champ aux variations de la distance focale de la lentille interne. Cette question est analysée dans l'ouvrage [69] qui examine des résonateurs à miroirs plan et sphérique. L'analyse donnée dans [69] permet de calculer les résonateurs des lasers à solides insensibles aux variations de la distance focale de la lentille thermique induite dans l'élément actif.

§ 2.14. RÉSONATEURS À GUIDE D'ONDES

Il existe un procédé bien efficace de lutte contre les distorsions du front d'onde du rayonnement émis dues à l'effet de lentille thermique et à l'incurvation de l'élément actif par suite de sa dilatation

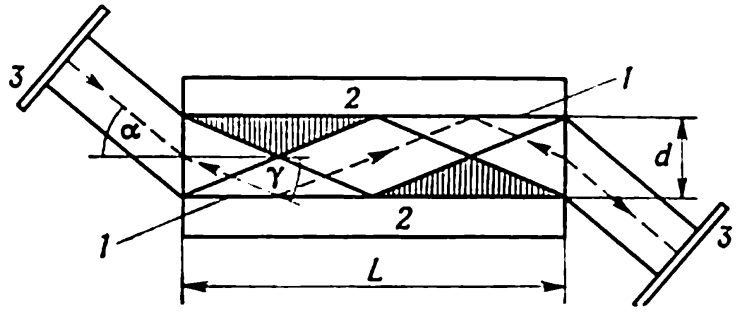


Fig. 2.85

thermique. Ce procédé est basé sur l'utilisation des résonateurs dits *à guide d'ondes* qui permettent de réaliser des modes conservant la forme du front d'onde malgré les distorsions thermiques du résonateur [1].

Résonateur à guide d'ondes ; modes de guide d'ondes. — La fig. 2.85 donne une idée de ce type de résonateur. Sur cette figure qui représente en coupe longitudinale un élément actif réalisé sous forme de parallélépipède rectangle on distingue : *1*, les faces polies supérieure et inférieure de l'élément actif ; *2*, le milieu entourant la surface latérale de l'élément actif (par exemple, un liquide de refroidissement) ; *3*, les miroirs du résonateur orientés sous un angle α par rapport aux faces terminales de l'élément actif ; L, la longueur de l'élément actif ; d, la dimension transversale de l'élément actif dans le plan de la figure. On y voit également un faisceau lumineux qui subit deux fois une réflexion totale sur les faces *1* de l'élément actif (au lieu du faisceau lumineux on peut se contenter de la représentation d'un rayon lumineux, v. lignes en traits interrompus). Les portions hachurées sur la figure correspondent au volume de l'élé-

[1] Les lasers à résonateurs à guides d'ondes ont été proposés en 1972 (voir [70]). Ils sont examinés dans [12].

ment actif, qui ne participe pas à l'oscillation ; ce volume inopérant vaut $^1/_4$ de volume total de l'élément ; α et γ sont respectivement les angles d'incidence et de réfraction pour la face terminale ; ils sont reliés entre eux par la relation connue

$$\sin \alpha / \sin \gamma = n, \tag{2.14.1}$$

où n est l'indice de réfraction de l'élément actif.

Une chose importante : l'angle α (et donc l'angle γ) déterminé par l'orientation du miroir du résonateur par rapport au plan de la face terminale de l'élément actif ne peut pas être choisi arbitrairement. Il est nécessaire que le produit $L \operatorname{tg} \gamma$ soit multiple de la quantité d :

$$L \operatorname{tg} \gamma_m = md. \tag{2.14.2}$$

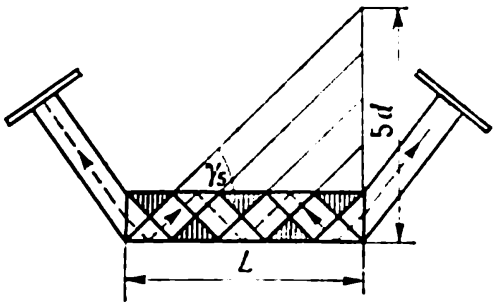


Fig. 2.86

Dans ce cas, le rayon lumineux traversant l'élément actif subit m fois une réflexion totale sur les faces latérales de l'élément actif et quitte ce dernier sous le même angle α_m sous lequel il y est entré. La fig. 2.86 explique la condition (2.14.2).

Si les miroirs du résonateur sont orientés par rapport au plan de la face terminale de l'élément actif sous l'angle $\alpha = \alpha_m$ défini par les relations (2.14.1) et (2.14.2), un mode de type m est excité dans le résonateur à guide d'onde. Le mode excité dans le guide d'onde est du type *2* pour le schéma de la fig. 2.85 et du type *5* pour celui de la fig. 2.86 [1].

Nombre de modes dans le guide d'ondes du résonateur. — Le nombre de modes possibles dans le guide d'ondes du résonateur est limité par la condition de réflexion totale interne sur les faces latérales de l'élément actif :

$$\cos \gamma \geqslant n_1/n, \tag{2.14.3}$$

où n_1 est l'indice de réfraction du milieu entourant les faces latérales de l'élément ($n_1 < n$). Si $\cos \gamma < n_1/n$, le rayonnement sort de l'élément actif par les faces latérales.

---

[1] Les figures 2.85 et 2.86 correspondent à un résonateur à guide d'ondes *plan* parce que la réflexion n'est pas considérée sur toutes les quatre faces latérales de l'élément actif mais seulement sur deux faces opposées (supérieure et inférieure). D'une manière plus générale, il convient de tenir compte également de la réflexion sur l'autre paire de faces latérales (résonateur à guide d'ondes *fermé*) ; dans ce dernier cas, chaque mode excité dans le guide d'onde sera caractérisé par *deux* indices au lieu d'un seul.

Récrivons (2.14.3) sous la forme

$$1/(1 + \mathrm{tg}^2\,\gamma) \geqslant (n_1/n)^2$$

et introduisons dans cette expression la relation (2.14.2). On obtient finalement la condition qui limite les valeurs possibles de m pour les modes excités dans le résonateur considéré:

$$m \leqslant \frac{L}{d}\sqrt{\left(\frac{n}{n_1}\right)^2 - 1}. \qquad (2.14.4)$$

Parmi les modes définis par la condition (2.14.4) peuvent se trouver des modes qui subissent une réflexion totale interne non seulement sur les faces latérales mais également sur les faces terminales de l'élément actif. De tels modes circulent à l'intérieur de l'élément actif et sont donc des modes *parasites*. Ces modes satisfont à la condition $\sin\gamma_m \geqslant 1/n$ ou encore à la condition $\mathrm{tg}^2\,\gamma_m/(1 + \mathrm{tg}^2\,\gamma_m) \geqslant 1/n^2$. En y portant (2.14.2), on obtient

$$m \geqslant \frac{L}{d}\,\frac{1}{\sqrt{n^2-1}}. \qquad (2.14.5)$$

Si

$$\frac{1}{\sqrt{n^2-1}} > \sqrt{\left(\frac{n}{n_1}\right)^2 - 1}, \qquad (2.14.6)$$

les modes parasites ne prennent pas naissance et le nombre de modes à utiliser est donné par la condition (2.14.4). Dans le cas contraire, le nombre de modes utiles est déterminé à partir de l'inégalité

$$m < \frac{L}{d}\,\frac{1}{\sqrt{n^2-1}}. \qquad (2.14.7)$$

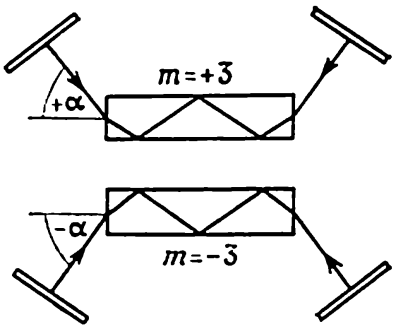


Fig. 2.87

En déterminant le nombre de modes dans le guide d'onde, il convient de tenir compte du fait que l'angle α peut être tant positif que négatif; le nombre de modes défini par la condition (2.14.4) (ou par la condition (2.14.7)) doit donc être multiplié par 2. On distingue ainsi, selon le signe de l'angle α, les modes du type $+m$ et les modes du type $-m$. La fig. 2.87 montre à titre d'exemple les modes du type $+3$ et ceux du type -3.

Résonateur à guide d'onde du type à demi-longueur. — En utilisant un système constitué de *quatre* miroirs, on peut exciter dans le résonateur deux modes à la fois dont les indices m sont égaux et de signes contraires. La fig. 2.88, *a* montre deux tels cas: pour $|m| = 1$ et pour $|m| = 2$. Il n'est pas difficile de voir que dans ces conditions le volume de l'élément actif est utilisé en totalité.

La droite en traits interrompus de la fig. 2.88, *a* représente la coupe suivant le plan de symétrie : la droite de la figure est l'image par réflexion de la gauche. Il s'ensuit que la marche des rayons lumineux dans la partie de droite de la figure ne sera pas changée si l'on élimine sa partie de gauche en remplaçant le plan de symétrie

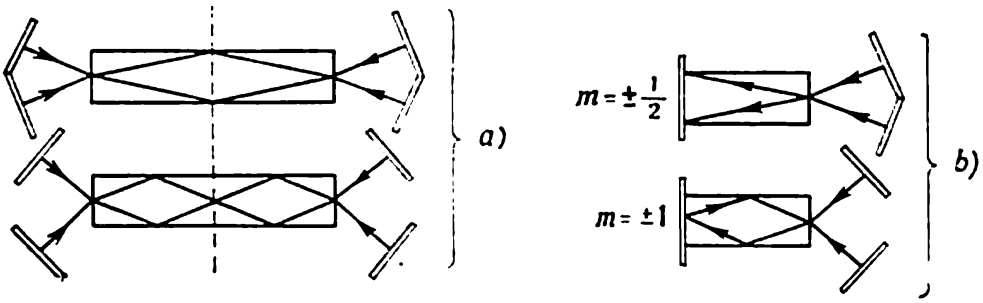


Fig. 2.88

par un miroir plan à réflexion totale (fig. 2.88, *b*). Les résonateurs représentés sur la fig. 2.88, *b* sont appelés résonateurs à guide d'onde du type *à demi-longueur* ; dans le premier des cas considérés sont excités des modes à indice *fractionnaire* ($m = +^1/_2$ et $m = -^1/_2$), et dans le second cas les modes à indice *entier* ($m = +1$ et $m = -1$).

Fait remarquable, pour exciter un mode à indice fractionnaire dans un résonateur à guide d'onde du type à demi-longueur, il suffit d'avoir un *seul* miroir incliné sous l'angle α (fig. 2.89, *a*). Quant aux modes à indice entier, leur excitation exige de mettre en œuvre les deux miroirs inclinés (fig. 2.89, *b*). Ceci signifie que les modes à indices $+m$ et $-m$ entiers (et en particulier les modes $+1$ et -1) sont dans le résonateur à guide d'onde du type à demi-longueur *mutuellement couplés*.

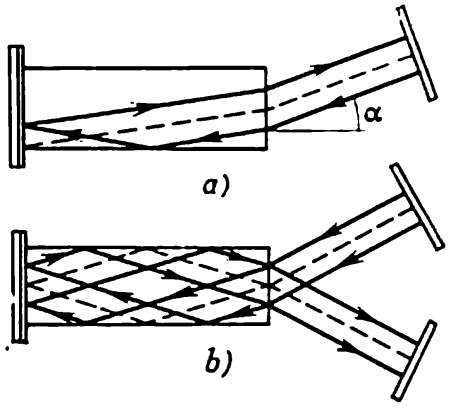


Fig. 2.89

Avantages des résonateurs à guides d'ondes. — L'emploi de résonateur à guide d'onde permet d'éviter la déformation du front d'onde du rayonnement par la lentille thermique induite dans l'élément actif. Cette possibilité est bien illustrée sur la fig. 2.90 qui représente un résonateur à guide d'onde du type à demi-longueur fonctionnant sur le mode $m = \pm 1$. L'existence de la lentille thermique suppose la variation de l'indice de réfraction en fonction de la coordonnée transversale y : $n = n(y)$. Envisageons une mince couche de milieu actif limitée par les plans y et $y + \Delta y$ (v. fig. 2.90).

Il n'est pas difficile de voir que tout rayon lumineux du mode $m = \pm 1$ traverse cette couche deux fois en y parcourant un *même chemin optique* égal à $n(y)\,\Delta y/\sin\gamma$ (la figure montre trois rayons lumineux: *1*, *2*, *3*). La position de la couche par rapport à l'axe y est choisie arbitrairement; ceci signifie que si tout l'élément actif est divisé en couches minces parallèles, la remarque faite ci-dessus sur l'égalité des chemins optiques pour *tous* les rayons lumineux dans le mode sera valable pour *chaque* couche et donc pour l'ensemble de l'élément actif. Autrement dit, dans le résonateur représenté sur la fig. 2.90, chaque rayon lumineux du mode parcourt dans

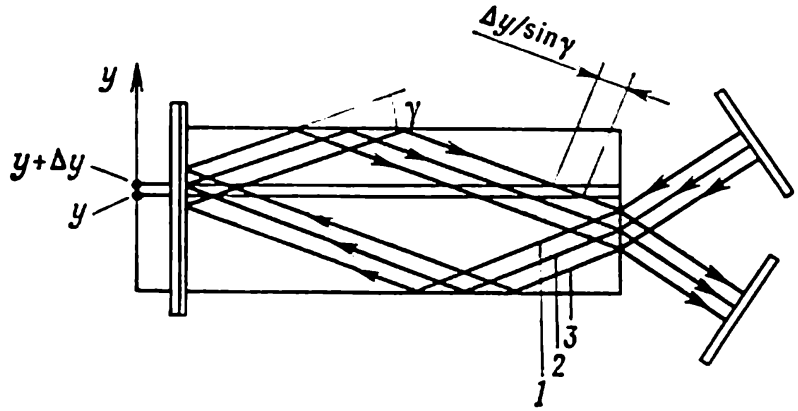


Fig. 2.90

l'élément actif *un même* chemin optique. De là résulte que dans le cas considéré la lentille thermique de l'élément actif ne peut pas déformer le front d'onde du faisceau lumineux.

Signalons que les résonateurs à guide d'ondes permettent de choisir des combinaisons de modes qui se trouvent insensibles non seulement à la lentille thermique mais également à d'autres distorsions thermiques de l'élément actif (par exemple, à l'incurvation de l'élément actif due à sa dilatation thermique). On arrive à obtenir dans tous les cas une *compensation mutuelle* des changements du front d'onde du faisceau lumineux qui interviennent au cours de sa propagation le long de l'élément actif déformé.

L'avantage du résonateur à guide d'ondes devant le résonateur ordinaire à miroirs plans et parallèles est mis en évidence sur la fig. 2.91 [12] qui montre deux courbes expérimentales traduisant la variation de la puissance de sortie W_{sor} du laser en fonction du nombre N d'éclairs de la lampe de pompage; la courbe *1* se rapporte au résonateur ordinaire, et la courbe *2* au résonateur à guide d'ondes (dans les deux cas, l'élément actif fonctionnait sans refroidissement artificiel, ce qui conduisait à son échauffement rapide). On voit sur cette figure que si dans le résonateur ordinaire les distorsions

thermiques conduisent relativement vite au décrochage d'oscillation, dans le résonateur à guide d'ondes on observe une chute relativement lente de la courbe (remarquons que cette chute est déterminée non par les distorsions thermiques de l'élément actif mais par la dégradation de ses caractéristiques d'oscillation avec l'élévation de la température).

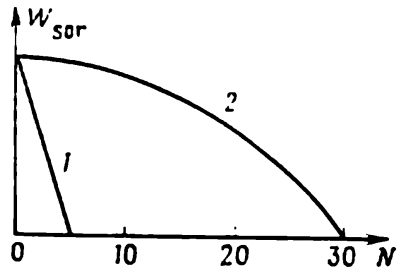


Fig. 2.91

Les recherches menées à propos des lasers à résonateurs à guide d'ondes ont permis de constater les hautes propriétés *sélectives* de ces résonateurs et ceci tant pour la sélection des modes *transverses* que pour la sélection *par fréquence*. Pratiquement dans toutes les variantes du résonateur à guide d'ondes on constate le fonctionnement monomode (sélection du mode longitudinal central). Les recherches concernant le laser à grenat d'yttrium-aluminium dopé au néodyme [71], utilisant un résonateur à guide d'ondes, ont montré que le fonctionnement monomode est réalisable jusqu'à des puissances de pompage provoquant la destruction du cristal. Dans le même laser, on a réalisé l'oscillation sur un seul mode transverse; le nombre de Fresnel était dans ce cas supérieur à 10^4.

§ 2.15. RAYONNEMENT OPTIQUE DANS UN GUIDE D'ONDES EN COUCHE MINCE. RÉTROACTION DISTRIBUÉE

Un guide d'ondes optique en couche mince représente une couche diélectrique d'épaisseur d de l'ordre de la longueur d'onde émise ($d \approx 1$ μm) portée sur un support (fig. 2.92). Dans ce qui suit nous limiterons nos descriptions à un cas bidimensionnel où les rayons lumineux ne quittent pas le plan yz (l'axe y est perpendiculaire au plan séparant la couche et le support; l'axe z correspond au sens dans lequel se propage le rayonnement dans le guide d'ondes optique en couche mince). De même que dans un guide d'ondes diélectrique ordinaire, la propagation de la lumière dans une couche repose sur le phénomène de réflexion interne totale, ce qui implique que soient vérifiées les inégalités suivantes:

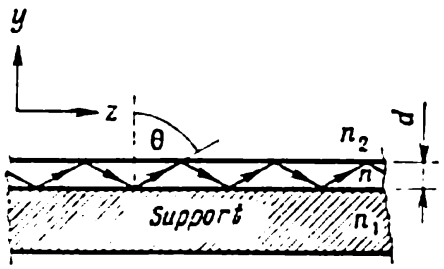


Fig. 2.92

$$n > n_1 \quad \text{et} \quad n > n_2, \tag{2.15.1}$$

où n, n_1, n_2 sont les indices de réfraction de la couche, du support et du milieu au-dessus de la couche respectivement. Le milieu au-dessus de la couche étant généralement constitué par l'air, nous supposerons que $n_2 < n_1$.

La fig. 2.92 montre un rayon lumineux à l'intérieur de la couche qui subit une réflexion totale sur ses frontières ; l'angle d'incidence du rayon sur la frontière de la couche est désigné par θ. Le rayon parcourt à l'intérieur de la couche un trajet en zigzag ; à ce propos on parle des rayons en zigzag (des ondes lumineuses en zigzag). Le concept de tels rayons (ondes) permet de considérer certaines questions de principe que pose la propagation de la lumière dans les guides d'ondes en couche mince.

Une étude rigoureuse de l'optique des couches diélectriques, basée sur les équations de Maxwell, est donnée par exemple dans [72]. Les phénomènes optiques intervenant dans les guides d'ondes optiques en couche mince sont examinés en détail dans [73 à 77] ; v. aussi [2], chap. 28.

Les couches diélectriques minces ne sont pas utilisées que comme éléments *passifs* destinés à la transmission des signaux optiques. Elles sont également employées comme éléments *actifs* (*lasers* dits *à couches minces*) ; en outre, elles sont utilisées pour la réalisation des interactions non linéaires des ondes lumineuses : pour la génération d'harmoniques optiques, la génération paramétrique de lumière, l'effet Raman stimulé. Dans [73] on lit en particulier que l'utilisation des guides d'ondes en couches minces diélectriques ouvre la perspective de réalisation de dispositifs de rayonnement laser miniatures, de modulateurs optiques, de filtres optiques, d'oscillateurs paramétriques optiques et d'autres éléments pour les systèmes de communications à grande capacité d'information, de dispositifs de calcul à grande rapidité de fonctionnement et pour les systèmes de traitement optique de l'information... Une telle perspective a servi de base pour la création, à la charnière de la technique des micro-ondes et de l'optique, d'un nouveau domaine d'études et de recherches qui a reçu le nom d'*optique intégrée*.

Dans le paragraphe actuel, nous ne considérons que quelques questions relatives à la propagation de la lumière dans les guides d'ondes en couches minces ainsi que les lasers à couches à rétroaction distribuée.

Modes d'oscillations dans une couche mince. — Etant donné deux polarisations possibles de la lumière, on distingue deux types différents de modes se propageant dans un guide d'ondes en couche mince : TM et TE. Une idée de ces modes est donnée par la fig. 2.93. Sur la fig. 2.93, *a* les composantes non nulles des vecteurs champs sont E_y, E_z et H_x (cette dernière est orientée perpendiculairement au plan des vecteurs **E** et **k**). C'est un mode TM, c'est-à-dire *transverse magnétique* ; le vecteur **H** pour ce mode est perpendiculaire

à la direction de propagation du rayonnement dans le guide. Sur la fig. 2.93, *b* les composantes non nulles sont H_y, H_z et E_x. C'est un mode TE, c'est-à-dire *transverse électrique*; le vecteur **E** pour ce mode est perpendiculaire à la direction de propagation du rayonne-

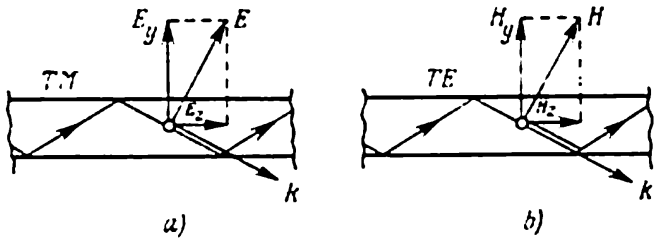


Fig. 2.93

ment. Comme les conditions aux limites sur la surface de séparation de deux milieux sont pour les composantes du champ perpendiculaire et parallèle à la frontière indépendantes les unes des autres, les modes TM et TE peuvent être considérés comme mutuellement indépendants. Ceci signifie en particulier qu'ils ne se transforment pas l'un en l'autre par suite des réflexions sur les frontières de la couche.

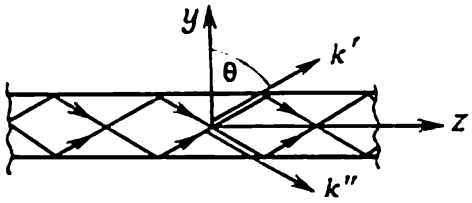


Fig. 2.94

Prenons, par exemple, le mode TE et considérons la dépendance, vis-à-vis du temps et des coordonnées spatiales, d'une fonction scalaire qui décrit une des composantes du champ de ce mode, par exemple E_x; désignons cette fonction par $u(y, z, t)$. Remarquons qu'on pourrait choisir avec le même succès la composante H_y ou H_z (ou considérer les composantes du mode TM). Le champ de rayonnement dans le guide d'ondes peut être représenté sous forme de superposition de deux ondes lumineuses monochromatiques planes dont les vecteurs d'onde (vecteurs $\mathbf{k}'$ et $\mathbf{k}''$) sont montrés sur la fig. 2.94 ($|\mathbf{k}'| = |\mathbf{k}''| = kn$; $k = \omega/c$):

$$u(y, z, t) = U[\exp(i\mathbf{k}'\mathbf{r}) + \exp(i\mathbf{k}''\mathbf{r})]\exp(-i\omega t). \qquad (2.15.2)$$

En tenant compte (v. fig. 2.94) que

$$\mathbf{k}'\mathbf{r} = k'_y y + k'_z z = kn(y\cos\theta + z\sin\theta);$$
$$\mathbf{k}''\mathbf{r} = k''_y y + k''_z z = kn(-y\cos\theta + z\sin\theta),$$

récrivons (2.15.2) sous la forme

$$u(y, z, t) = U[\exp(ikny\cos\theta) + \exp(-ikny\cos\theta)] \times$$
$$\times \exp(iknz\sin\theta)\exp(-i\omega t). \qquad (2.15.3)$$

Notons

$$\beta = kn \sin \theta; \quad b = kn \cos \theta. \tag{2.15.4}$$

Avec ces notations l'expression (2.15.3) prend la forme

$$u(y, z, t) = U [\exp(iby) + \exp(-iby)] \exp(i\beta z - i\omega t). \tag{2.15.5}$$

Remarquons que si le résultat (2.15.5) est considéré non pour la composante E_x du mode TE, mais relativement à la composante H_z par exemple, l'amplitude U doit être remplacée par l'amplitude $Un \sin \theta$ (ceci résulte de la relation qui relie entre eux les vecteurs **E** et **H** d'une onde plane). Ainsi, c'est seulement la composante de champ indépendante des coordonnées spatiales et du temps qui variera.

L'expression (2.15.5) montre que le rayonnement se propage dans la couche le long de l'axe z à une vitesse

$$v = \omega/\beta = ck/\beta = c/n \sin \theta, \tag{2.15.6}$$

et que sur l'axe y il se forme une onde stationnaire

$$w(y) = U [\exp(iby) + \exp(-iby)] = 2U \cos(by). \tag{2.15.7}$$

Cette dernière circonstance signifie que dans la direction de l'axe y doit se réaliser la condition de *résonance* (par analogie avec une onde stationnaire dans un résonateur ordinaire). Cette condition détermine les valeurs admissibles du paramètre b, et donc de l'angle θ, pour les modes qui peuvent se propager dans la couche considérée.

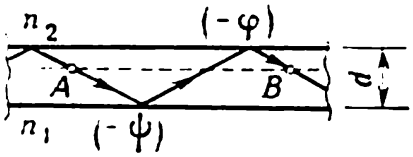


Fig. 2.95

Pour obtenir la condition de résonance, il convient de considérer la propagation de l'onde en zigzag du point A au point B par exemple (fig. 2.95), ce qui correspond à une double traversée de la couche d'épaisseur d. Dans ce cas, en plus du déphasage géométrique dans le sens de l'axe y égal, comme il est aisé de le voir, à $2bd$, il faut encore tenir compte des variations subies par la phase de l'onde lors des réflexions sur les frontières inférieure et supérieure de la couche. Désignons ces variations respectivement par $-\psi$ et $-\varphi$. On montre (v. par exemple [72]) que

$$\psi = 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\beta^2 - (kn_1)^2}}{b}; \tag{2.15.8a}$$

$$\varphi = 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\beta^2 - (kn_2)^2}}{b}. \tag{2.15.8b}$$

La variation totale de la phase de l'onde (le long de l'axe y) au cours du double passage par l'épaisseur de la couche doit être multiple de 2π:

$$2bd - \psi - \varphi = 2\pi m; \quad m = 0, 1, 2, \ldots \tag{2.15.9}$$

La relation (2.15.9) exprime la condition de résonance cherchée.

A un entier m donné correspond un angle donné sous lequel le rayon lumineux tombe sur la frontière de la couche (angle θ_m) et donc des valeurs déterminées des paramètres β_m, b_m, ψ_m, φ_m (puisque tous ces paramètres sont, en vertu de (2.15.4) et (2.15.8), fonctions de θ). C'est pourquoi la relation (2.15.9) doit, en toute rigueur, s'écrire sous la forme

$$\boxed{2b_m d - \psi_m - \varphi_m = 2\pi m}. \tag{2.15.10}$$

L'indice m fixe l'*ordre* du mode dans le guide d'ondes en couche mince. Les modes d'ordres différents diffèrent l'un de l'autre par la valeur de l'angle θ qui ne peut prendre, suivant la condition de résonance indiquée plus haut, que des valeurs discrètes θ_m[1]. Pour trouver θ_m il faut résoudre l'équation transcendante (2.15.10).

Lorsque l'indice m augmente, l'angle θ_m diminue. Il en résulte que la valeur du paramètre b_m augmente alors que celle du paramètre β_m diminue avec l'augmentation de m; cf. (2.15.4). Cette dernière circonstance signifie que la vitesse de propagation du rayonnement à travers la couche le long de l'axe z, définie par (2.15.6), augmente en même temps que l'indice m. Comme le montre la relation (2.15.8), les paramètres ψ_m et φ_m diminuent lorsque m augmente. Ainsi, on a

$$\theta_0 > \theta_1 > \theta_2 > \ldots; \quad \beta_0 > \beta_1 > \beta_2 > \ldots; \; b_0 < b_1 < b_2 < \ldots;$$
$$\psi_0 > \psi_1 > \psi_2 > \ldots; \quad \varphi_0 > \varphi_1 > \varphi_2 > \ldots \tag{2.15.11}$$

Nombre de modes dans la couche.— Le processus de diminution de l'angle θ_m avec l'augmentation de m (de même que le processus de variation des autres paramètres) ne peut pas durer indéfiniment. Il est évident que l'angle θ_m ne peut devenir inférieur à l'angle *limite* de réflexion interne totale sur la frontière entre la couche et le support $\theta_{\lim}$, défini par la relation connue

$$\sin \theta_{\lim} = n_1/n. \tag{2.15.12}$$

La différence $\beta^2 - (kn_1)^2$ pour $\theta = \theta_{\lim}$ est égale à

$$\beta^2 (\theta_{\lim}) - (kn_1)^2 = (kn)^2 \sin^2 \theta_{\lim} - (kn_1)^2 = 0.$$

Ainsi, dans le cas où l'angle θ tout en diminuant devient égal à l'angle $\theta_{\lim}$, l'expression sous le radical dans (2.15.8a) s'annule. La varia-

[1] Il sera montré plus loin que les modes d'ordres différents se distinguent entre eux aussi par la répartition du champ suivant l'axe y.

tion de la phase de l'onde sur la frontière entre la couche et le support devient donc nulle elle aussi. Pour des angles $\theta < \theta_{lim}$ cette expression sous le radical devient négative; une réflexion interne totale ne se produit pas. Il est clair que pour $\theta < \theta_{lim}$ l'onde ne peut plus être un mode du guide d'ondes en couche mince considéré. La condition

$$\theta_m \geqslant \arcsin (n_1/n) \tag{2.15.13}$$

restreint le nombre de modes qui peuvent se propager dans un guide d'ondes en couche mince donné. C'est ainsi par exemple que dans une couche de Ta_2O_5 de $d = \lambda = 0{,}78$ µm d'épaisseur, déposée sur un support en verre, ne peuvent se propager que quatre modes ($m = 0; 1; 2; 3$).

Répartition du champ pour les modes dans le guide d'ondes. — Suivant (2.15.7) la répartition du champ le long de l'axe y pour un mode d'ordre m se décrit à l'intérieur de la couche par une fonction de la forme

$$w_m (y) = 2U \cos (b_m y). \tag{2.15.14}$$

On montre (v. par exemple [75]) que sur la frontière supérieure de la couche la fonction $w_m (y)$ prend la valeur

$$w'_m = 2U \cos (\varphi_m/2), \tag{2.15.15a}$$

et sur la frontière inférieure la valeur

$$w''_m = 2 (-1)^m U \cos (\psi_m/2). \tag{2.15.15b}$$

Dans le support et dans le milieu se trouvant au-dessus de la couche, le champ décroît suivant une loi exponentielle (à mesure que l'on s'éloigne de la frontière de la couche). La répartition du champ au-dessus de la couche peut se représenter sous la forme

$$w_m (Y) = w'_m \exp \left(-\sqrt{\beta_m^2 - (kn_2)^2}\, Y\right) \tag{2.15.16a}$$

si l'on convient de compter la coordonnée Y à partir de la frontière supérieure de la couche. La distance

$$p_m = [\beta_m^2 - (kn_2)^2]^{-1/2} \tag{2.15.17a}$$

est celle sur laquelle le champ est réduit à $1/e$ de sa valeur sur la frontière supérieure de la couche. La répartition du champ dans le support présente un caractère analogue

$$w_m (Y') = w''_m \exp \left(\sqrt{\beta_m^2 - (kn_1)^2}\, Y'\right); \tag{2.15.16b}$$

(ici, la coordonnée Y' est comptée à partir de la frontière inférieure de la couche). La distance

$$P_m = [\beta_m^2 - (kn_1)^2]^{-1/2} \tag{2.15.17b}$$

est celle sur laquelle le champ tombe à la fraction $^1/_e$ de sa valeur sur la frontière inférieure de la couche.

La fig. 2.96 montre la *répartition du champ* pour les quatre premiers modes ($m = 0$; 1; 2; 3); le trajet du rayon en zigzag pour chacun de ces modes est représenté à la partie inférieure de la figure.

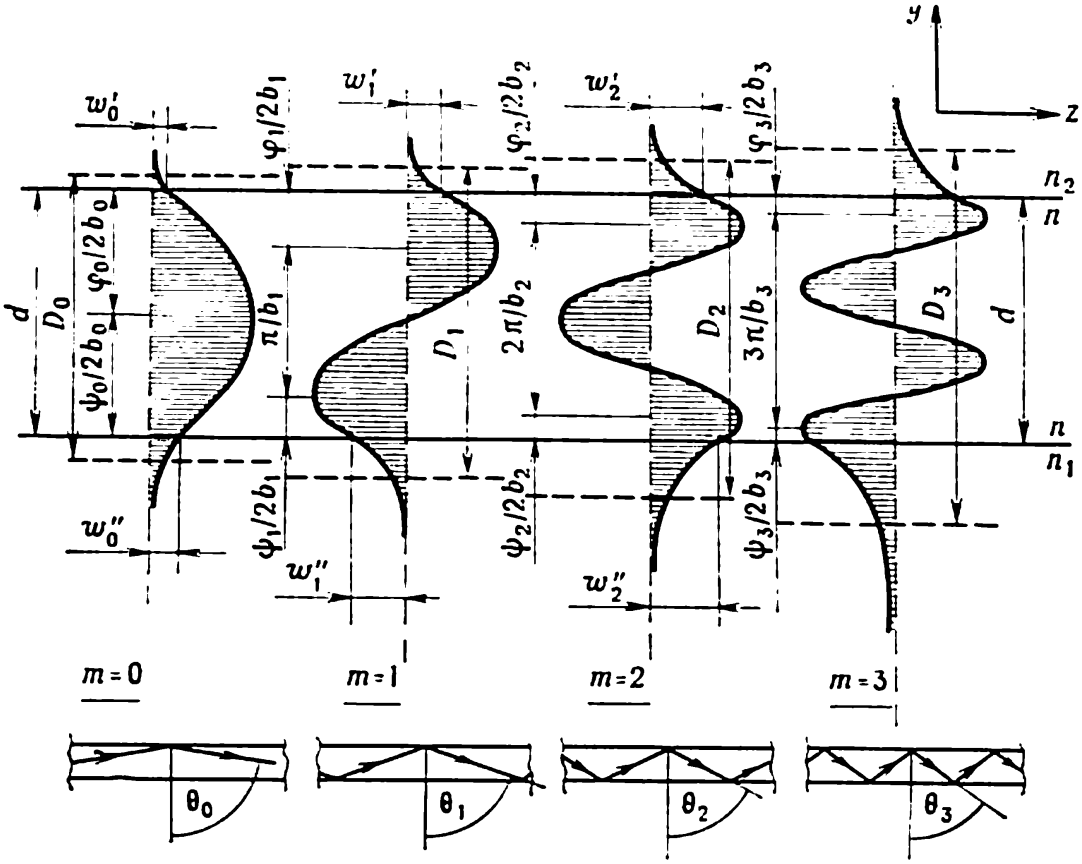


Fig. 2.96

On notera que l'image de la répartition du champ à l'intérieur de la couche n'est pas symétrie par rapport à la droite horizontale passant exactement par le milieu de la couche: elle est un peu déplacée vers la frontière inférieure de la couche, ce qui est lié à l'inégalité $n_2 < n_1$ (pour $n_2 > n_1$, cette image serait déplacée vers la frontière supérieure, pour $n_2 = n_1$, elle serait symétrique par rapport au milieu de la couche). En utilisant l'inégalité $n_2 < n_1$ et les formules (2.15.8), il est aisé de conclure que $\varphi_m > \psi_m$ et par conséquent (v. (2.15.15))

$$| w_m' | < | w_m'' |. \qquad (2.15.18)$$

Les conditions aux limites (2.15.15) déterminent entièrement la position sur l'axe y de la cosinusoïde (2.15.14) qui décrit la répartition du champ à l'intérieur de la couche [1].

La répartition du champ au-dessus de la frontière supérieure et au-dessous de la frontière inférieure de la couche est encore plus asymétrique. Ceci tient tant à l'inégalité (2.15.18) qu'à l'inégalité

$$p_m < P_m, \tag{2.15.19}$$

qui découle elle aussi de l'inégalité $n_2 > n_1$. A mesure que l'on s'éloigne de la frontière de la couche, le champ décroît plus lentement dans le support que dans le milieu au-dessus de la couche. Comme le montre la fig. 2.96, l'effet de présence de champ en dehors de la couche s'accentue avec l'augmentation de l'indice m fixant l'ordre du mode.

En partant de (2.15.10), représentons l'épaisseur de la couche par l'expression de la forme suivante:

$$d = (m\pi/b_m) + (\psi_m/2b_m) + (\varphi_m/2b_m). \tag{2.15.20}$$

On voit sur la fig. 2.96 que la portion $d'_m = m\pi/b_m$ correspond à la distance entre les maximums extrêmes de la cosinusoïde (2.15.14); à l'intérieur de cette portion la cosinusoïde passe m fois par zéro. On voit donc que le nombre de nœuds que comporte la répartition du champ est égal à l'ordre du mode se propageant dans le guide.

La décroissance du champ suivant une loi exponentielle à l'extérieur de la couche, à mesure que l'on s'éloigne de sa frontière, ne doit pas inciter à penser que le champ s'affaiblit par suite de l'absorption dans le support (ou dans le milieu au-dessus de la couche). Le fait est que dans le cas des modes se propageant dans le guide d'ondes optiques le flux d'énergie n'existe pas le long de l'axe y. Ici, tout le flux d'énergie lumineuse chemine seulement suivant l'axe z (c'est-à-dire le long de la couche), mais la dimension transversale du flux est supérieure à l'épaisseur d de la couche d'une quantité approximativement égale à $p_m + P_m$ (pour un mode d'ordre m). On s'explique ainsi la notion d'*épaisseur effective* que l'on introduit dans le guide d'ondes en couche mince pour le mode d'ordre m:

$$D_m = d + p_m + P_m. \tag{2.15.21}$$

Les frontières correspondant à l'épaisseur effective D_m sont montrées sur la fig. 2.96 par des droites horizontales en traits interrompus.

Méthodes utilisées pour l'introduction et l'extraction du rayonnement.— Une épaisseur très faible ($d \approx 1$ µm) de la couche fait naître des difficultés tant pour l'introduction du rayonnement dans

[1] Pour déterminer la position de la cosinusoïde sur l'axe y, une seule des conditions (2.15.15) est évidemment suffisante.

la couche que pour l'extraction du rayonnement de la couche. On utilise largement deux méthodes d'entrée (de sortie) du rayonnement : par prisme de couplage et par diffraction [1].

Dans la première méthode (dite encore méthode par tunnel), on utilise un prisme trièdre placé au-dessus de la couche de telle sorte qu'entre la base du prisme et la surface de la couche il existe un petit intervalle Δ de l'ordre de quelques dixièmes de la longueur d'onde émise ($\Delta \approx 0{,}2\lambda$) [2]. Pour introduire le rayonnement dans

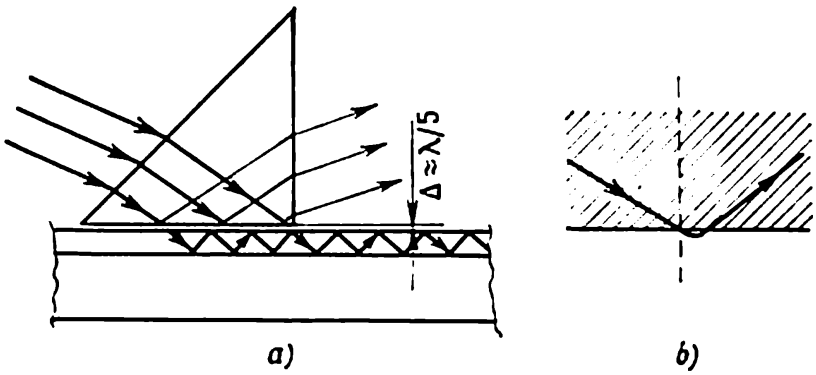


Fig. 2.97

la couche, on dirige le faisceau lumineux canalisé sur le prisme de façon telle qu'il subisse une réflexion interne totale sur sa base (fig. 2.97, *a*). On sait qu'en cas de la réflexion interne totale le champ du rayon lumineux réfléchi *pénètre* au-delà de la surface réfléchissante à une profondeur de l'ordre de quelques fractions de la longueur d'onde (fig. 2.97, *b*). En mettant à profit ce phénomène, on peut réaliser un transfert efficace de l'énergie lumineuse du prisme dans la couche (ou en sens inverse).

Dans la méthode par diffraction, on porte sur les portions de la couche, au voisinage de ses bouts, un réseau de diffraction de phase dont la période est concordée avec la longueur d'onde émise. L'introduction (extraction) du rayonnement repose dans ce cas sur le phénomène de diffraction.

La fig. 2.98 représente schématiquement les deux méthodes d'entrée et de sortie du rayonnement : par prisme (*a*) et par diffraction (*b*). On y distingue : *1*, la couche mince ; *2*, le support ; *3*, le rayonnement d'entrée (le rayonnement introduit dans la couche) ; *4*, le rayonnement de sortie (le rayonnement extrait de la couche). Dans les deux cas le contact entre le rayonnement extérieur et le

---

[1] On utilise également la méthode de sortie (d'entrée) de rayonnement par un bord de la couche qui se rétrécit progressivement (voir par exemple [73, 78]).

[2] Le jeu entre le prisme et la couche peut avoir une épaisseur variable (jeu en coin).

rayonnement à l'intérieur de la couche est réalisé sur une longueur l relativement grande. Cette circonstance détermine (à condition que l'angle d'incidence du rayonnement d'entrée soit mis en accord avec l'angle θ_m du mode correspondant) une efficacité suffisamment élevée du transfert de l'énergie lumineuse dépassant 50 % (l'efficacité de la méthode par prisme de couplage peut même atteindre 80 à 90 %).

L'analyse des différentes méthodes d'entrée et de sortie du rayonnement dans le cas des guides d'ondes en couche mince est donnée en particulier dans [73, 75]. Dans ce qui suit nous examinons plus en détail la méthode du prisme de couplage.

Principe de fonctionnement de l'élément de couplage prisme-couche.— Ce principe est éclairé par la fig. 2.99. La droite en

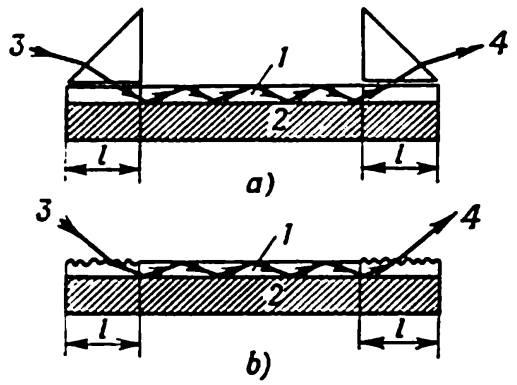


Fig. 2.98

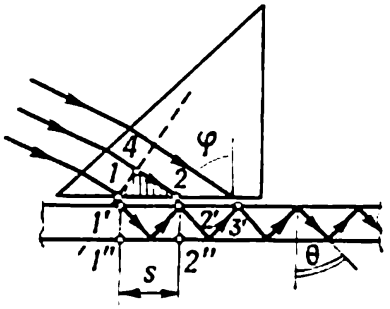


Fig. 2.99

traits interrompus passant par le prisme correspond au front plan de l'onde lumineuse tombant sur la base du prisme. Ce front est figuré à l'instant où l'onde lumineuse a atteint le point *1* sur la base du prisme et en vertu de l'effet de pénétration du champ de l'onde réfléchie au-delà de la surface réfléchissante, que nous avons indiqué plus haut, a excité une onde en zigzag au point *1'* de la couche. En se propageant dans la couche, l'onde en zigzag parcourt la distance s entre la ligne *1'1''* et la ligne 2'2'' pendant un temps

$$\tau_1 = s/v, \tag{2.15.22}$$

où v est la vitesse de propagation du rayonnement suivant la couche le long de l'axe z, définie par la formule (2.15.6). En se propageant à l'intérieur du prisme, le front d'onde parcourt la distance du point *4*, au point *2* (cette distance est égale à $s \sin \varphi$; v. fig. 2.99) pendant un temps

$$\tau_2 = \frac{s \sin \varphi}{c n_3}, \tag{2.15.23}$$

où n_3 est l'indice de réfraction du prisme.

Au fur et à mesure que le front de l'onde tombant sur la base du prisme se déplace, des ondes en zigzag seront excitées aux différents points de la couche : *1'*, *2'*, *3'*, . . . Si, de plus, la condition

$$\tau_1 = \tau_2 \tag{2.15.24}$$

est réalisée, l'instant d'excitation de l'onde en un point quelconque de la couche *coïncidera* avec l'instant d'arrivée à ce point de l'onde qui se propage dans la couche. Il en résultera que l'onde excitée sera *en phase* avec l'onde déjà existante dans la couche, ce qui conduira évidemment à une amplification de cette dernière. La condition (2.15.24) est dite condition d'*adaptation*. Compte tenu de (2.15.6), (2.15.22) et (2.15.23), elle peut s'écrire sous la forme

$$n \sin \theta = n_3 \sin \varphi. \tag{2.15.25}$$

La relation (2.15.25) montre qu'en donnant une valeur appropriée au rapport n_3/n ainsi qu'à l'angle φ, on peut réaliser la condition d'adaptation pour un angle θ déterminé, c'est-à-dire pour un mode déterminé. Ainsi, la méthode d'introduction du rayonnement dans la couche par prisme de couplage permet en principe d'exciter dans la couche n'importe quel mode donné.

Rétroaction distribuée. — Supposons que l'indice de réfraction de l'élément actif soit *spatialement modulé* dans la direction de son axe optique (axe z) :

$$n(z) = n_0 + \Delta n \cos (2\pi z/\Lambda), \tag{2.15.26}$$

et que la période de modulation spatiale Λ est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde émise. On est dans ce cas en présence d'une *rétroaction* dite *distribuée* qui permet de réaliser l'oscillation laser sans avoir recours à un résonateur à miroirs réfléchissants.

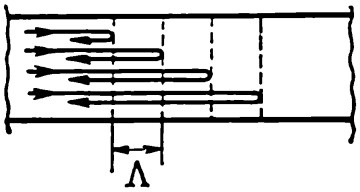


Fig. 2.100

Le principe de la rétroaction distribuée repose sur le phénomène de *réflexion de Bragg* des ondes lumineuses sur une structure périodique qui se forme à l'intérieur de l'élément actif par suite de la modulation spatiale de son indice de réfraction. Les plans réfléchissants de la structure périodique sont représentés conventionnellement sur la fig. 2.100 par des droites en traits interrompus ; la distance entre deux plans consécutifs est égale à la période de modulation spatiale Λ. Considérons la réflexion vers l'arrière des ondes lumineuses tombant suivant la normale à la surface des plans indiqués. Une

amplification mutuelle des ondes réfléchies aura lieu à condition que

$$\boxed{2\Lambda n = m\lambda}, \qquad (2.15.27)$$

où n est l'indice de réfraction de l'élément actif ; m sont des entiers (pratiquement il ne convient de tenir compte que de $m = 1$). La condition (2.15.27) constitue dans le cas considéré la condition de réflexion de Bragg.

Ainsi, au lieu de la réflexion des ondes lumineuses sur les miroirs du résonateur placés près des faces terminales de l'élément actif (ou sur ces faces), on peut mettre à profit l'effet de réflexion de Bragg des ondes lumineuses sur une structure périodique à l'intérieur de l'élément actif et ceci *sur toute sa longueur*. Il en résulte une rétroaction très sélective en longueur d'onde que l'on appelle *rétroaction distribuée*. Un laser à rétroaction distribuée produit un rayonnement dont les longueurs d'onde satisfont à la condition (2.15.27) et se situent dans les limites de la largeur de la raie amplificatrice.

Remarquons que des structures à inhomogénéités périodiques dont la période est comparable à la longueur d'onde électromagnétique sont largement utilisées pour l'amplification et la production de rayonnement dans le domaine des hyperfréquences (v. par exemple [79]) ; la fabrication de telles structures ne pose pas de problèmes particuliers étant donné que leur période est de l'ordre de 1 à 10 mm. Dans le domaine du rayonnement X, des structures périodiques correspondantes sont prévues par la nature elle-même, ce sont des réseaux cristallins [1]. Quant au domaine optique, les structures exigées doivent avoir une période de l'ordre de 1 μm. La réalisation pratique de telles structures n'est devenue possible qu'au cours des années 70 grâce au développement de la technologie microélectronique basée sur l'emploi de guides d'ondes optiques en couche mince. Le premier laser à rétroaction distribuée a été réalisé en 1971 [81]. Les principes et les particularités de fonctionnement de tels lasers sont examinés en particulier dans [82 à 84, 73].

La modulation spatiale de l'*indice de réfraction* de l'élément actif n'est qu'un des procédés de réalisation des lasers à rétroaction distribuée. Il existe d'autres procédés basés sur la modulation spatiale du *gain d'amplification* ou sur la modulation des *paramètres géométriques* (de la section transversale de l'élément actif). Les questions concernant la réalisation pratique des différents procédés de la rétroaction distribuée dans le domaine optique sont examinées en particulier dans [83].

---

[1] La possibilité de réalisation, sur la base de la structure périodique du réseau cristallin, d'un laser à rétroaction distribuée émettant dans la gamme de rayons X était envisagée dès 1965 [80].

Lasers à rétroaction distribuée à couche mince. — Le *laser à couche* est un des éléments essentiels utilisés en optique intégrée. L'élément actif d'un tel laser est constitué par une couche mince activée. Il est évident que le résonateur à miroirs réfléchissants ne peut pas être utilisé dans le laser à couche. On a généralement recours à la rétroaction distribuée.

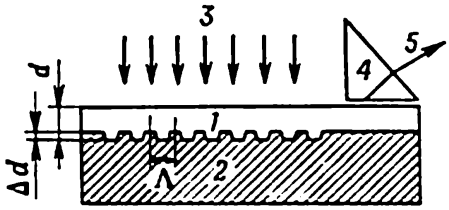


Fig. 2.101

Comme couche active on utilise bien souvent dans les *lasers à rétroaction distribuée* une pellicule de gélatine dans laquelle est dissous un activateur, par exemple la rhodamine 6*G* [1]. Un exemple de tel laser est représenté sur la fig. 2.101 [85]. On y distingue: *1*, la pellicule de gélatine dopée à la rhodamine 6*G* ($d \approx 1$ μm); *2*, le support à surface gaufrée ($\Delta d \approx 0{,}01$ μm, $\Lambda \approx 1$ μm); *3*, le rayonnement de pompage (deuxième harmonique émis par un laser à néodyme, $\lambda_p = 0{,}53$ μm); *4*, le prisme pour l'extraction du rayonnement de la pellicule; *5*, le rayonnement laser. La rétroaction distribuée est assurée dans ce cas par une variation périodique de l'*épaisseur de la couche active*, due à la présence de la surface gaufrée du support. Le gaufrage de la surface du support est obtenu par attaque chimique à travers un masque réalisé par un procédé photolithographique.

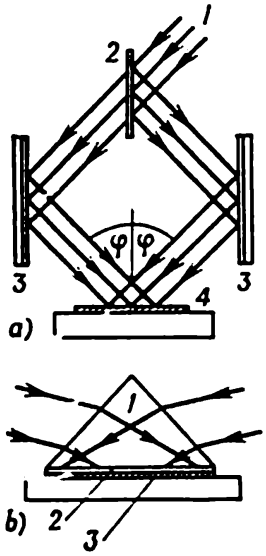


Fig. 2.102

Un procédé intéressant est celui de modulation spatiale du gain d'amplification de la pellicule active grâce à une variation périodique de l'*intensité* du pompage optique cohérent le long de l'axe optique. A cet effet, on peut utiliser, par exemple, le schéma du pompage représenté sur la fig. 2.102, *a*. On y distingue: *1*, un faisceau lumineux canalisé, issu du laser utilisé pour le pompage ; *2*, une lame séparatrice de lumière; *3*, les miroirs à réflexion totale; *4*, la pellicule active à pomper. Sur la surface de la pellicule tombent deux faisceaux lumineux cohérents (l'angle formé par les directions de propagation des faisceaux est égal à 2φ). Il en résulte sur

[1] En plus des lasers à rétroaction distribuée à pellicules de colorants organiques on utilise aussi largement des lasers à rétroaction distribuée à couche semi-conductrice.

la surface de la pellicule des franges d'interférences de période

$$\Lambda = \lambda_p/2 \sin \varphi, \qquad (2.15.28)$$

où λ_p est la longueur d'onde du rayonnement utilisé pour le pompage de la pellicule. Une variation périodique de l'éclairement de la surface de la pellicule entraîne une modulation spatiale correspondante de son gain d'amplification.

En modifiant la disposition relative des miroirs *3* et de la pellicule *4* dans le schéma de la fig. 2.102, *a*, on peut faire varier de façon continue la valeur de l'angle φ et donc la période de modulation Λ (v. (2.15.28)). Comme la longueur d'onde émise par un laser à rétroaction distribuée à couche mince est déterminée par la période de modulation Λ (v. (2.15.27)), on peut par là même réaliser un *accord continu* de la longueur d'onde émise par un tel laser.

La fig. 2.102, *b* montre encore un schéma de la modulation spatiale du gain d'amplification de la pellicule active basé sur l'utilisation de l'interférence des faisceaux lumineux éclairant la pellicule. On y distingue : *1*, le prisme ; *2*, la pellicule d'immersion ; *3*, la pellicule active. L'utilisation du prisme dans ce schéma permet de réduire de n_3 fois la période de modulation Λ par rapport au schéma de la fig. 2.102, *a* (n_3 étant l'indice de réfraction du prisme).

La possibilité de variation continue de fréquence émise (par commande des paramètres de la structure périodique) n'est pas le seul avantage des lasers à rétroaction distribuée. La réalisation du facteur de sélectivité pour les états photoniques *sur toute la longueur* du milieu actif conduit tout naturellement à des hautes caractéristiques spectrales et spatiales du rayonnement émis. On sait que dès maintenant les lasers à rétroaction distribuée dépassent considérablement, par ces caractéristiques, les lasers ordinaires (à résonateurs à miroirs) utilisant des milieux actifs analogues [1].

Lasers à couches à structure périodique utilisée comme miroirs du résonateur. — Il existe des lasers à couches dans lesquels la réflexion de Bragg des ondes lumineuses est réalisée non sur toute la longueur de la pellicule mais seulement sur des portions se trouvant près des bouts de la pellicule [84]. Une idée de tels lasers est donnée par la fig. 2.103. On y distingue : *1*, la partie active de la pellicule ; *2*, les portions à variation périodique de l'épaisseur de la pellicule ; *3*, le support. Les portions *2* de la pellicule se comportent comme des miroirs utilisés dans les cavités laser ordinaires. Elles assurent le retour d'une partie du rayonnement dans la pellicule (grâce à la réflexion de Bragg). En outre, ces portions font office de réseau de diffraction de phase en assurant la sortie d'une partie du rayonnement de la pellicule (sous forme de rayonnement laser)

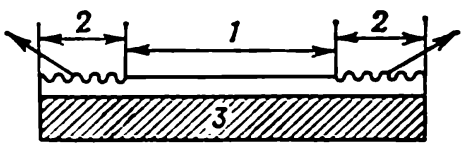


Fig. 2.103

[1] Il est vrai que les lasers à rétroaction distribuée cèdent encore aux lasers ordinaires en paramètres énergétiques (rendement, valeurs de seuil des caractéristiques).

Ici, à la différence des lasers à rétroaction distribuée, l'élément actif ne comporte pas d'inhomogénéités périodiques. Les lasers à couches de ce type sont appelés *lasers à structure périodique utilisée comme miroir du résonateur*. L'intérêt de ces lasers réside en ce que l'on peut faire varier de façon indépendante les longueurs de la portion active et des portions à structure périodique, ainsi que la période de cette dernière, ce qui permet en principe de trouver une variante optimale caractérisée par une suppression maximale des modes indésirables et une raie d'oscillation extrêmement étroite.

BIBLIOGRAPHIE

1. **Tarassov L.** Bases physiques de l'électronique quantique (domaine optique). — Editions Mir, Moscou, 1979.
2. **Справочник по лазерам в 2-х томах.** М. Ф. Стельмах, Г. Когельник, В. П. Быков и др.; Под ред. А. М. Прохорова. — М.: Сов. радио, 1978, Т. 2.
3. **Методы расчета оптических квантовых генераторов в 2-х т.** Б. И. Степанов, П. А. Апанасевич, В. П. Грибковский и др.; Под ред. Б. И. Степанова. — Минск: Наука и техника, 1966, т. 1.
4. **Gerrard A., Burch J. M.** Introduction to Matrix Methods in Optics. — J. Wiley and Sons. London-N.Y.-Sydney-Toronto, 1975.
5. **Мандельштам Л. И.** Лекции по теории колебаний. М.: Наука, 1972.
6. **Квантовая электроника:** Маленькая энциклопедия/ Д. Н. Клышко, М. Е. Жаботинский, А. В. Францессон и др.; Под ред. М. Е. Жаботинского. — М.: Сов. энциклопедия, 1969.
7. **Marcuse D.,** Light Transmission Optics.— Van Nostrand Reinhold Co., N.Y., 1972.
8. **Справочник по лазерам в 2-х т.** Н. В. Карлов, К. С. Уиллетт, В. Бриджес и др.; Под ред. А. М. Прохорова.— М.: Сов. радио, 1978, Т. 1.
9. **Maitland A., Dunn M. H.** Laser Physics.— North-Holland Publishing Co., Amsterdam-London, 1969.
10. **Bennet W. R.,** J. Appl. Optics, 1, 24 (1962).
11. **Дмитриев В. Г., Уманский Б. М., Шкунов Н. В.** Термические напряжения в активных элементах в непрерывном режиме накачки.— В кн.: Квантовая электроника/ Под ред. Н. Г. Басова, № 2, М.: Сов. Радио, 1971.
12. **Микаэлян А. Л., Дьяченко В. В.** Лазеры с волноводными резонаторами.— Квантовая электроника, 1974, т. 1, № 4.
13. **Микаэлян А. Л., Тер-Микаэлян М. Л., Турков Ю. Г.** Оптические генераторы на твердом теле.— М.: Сов радио, 1967.
14. **Вайнштейн Л. А.** Открытые резонаторы и открытые волноводы.— М.: Сов. радио., 1966.
15. **Kogelnik H., Li. T.** Laser beams and resonators.— Appl. Optics, 1976, v. 5, № 10.
16. **Ищенко Е. Ф., Климков Ю. М.** Оптические квантовые генераторы.— М.: Сов. радио, 1968.
17. **Гончаренко А. М.** Гауссовы пучки света.— Минск: Наука и техника, 1977.
18. **Прохоров А. М.** Молекулярный усилитель и генератор субмиллиметрового диапазона волн.— ЖЭТФ, 1958, т. 34, № 6.
19. **Dicke R. H.** Molecular amplification and generation systems and methods.— US Patent 2851652, 1958.
20. **Schawlow A. L., Townes C. H.** Infrared and optical masers.— Phys. Rev., 1958, v. 29.
21. **Ландсберг Г. С.** Оптика.— М.: Наука, 1976.
22. **Boyd C. D., Gordon J. P.** Confocal multimode resonator for millimeter through optical wavelength masers.— BSTJ, 1961, v. 40, № 2.
23. **Gordon J. P., Kogelnik H.** Equivalence relations among spherical mirror optical resonators.— BSTJ, 1964, v. 43, № 6.

24. **Привалов В. Е., Фридрихов С. А.** Кольцевой газовый лазер.— УФН, 1969, т. 97, вып. 3.
25. **Федоров Б. Ф., Шереметьев А. Г., Умников В. Н.** Оптический квантовый гироскоп.— М.: Машиностроение, 1973.
26. **Бычков С. И., Лукьянов Д. П., Бакаляр А. И.** Лазерный гироскоп.— М.: Сов. радио. 1975.
27. **Боровиков В. А., Кинбер Б. Е.** Геометрическая теория дифракции.— М.: Связь, 1978.
28. **Boyd G., Kogelnik H.** Generalized confocal resonator theory.— BSTJ, 1962, v. 41, № 4.
29. **Goodman J. W.**, Introduction to Fourier Optics.— Mc Graw-Hill Book Co., San Francisco-N.Y.. 1968.
30. **Fox A., Li T.** Resonant modes in a maser interferometer.— BSTJ, 1961, v. 40, № 2.
31. **Градштейн И. С., Рыжик И. М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.— М.: Наука 1971.
32. **Kogelnik H.** Imaging of optical modes-resonators with internal lenses.— BSTJ, 1965, v. 44, № 3.
33. **Трехпараметрическое** представление радиационных потерь в резонаторе с диафрагмой/Н. Г. Вахитов, В. А. Зенкин, В. Р. Кушнир, Н. В. Шкунов.— Электронная техника. Сер. 10. Квантовая электроника, 1975, вып. 1.
34. **Goubau G., Schwering F.** On the guided propagation of electromagnetic beam waves.— IRE Trans. 1961, v. AP-9.
35. **Kogelnik H.** On the propagation of Gaussian beams of light through lenslike media including those with a loss or gain variation.— Appl. Ortics. 1965, v. 4, № 12.
36. **Tien P., Gordon J., Whinnery J.** Focusing of a light beam of Gaussian field distribution in continuous and periodic lenslike media.— Proc. IEEE, 1965, v. 53, № 2.
37. **Deschamps C. A., Mast P. E.** in: Proceedings of the Symposium on Quasi-Optics.— New York, 1964.
38. **Siegman A. E.** Unstable optical resonators for laser applications.— Proc. IEEE, 1965, v. 53, № 3.
39. **Siegman A. E., Arrathoon R.** Modes in unstable optical resonators and lens waveguides.— IEEE J., 1967, v. QE-3, № 4.
40. **Ананьев Ю. А., Свенцицкая Н. А., Шерстобитов В. Е.** Свойства ОКГ с неустойчивым резонатором.— ЖЭТФ, 1968, т. 55, №. 1.
41. **Bergstein L.** Modes of stable and unstable optical resonators.— Appl. Optics, 1968, v. 7, № 3.
42. **Sanderson R. L., Streifer W.** Unstable laser resonator modes.— Appl. Optics, 1969, v. 8, № 10.
43. **Siegman A. E.** Unstable optical resonators.— Appl. Optics, 1974, v. 13, № 2.
44. **Ананьев Ю. А.** Неустойчивые резонаторы и их применения.— В кн.: Квантовая электроника/ Под ред. Н. Г. Басова, № 6.— М.: Сов. радио, 1971.
45. **Fox A. C., Li. T.** Modes in a maser interferometer with curved mirrors.— In: Proceedings of the Third International Congress on Quantum Electronics. New York : Columbia Univ. Press. 1964.
46. **Ананьев Ю. А., Шерстобитов В. Е.** Влияние краевых эффектов на свойства неустойчивых резонаторов.— В кн.: Квантовая электроника/ Под ред. Н. Г. Басова, № 3,— М.: Сов. радио, 1971.
47. **Ананьев Ю. А., Чернов В. Н., Шерстобитов В. Е.** Твердотельный лазер с высокой пространственной когерентностью излучения.— В кн.: Квантовая электроника/ Под ред. Н. Г. Басова, № 4.— М. Сов. радио, 1971.
48. **ОКГ с телескопическим резонатором/ Ю. А. Ананьев, Г. Н. Винокуров,**

Л. В. Ковальчук, Н. А. Свенцицкая, В. Е. Шерстобитов.— ЖЭТФ, 1970, т. 58, № 3.
49. **Нестационарные** процессы в мононмпульсных лазерах с неустойчивыми резонаторами/ Н. С. Голубева, Л. Ф. Крипицына, Л. С. Орбачевский, В. И. Рождествин.— Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 1.
50. **Галутва Г. В., Рязанцев А. И.** Селекция типов колебаний и стабилизация частоты оптических квантовых генераторов.— М.: Связь, 1972.
51. **Ананьев Ю. А.** Угловое расхождение излучения твердотельных лазеров.— УФН. 1971, т. 103, вып. 4.
52. **Бонч-Бруевич А. М., Костин Н. Н., Ходовой В. А.** Селекция и перестройка частоты в генераторах на красителях.— Оптика и спектроскопия. 1968, т. 24, № 6.
53. **Басов Н. Г., Летохов В. С.** О лазерах на атомных пучках.— Письма ЖЭТФ, 1966, т. 2, № 1.
54. **White A.** Laser cavities with increased axial mode separation.— BSTJ, 1966, v. 45, № 2.
55. **Бакеев А. А., Чебуркин Н. В.** О собственных частотах трехзеркального резонатора.— Радиотехника и электроника, 1969, т. 14, № 7.
56. **Авербах В. С., Власов С. Н., Таланов В. И.** Методы селекции типов колебаний в открытых квазиоптических системах.— Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1967, т. 10, № 9, 10.
57. **Shurkliff W. A.** Polarised Light, Production and Use.— Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1962.
58. **Молчанов В. Я., Скроцкий Г. В.** Матричный метод вычисления собственных состояний поляризации анизотропных оптических резонаторов.— В кн.: Квантовая электроника/ Под ред. Н. Г. Басова, № 4.— М.: Сов. радио, 1971.
59. **Летохов В. С.** Автостабилизация частоты световых колебаний лазера нелинейным поглощением в газе.— Письма ЖЭТФ, 1967, т. 6. № 4.
60. **Bennett W. R.** Relaxation mechanisms. Dissociative excitation transfer and Mode pulling effects in gas lasers.— In : Proceedings of the Third International Congress on Quantum Electronics. New York : Columbia Univ. Press, 1964.
61. **Белостоцкий Б. Р., Рубанов А. С.** Тепловой режим твердотельных оптических квантовых генераторов.— М.: Энергия, 1973.
62. **Сухоруков А. П.** Тепловая самофокусировка световых пучков.— В кн: Нелинейные процессы в оптике: Сб. трудов I Вавиловской конф. по нелинейной оптике/ Под ред. Р. В. Хохлова.— Новосибирск: Наука, 1970.
63. **Малдутис Э. К., Рекснис Ю. И., Сакалаускас С. В.** Вклад термоупругих напряжений в dn/dT кристаллов гексагональной и тригональной симметрии, нагретых излучением лазера.— Квантовая электроника. 1975, т. 2, № 11.
64. **Желтов Г. И., Полканов Ю. А.** Влияние термических напряжений на оптические свойства активных элементов из рубина.— В кн.: Квантовая электроника и лазерная спектроскопия/ Под ред. А. М. Самсона.— Минск: Наука и техника. 1974.
65. **Вигасин А. А., Сухоруков А. П.** О влиянии термоупругих напряжений на самофокусировку квазинепрерывного излучения. Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 3.
66. **Воробьев В. В., Шеметов В. В.** Тепловое самовоздействие светового пучка в среде со случайными неоднородностями показателя преломления.— Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 7.
67. **Влияние** согласования резонатора на мощность твердотельных ОКГ/ В. П. Быков, Н. Г. Вахитов, В. К. Новокрещенов, Н. В. Шкунов.— В кн.: Квантовая электроника/Под ред. Н. Г. Басова, № 2.— М.: Сов. радио, 1971.
68. **Кушнир В. Р., Немков А. Н., Шкунов Н. В.** Влияние геометрии резонатора

на выходную мощность ОКГ с несколькими активными элементами.— Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 6.
69. **Кушнир В. Р.** О стабильности каустики в плоскосферических резонаторах с внутренней линзой.— Квантовая электроника, 1978, т. 5, № 6.
70. **Микаэлян А. Л., Дьяченко В. В.** Явление сохранения волнового фронта в сильно деформированных твердых средах.— Письма в ЖЭТФ, 1972, т. 16.
71. **Одночастотный** лазер на гранате с волноводным резонатором/ Н. Ф. Глущенко, В. В. Дьяченко, А. Л. Микаэлян, П. П. Царев.— Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 4.
72. **Born M., Wolf E.** Principles of Optics.— Pergamon Press, Oxford, 1964.
73. **Золотов Е. М., Киселев В. А., Сычугов В. А.** Оптические явления в тонкопленочных волноводах.— УФН, 1974, т. 112, вып. 2.
74. **Ицхоки И. Я.** Интегральная оптика и нелинейные явления в тонких пленках.— Зарубежная радиоэлектроника, 1975, № 9.
75. **Barnoski M. K.** (Ed.), Introduction to Integrated Optics.— Plenum Press, N.Y.-London, 1974.
76. **Когельник Г.** Введение в интегральную оптику.— УФН, 1977, т. 121, вып. 4.
77. **Tamir T.** (Ed.), Integrated Optics.— Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-N.Y., 1975.
78. **Золотов Е. М., Пелехатый В. М., Прохоров А. М.** Излучение из сужающегося края оптического волновода.— Квантовая электроника, 1976, т. 3, № 7.
79. **Brillouin L., Parodi M.** Propagation des ondes dans les milieux périodiques. — Dunod, Paris, 1956.
80. **Ривлин Л. А.** Письма в ЖЭТФ, 1965, т. 1.
81. **Kogelnik H., Shank C. V.** Stimulated emission in a periodic structure.— Appl. Phys. Letts, 1971, v. 18, № 4.
82. **Kogelnik H., Shank C. V.** Coupled wave theory of distributed feedback lasers.— J. Appl. Phys., 1972, v. 43, № 5.
83. **Лазеры** с распределенной обратной связью/ В. Н. Лукьянов, А. Т. Семенов, Н. В. Шелков, С. Д. Якубович.— Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 11.
84. **Tang C. L.** in : Introduction to Integrated Optics (M. K. Barnoski, Ed.).— Plenum Press, N.Y.-London, 1974.
85. **Тонкопленочный** лазер на родамине 6*G* на волноводе с гофрированной подложкой/Л. Н. Дерюгин, О. И. Овчаренко, В. Е. Сотин, Т. К. Чехлова— Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 9.

CHAPITRE 3

DYNAMIQUE DE L'OSCILLATION LASER

Avec le développement des lasers, l'étude de la *dynamique des processus* qui déterminent le mécanisme physique de leur fonctionnement aux différents régimes revêt une importance de plus en plus grande. Ceci s'explique avant tout par la nécessité de réaliser des lasers à valeurs *données* des paramètres tels que l'énergie d'impulsion, la durée de l'impulsion, les puissances moyenne et de crête, la fréquence de répétition des impulsions et autres. Un problème de grande importance pratique est la construction de lasers à caractéristiques extrémales et en particulier la mise au point de lasers de *très grande puissance*. Il est également bien important d'assurer la *stabilité* de différents régimes d'oscillation et une bonne reproductibilité des paramètres du rayonnement d'une impulsion à l'autre. L'étude de la dynamique de l'oscillation laser sert de base à la *commande des paramètres du rayonnement laser*, problème qui présente un grand intérêt pratique. Remarquons que cette étude est organiquement liée à celle de la structure spatio-temporelle *réelle* du rayonnement produit par les lasers, ce qui est d'une importance fondamentale pour l'interprétation des phénomènes optiques non linéaires sur lesquels repose le fonctionnement des oscillateurs paramétriques optiques, des générateurs d'harmoniques optiques et des lasers Raman.

Les lasers existant à l'heure actuelle permettent d'obtenir des impulsions lumineuses de différente durée égale à quelques *millisecondes*, *microsecondes*, *nanosecondes* ou même *picosecondes*. On a réalisé les régimes de génération tant d'impulsions uniques que de suites d'impulsions caractérisées par les différentes fréquences de répétition (dans une gamme allant à environ 10 MHz et en régime de synchronisation des modes jusqu'à plusieurs gigahertz). Les valeurs de la puissance de crête des impulsions émises sont comprises dans une large gamme qui s'étend jusqu'à 10^{12} W et plus.

Les impulsions de rayonnement laser trouvent de très nombreuses applications dans diverses technologies liées au traitement des matériaux, dans les radars optiques, dans les télécommunications, dans

la technique de mesure, dans les systèmes de traitement d'information, dans les différentes recherches physiques, chimiques et biologiques en médecine, etc. Remarquons que la réduction de la durée des impulsions laser et de leur temps de montée est nécessaire par exemple pour l'échauffement à haute température du plasma (problème de la fusion thermonucléaire contrôlée); la réduction du temps de descente des impulsions lumineuses courtes est nécessaire pour l'étude des processus de relaxation ainsi que pour la résolution des problèmes qui se posent actuellement devant la technique des mesures. Certains processus technologiques, l'holographie, le pompage des oscillateurs paramétriques optiques peuvent exiger au contraire une augmentation relative de la durée des impulsions laser.

Une des premières descriptions systématiques des régimes non stationnaires d'oscillation laser a été donnée dans [1]; v. aussi [2 à 6].

§ 3.1. GÉNÉRALITÉS SUR LES RÉGIMES DE FONCTIONNEMENT DES LASERS

Les régimes d'oscillation laser réalisés en pratique sont en règle générale des régimes *impulsionnels*. Leur description est en principe impossible à donner sans examiner la dynamique des processus. Mais les questions de la dynamique jouent un rôle important aussi dans l'étude des lasers fonctionnant en régime *continu*. En toute rigueur, l'oscillation laser est pratiquement toujours non stationnaire. L'oscillation stationnaire n'est en fait qu'une idéalisation applicable à la description, avec une certaine approximation, de quelques situations réelles.

Causes de l'état non stationnaire de l'oscillation laser. — Une cause évidente de l'oscillation non stationnaire est due au *pompage non stationnaire*, souvent utilisé en pratique, par exemple le pompage par rayonnement des lampes à éclairs ou par impulsions d'une décharge électrique. Une autre cause non moins évidente est la variation délibérée dans le temps soit de la valeur des pertes nuisibles (*modulation du coefficient de surtension* ou *de qualité* de la cavité résonnante), soit de la valeur des pertes utiles (*modulation de charge*). L'introduction dans la cavité optique d'*éléments non linéaires*, par exemple, d'un absorbant (filtre) saturable résonnant [1], peut également provoquer une oscillation non stationnaire.

Les causes de l'état non stationnaire de l'oscillation, indiquées ci-dessus, sont liées à une « intervention » intentionnelle dans le processus d'oscillation. Or, il existe des facteurs qui agissent en un

[1] L'introduction dans la cavité d'un filtre saturable conduit en général à une réduction de la stabilité de l'oscillation stationnaire et, dans des conditions déterminées, peut provoquer des pulsations entretenues de la puissance émise (voir par exemple [7, 8]).

certain sens à notre insu et malgré notre volonté. Ces facteurs peuvent être de nature tant technique que physique.

Parmi les facteurs d'origine *technique* signalons l'*instabilité* des paramètres de la cavité résonnante, du milieu actif, du système de pompage (par exemple, un échauffement inégal de l'élément actif au cours du pompage par impulsions, des vibrations des miroirs de la cavité). Les recherches ont mis en évidence le rôle important que jouent les instabilités d'origine technique; on a constaté que les lasers sont très sensibles à toute sorte de perturbations de leurs paramètres (v. [9, 10] ainsi que [4]).

En énumérant les facteurs d'origine *physique*, signalons avant tout le caractère *multimode* que présente dans la plupart des cas pratiques le rayonnement laser. Aux différents modes correspond une structure différente du champ dans la cavité résonnante, une valeur différente des gains d'amplification et des pertes. Le caractère du régime d'oscillation dépend du nombre de modes simultanément excités; l'entrée en oscillation de chaque nouveau mode trouble en général la cinétique stable de l'oscillation [11]. La répartition de l'énergie de rayonnement entre les modes peut être différente à des instants différents de temps: les conditions les plus favorables peuvent se créer d'abord pour certains modes et ensuite pour d'autres (v. par exemple [12]).

Notons ensuite que les probabilités par unité de temps des transitions entre les niveaux des centres actifs ont une valeur finie. Ceci signifie que les processus de peuplement et de relaxation des niveaux des transitions laser se caractérisent par une certaine *inertie*. Il en résulte que l'inversion de populations des niveaux, réalisée par le pompage, ne cesse pas de croître après avoir atteint sa valeur de seuil; de même, le rayonnement émis réduit ensuite l'inversion de populations à une valeur inférieure à celle de seuil. On constate donc des *variations périodiques* dans le temps de l'inversion de populations autour de sa valeur de seuil, ce qui conduit à des *fluctuations* de la puissance émise [2].

En outre, il faut ne pas perdre de vue que le rayonnement laser résulte de l'amplification sélective de la luminescence primaire. En d'autres termes, le rayonnement laser a pour origine les *processus aléatoires* d'émission spontanée. La situation, irrégulière dans le temps et dans l'espace, se trouve ordonnée mais non totalement lorsque le laser entre en oscillation. Remarquons que le filtre saturable, placé dans la cavité résonnante et caractérisé par un temps de relaxation suffisamment faible, manifeste une tendance à accentuer (amplifier) les fluctuations les plus intenses dans la répartition initiale du champ de rayonnement (v. par exemple [13, 14]).

Régime d'oscillation libre (régime relaxé). — Supposons que la cavité résonnante du laser ne renferme que l'élément actif et n'utilise aucun élément non linéaire ni un élément dont les propriétés

varient sous l'action des signaux extérieurs. On dit dans ce cas que le laser fonctionne en régime d'*oscillation libre* ou en régime *relaxé*. En fait, ce terme réunit plusieurs régimes différents dont le trait commun est l'absence d'une commande spéciale de l'oscillation, l'absence d'une action extérieure sur l'oscillation. En particulier, il n'y a aucune modulation (ni active, ni passive) de qualité de la cavité résonnante. L'oscillation libre peut avoir lieu tant avec le pompage par impulsions qu'avec le pompage en continu.

La plus intéressante est l'oscillation libre des lasers à solides. Le signal de sortie produit par un laser à solide fonctionnant en régime relaxé apparaît en règle générale sous forme de train d'impulsions relativement courtes que l'on appelle *picots* (1). La durée de chaque picot distinct varie de 10^{-7} à 10^{-6} s (0,1 à 1 μs); sa puissance atteint 10^4 à 10^5 W. L'intervalle de temps séparant deux picots successifs est de l'ordre de 1 à 10 μs.

La fig. 3.1 représente trois oscillogrammes du rayonnement d'un laser à solide correspondant à trois types caractéristiques de pulsations (à trois régimes caractéristiques de picots) [4] : a) le régime de pulsations *régulières décroissantes* aboutissant à l'émission d'un rayonnement de puissance constante; b) le régime de pulsations *régulières permanentes*; c) le régime de pulsations *irrégulières permanentes* (2).

La présence de picots dans les courbes du rayonnement de sortie a été constatée dès les premières expériences sur laser à rubis effectuées en 1960 [15]. Mais la nature des picots continue jusqu'à présent à faire l'objet des recherches (v. par exemple [16 à 18]). En partant d'un modèle monomode du laser, on montre que les pulsations régulières décroissantes sont liées aux phénomènes *transitoires* qui accompagnent le début de l'oscillation à l'application de chaque impulsion de pompage; autrement dit, ces pulsations sont dues à l'inertie des processus de peuplement et de relaxation des niveaux que nous avons signalée plus haut [1, 2]. Le régime de picots peut être substantiellement influencé par le caractère *multimode* d'oscillation [4, 11, 16 à 20]; en particulier, l'oscillation sur plusieurs modes peut conférer aux pulsations un caractère irrégulier.

C'est surtout la nature des régimes de pulsations *permanentes* qui posait beaucoup de questions. Les études des régimes de picots des lasers à solides et en particulier du laser à grenat d'yttrium-aluminium dopé au néodyme ont confirmé l'hypothèse avancée dans

(1) Dans les lasers à gaz, les pulsations de puissance sont moins sensibles.

(2) Dans le cas du pompage par impulsions, les pulsations permanentes ont lieu pendant un intervalle de temps correspondant à la durée d'une impulsion de pompage. Pour les lasers à solides, la durée de cet intervalle est de 0,1 à 1 μs. Dans les lasers à colorants, on utilise des impulsions de pompage plus courtes, jusqu'à 1 μs. Ceci est nécessaire pour réduire l'influence due à l'absorption triplet-triplet.

[9] que les pulsations permanentes sont dues essentiellement à l'influence de l'instabilité de la cavité résonnante sur la dynamique du laser, c'est-à-dire qu'elles sont principalement d'origine technique. Pour le laser à grenat au néodyme, on a obtenu des preuves directes que les pulsations permanentes sont liées aux vibrations des miroirs

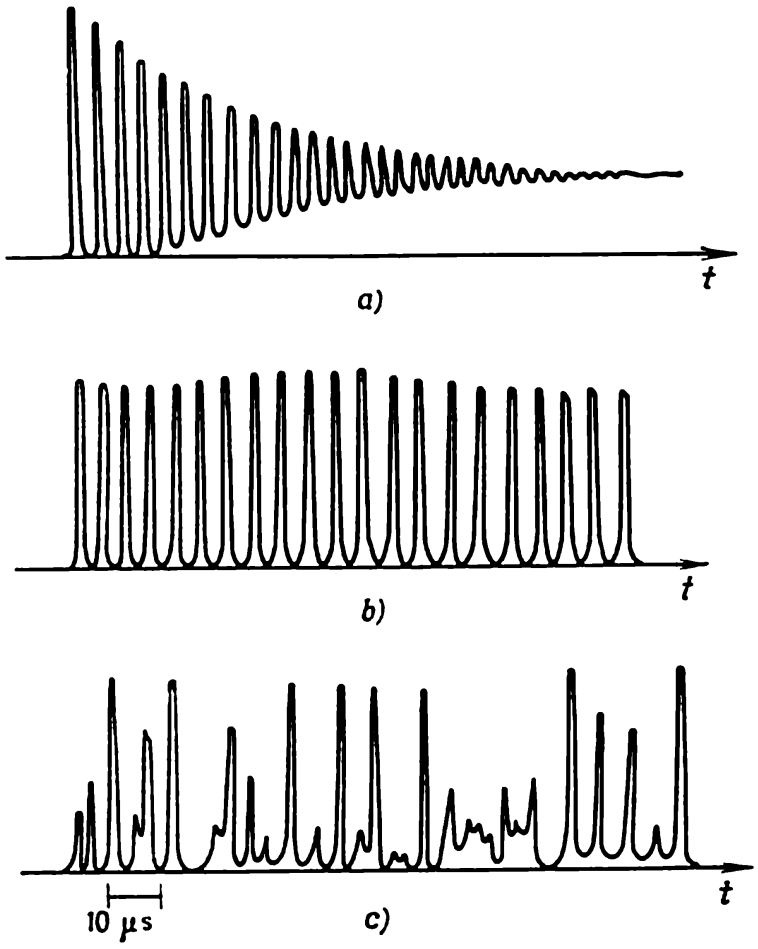


Fig. 3.1

de la cavité et à un échauffement non uniforme (dans le temps) de l'élément actif [21]. Les pulsations permanentes peuvent également être liées à l'oscillation multimode [16].

Régime d'implusions géantes à modulation active de qualité de la cavité résonnante (régime de « *Q*-switch » ou de « *Q*-modulation »). —L'idée d'utiliser la *modulation de qualité* de la cavité résonnante d'un laser à pompage par impulsions pour la production d'impulsions lumineuses courtes de grande puissance a été réalisée en 1962 [22, 23]. En commandant la qualité de la cavité résonnante, on commence par assurer un haut niveau de pertes nuisibles, c'est-à-dire qu'on *élève* exprès le seuil d'oscillation. Ceci permet d'obtenir une

inversion de populations importante du milieu actif. Puis, sur un signal extérieur, on *abaisse rapidement* le niveau de pertes et donc le seuil d'oscillation jusqu'à la valeur minimale possible; il en résulte que la valeur initiale de l'inversion de populations se trouve nettement *supérieure* au nouveau seuil correspondant aux petites pertes. Dans ces conditions, au lieu d'un train de picots, est produite une impulsion lumineuse *unique*, courte et de grande puissance (que l'on appelle *impulsion géante*).

La puissance de l'impulsion géante est d'autant plus grande que la surélévation de l'inversion de populations initiale (réalisée dans les conditions de basse qualité de la cavité) par rapport à sa valeur de seuil (correspondant à la haute qualité de la cavité) est plus forte. La puissance des impulsions géantes réalisées en pratique atteint 10^9 W [1]. La durée de l'impulsion géante est de l'ordre de 10 à 100 ns. La durée minimale de l'impulsion peut se situer entre 1 et 3 ns (v. par exemple [24]).

Pour la réalisation du régime d'oscillation considéré, on place à l'intérieur de la cavité du laser un *modulateur* (*commutateur de pertes*) commandé par un signal extérieur. Sous l'effet du signal extérieur appliqué, le modulateur fait varier rapidement le niveau de pertes nuisibles dues à la cavité (fait passer le résonateur de l'état correspondant aux fortes pertes à l'état correspondant aux faibles pertes et inversement). Puisque de tels passages s'effectuent sous l'effet d'une action de la part *de l'extérieur*, ce régime de modulation de qualité de la cavité résonnante est appelé modulation *active*. On utilise des modulateurs de différents types. Au début on faisait usage des modulateurs *opto-mécaniques*, puis des modulateurs *électro-optiques* et plus tard des modulateurs *acousto-optiques* [25 à 28].

Le modulateur fonctionne ordinairement comme un *interrupteur optique commandé*; l'action du signal de commande a pour effet de faire varier la transparence de l'interrupteur et donc les pertes à l'intérieur de la cavité. Si l'interrupteur est « ouvert », les pertes sont faibles (la qualité de la cavité est haute); si l'interrupteur est « fermé », les pertes sont fortes (la qualité de la cavité est basse). Dans certains cas c'est un miroir tournant à grande vitesse de la cavité qui fait office du modulateur (modulateur du type opto-mécanique). Il est évident que les passages de l'interrupteur optique de l'état « fermé » à l'état « ouvert » doivent être synchronisés sur les impulsions de pompage: l'interrupteur doit « s'ouvrir » après qu'une inversion de populations suffisamment élevée des niveaux des transitions laser sera réalisée.

---

[1] L'obtention d'une plus grande puissance de l'impulsion est contrariée par l'émission spontanée et la superfluorescence dont les effets deviennent de plus en plus marqués lorsqu'on augmente la valeur initiale de l'inversion de populations.

La fig. 3.2 montre le processus de développement d'une impulsion géante en cas de modulation active de qualité de la cavité résonnante; la courbe $P(t)$ décrit la variation dans le temps de la puissance du rayonnement émis. On y voit également la variation dans le temps de la qualité de la cavité (courbe $Q(t)$) et de la densité d'inversion de populations (courbe $N(t)$). A l'état initial, la qualité de la cavité est basse ($Q = Q_{min}$) et la densité initiale d'inversion de populations est élevée ($N = N_1$). Après l'application du signal de

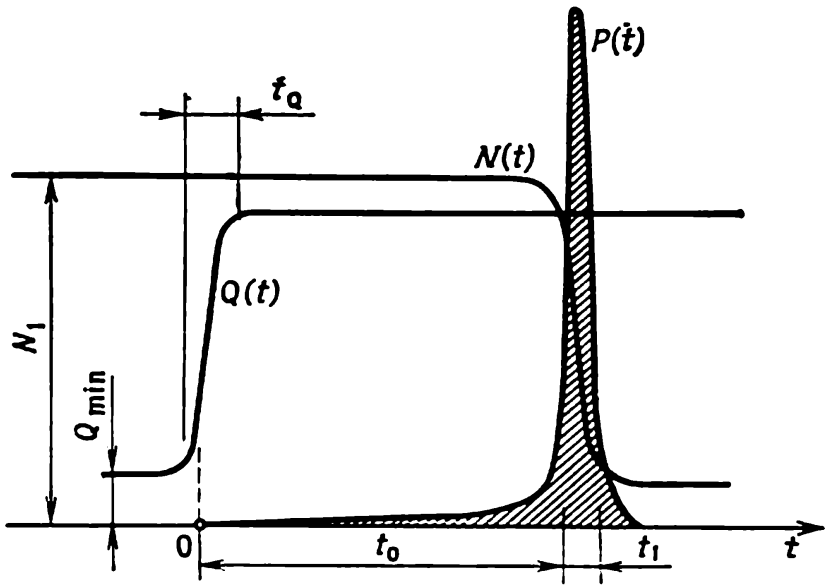


Fig. 3.2

commande la qualité Q commence à croître et par conséquent la valeur de seuil de la densité d'inversion de populations (elle n'est pas représentée sur la figure) commence à diminuer. Dès que le seuil décroissant devient égal à N_1, le laser entre en oscillation; cet instant est choisi sur la figure pour l'instant initial ($t = 0$). Comme il est visible sur la figure, le développement de l'impulsion géante s'effectue en deux étapes: une étape *lente* (linéaire) suffisamment longue (de $t_0 \approx 100$ ns de durée) et une étape *rapide* (non linéaire) courte (de $t_1 \approx 10$ ns de durée). La presque totalité de l'énergie de l'impulsion est émise dans la deuxième étape, ce qui explique pourquoi on convient de mesurer la durée de l'impulsion géante d'après la durée de cette étape (par la valeur de t_1). Notons que la destruction de l'inversion de populations ne se produit pratiquement que dans l'étape du développement rapide de l'impulsion.

Désignons par t_Q l'intervalle de temps au cours duquel la qualité de la cavité s'élève de sa valeur minimale à sa valeur maximale (*temps de déclenchement de qualité*). Si $t_Q \ll t_0$, on dit que le déclenchement de la qualité est *rapide*; la fig. 3.2 correspond précisément

à ce cas. Pour calculer le processus de développement de l'impulsion géante en cas de déclenchement rapide de la qualité, on suppose le plus souvent, pour simplifier, que la qualité de la cavité croît d'une manière *instantanée* [29]. Si le temps t_Q est de l'ordre de t_0, il convient de tenir compte de la vitesse concrète de croissance de la qualité [30, 24]) (1).

Si le déclenchement de qualité de la cavité est suffisamment lent, l'aspect qualitatif de l'oscillation devient différent: au lieu d'une impulsion *unique* peuvent être émises *plusieurs* impulsions de puissance progressivement décroissante et de durée croissante (fig. 3.3). L'intervalle de temps entre les impulsions croît progressivement de 100 ns à 1 μs.

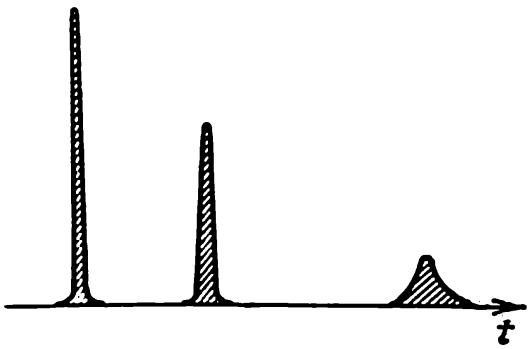


Fig. 3.3

Régime d'impulsions géantes à modulation passive de qualité de la cavité résonnante. — La modulation *passive* de qualité repose sur l'emploi d'éléments *non linéaires* dont les caractéristiques varient en fonction de l'intensité du rayonnement produit dans l'élément actif. Comme éléments non linéaires on utilise largement des *filtres* dits *saturables* qui représentent des interrupteurs optiques dont le fonctionnement repose sur le phénomène d'éclaircissement du milieu (2). Outre les filtres non linéaires on utilise aussi des cellules non linéaires, dont le fonctionnement est basé sur la diffusion stimulée de Mandelstam-Brillouin, des miroirs semi-conducteurs, dont le coefficient de réflexion varie avec l'intensité du flux lumineux incident, ainsi que d'autres dispositifs [4].

L'idée que les absorbants saturables peuvent être utilisés en électronique quantique a été émise en 1964 [31]. Peu de temps après elle a été réalisée en pratique pour la production d'impulsions géantes dans un laser à rubis (v. par exemple [32]) (3).

La fig. 3.4 montre le processus de développement d'une impulsion géante en modulation passive de qualité de la cavité d'un laser à pompage par impulsions. La modulation de qualité est assurée par un filtre saturable. La courbe $P(t)$ de cette figure décrit la variation dans le temps de la puissance du rayonnement émis; on y voit

(1) En toute rigueur le temps t_0 dépend de t_Q. Il serait donc plus correct de comparer t_Q non à t_0 mais au temps de traversée aller-retour de la cavité $\tau_0 = 2L/c$ [24]. Si $t_Q \lesssim \tau_0$, le déclenchement de qualité doit être considéré comme *rapide*, si $t_Q \gg \tau_0$, il est dit *lent*.

(2) On utilise également le terme d'*interrupteurs phototropes*.

(3) Les lasers à impulsions géantes comportant des filtres saturables sont examinés dans [2, 6].

également la variation dans le temps du coefficient d'absorption résonnante du filtre à la fréquence du rayonnement (courbe $\varkappa_a(t)$) et de la densité d'inversion de populations des niveaux du milieu actif (courbe $N(t)$). L'état initial correspond à l'état non saturé du filtre ($\varkappa_a = \varkappa_{0a}$); dans cet état, le seuil de la densité d'inversion de populations est suffisamment élevé (désignons-le par $N_{\text{seuil max}}$).

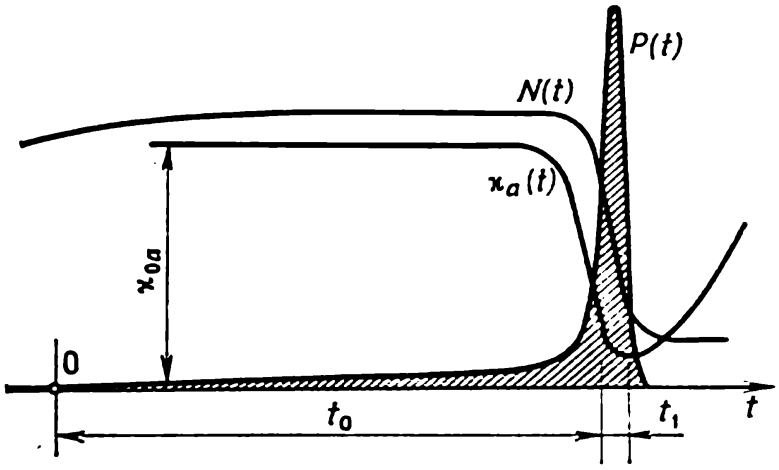


Fig. 3.4

La valeur de N croîtra au fur et à mesure du pompage de l'élément actif. Dès qu'elle devient égale à $N_{\text{seuil max}}$, le laser entre en oscillation [1]. Sur la figure cet instant est choisi comme instant initial ($t = 0$). De même qu'avec la modulation active, l'impulsion géante se forme dans ce cas en deux étapes: une étape *lente* (linéaire) suffisamment longue (de durée t_0) et une étape *rapide* (non linéaire) courte (de durée t_1). L'étape du développement linéaire de l'impulsion est d'environ un ordre de grandeur plus longue en modulation passive qu'en modulation active; avec la modulation passive elle est d'environ 1 μs. Ceci tient à ce qu'en cas de la modulation passive le développement de l'impulsion dans l'étape considérée se fait dans les conditions de *fortes pertes*; on voit sur la figure que le filtre ne s'éclaircit pratiquement que durant la deuxième étape (non linéaire) du développement de l'impulsion. La durée de la deuxième étape est d'environ 10 ns (comme en modulation active).

Après l'émission de l'impulsion géante, le coefficient d'absorption résonnante du filtre croît de nouveau grâce aux transitions spontanées dans le filtre. Le temps T_a mis par le filtre pour revenir à l'état initial (non saturé) s'appelle *temps de relaxation du filtre*.

---

[1] Un laser à filtre saturable ne peut émettre une impulsion géante que dans des conditions bien déterminées; ces conditions seront examinées plus loin au § 3.8.

Régime de synchronisation des modes longitudinaux (régime d'impulsions lumineuses ultracourtes). — La réalisation des lasers *à modulation de qualité* de la cavité résonnante (que l'on appelle tout court *lasers déclenchés*) a constitué un grand pas dans le développement de la technique des lasers. Un grand pas suivant est lié à la création des lasers *à synchronisation des modes longitudinaux*.

Supposons que le rayonnement laser comporte m modes longitudinaux dont les fréquences sont *équidistantes*, avec un écart de Ω (rappelons que $\Omega = \pi v/L$, L étant la longueur de la cavité résonnante). La largeur de la raie amplificatrice $\Delta\omega$ est liée à Ω et m par la relation évidente: $\Delta\omega = \Omega m$. Supposons ensuite que les modes sont *synchronisés en phase*, c'est-à-dire que la différence de phase entre deux modes consécutifs quels qu'ils soient a une valeur fixe déterminée. Il se produit dans ce cas une *interférence* mutuelle des modes longitudinaux [1], ce qui a pour résultat l'émission d'un *train d'impulsions lumineuses très courtes*. La durée τ de chaque impulsion distincte se détermine par la largeur de la raie amplificatrice ou, autrement dit, par le nombre de modes synchronisés entre eux:

$$\tau \approx 1/\Delta\omega = 1/\Omega m.$$

La puissance de l'impulsion ultracourte est environ m fois plus grande que la puissance moyenne du rayonnement émis sans synchronisation des modes. La période de répétition T des impulsions ultracourtes s'exprime par l'écart en fréquence entre les modes synchronisés:

$$T \approx 1/\Omega.$$

Dans un laser à modes synchronisés, l'impulsion géante fait place à une suite d'impulsions très courtes (de très grande puissance). La fig. 3.5 compare de façon approchée l'impulsion géante et le train d'impulsions ultracourtes produites dans un laser à pompage par impulsions [2]. La durée de ce train d'impulsions est approximativement égale à celle de l'impulsion géante t_1; ainsi, le nombre d'impulsions ultracourtes peut être défini par le rapport t_1/T.

Pour faire fonctionner un laser au régime d'impulsions lumineuses ultracourtes, il est nécessaire de réaliser deux conditions principales: premièrement, le laser doit osciller sur un nombre suffisam-

---

(1) On utilise également le terme de « couplage de modes » (mode locking).

(2) La remarque sur le pompage par impulsions n'est pas inutile. Le fait est que les impulsions géantes ne sont réalisées que dans des lasers à pompage par impulsions, alors que le régime de synchronisation des modes est réalisable tant avec le pompage par impulsions qu'avec le pompage en continu.

ment grand de modes longitudinaux[1]; deuxièmement, ces modes doivent être équidistants en fréquence et synchronisés entre eux en phase.

Pour la réalisation de la première condition il faut utiliser une raie amplificatrice suffisamment *large* et, de plus, prendre des mesures spéciales en vue de prévenir une *sélection* possible des modes longitudinaux dans la cavité résonnante (la sélection des modes produit dans ce cas un effet indésirable). La largeur de la raie amplificatrice $\Delta\omega$ est de l'ordre de 10^{11} s^{-1} pour le laser à rubis, 10^{12} s^{-1} pour les lasers à néodyme et 10^{13} à 10^{14} s^{-1} pour les lasers à colorants organiques. En posant $\Omega \approx 10^8$ s^{-1}, on peut conclure que le nombre maximal possible de modes longitudinaux (à condition d'éviter la sélection des modes) pour les lasers indiqués est égal respectivement à 10^3, 10^4, 10^5 à 10^6. Il semblerait à première vue que pour $m = 10^6$ l'impulsion lumineuse ultracourte doit avoir une durée $\tau \approx (\Omega m)^{-1} \approx$ $\approx 10^{-14}$ s (10^{-5} ns). Or, en réalité, on n'arrive pas à obtenir des impulsions de durée inférieure à environ 10^{-3} ns parce que l'augmentation de la largeur de la raie amplificatrice conduit inévitablement à la non-observation de la condition d'équidistance des fréquences des modes longitudinaux [2], ce qui perturbe naturellement les conditions de synchronisation [3]. La durée des impulsions lumineuses ultracourtes réalisées en pratique est de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-3} ns; leur puissance atteint 10^{12} W.

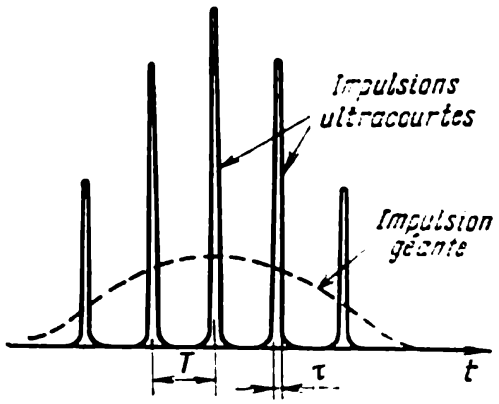


Fig. 3.5

Pour le couplage en phase des modes longitudinaux on utilise les méthodes de synchronisation tant *active* que *passive*. Dans le premier cas, on fait appel à une modulation périodique forcée des paramètres de la cavité résonnante, la fréquence de cette modulation étant égale à Ω ou à son multiple. Dans le second cas, on place à l'intérieur de la cavité un filtre saturable ou un diélectrique non linéaire. Il importe alors que le temps de relaxation du filtre soit *suffisamment court*; il faut que soit réalisée la condition $T_a < T$.

---

(1) En principe le nombre de modes nécessaire à la réalisation du régime de synchronisation des modes ne doit pas être inférieur à trois.

(2) Rappelons à ce propos l'effet d'entraînement de fréquence examiné au § 2.12.

(3) Suivant la théorie des fluctuations, une augmentation excessive du nombre de modes longitudinaux rend plus difficile les conditions de synchronisation même dans le cas où leurs fréquences sont équidistantes (v. § 3.11).

En considérant la synchronisation passive des modes, on la désigne souvent sous le terme d'*auto-synchronisation* (mode self-locking).

Les premiers résultats expérimentaux sur la synchronisation active des modes longitudinaux ont été obtenus dans un laser à hélium-néon [33]. En 1966, les auteurs de l'ouvrage [34] ont montré que dans certaines conditions la synchronisation passive (*auto-synchronisation*) des modes longitudinaux peut être réalisée dans un laser comportant un filtre saturable rapidement relaxant. Les questions concernant la réalisation et les traits spécifiques des régimes d'impulsions lumineuses ultracourtes basés sur l'utilisation de la synchronisation active ou passive des modes longitudinaux sont examinées par exemple dans [35 à 41].

L'auto-synchronisation des modes longitudinaux peut également être réalisée en *régime relaxé*, en mettant à profit les propriétés non linéaires du milieu actif [42 à 45] (1).

Régime de synchronisation des modes transverses. — Suivant la relation (2.9.21) les modes transverses dans une cavité à miroirs sphériques se caractérisent par une série de fréquences de résonance équidistantes dont le pas égal à $\Omega = v \arccos \sqrt{g_1 g_2}/L$, où L est la longueur de la cavité et g_1 et g_2 sont ses paramètres généralisés. L'équidistance des fréquences est la condition nécessaire de synchronisation des modes. Le fait que cette condition est réalisable non seulement pour les modes *longitudinaux* mais également pour les modes *transverses* suggère que la synchronisation des modes transverses est elle aussi possible à réaliser.

Si la synchronisation des modes *longitudinaux* conduit à la production d'un train d'impulsions lumineuses ultracourtes (autrement dit, à la modulation *dans le temps* de la puissance lumineuse engendrée), la synchronisation des modes *transverses* doit conduire à la redistribution de la puissance lumineuse produite dans le sens transversal par rapport à l'axe de la cavité résonnante (en d'autres termes, à la *modulation spatiale* de la puissance lumineuse). Lorsque les modes transverses ne sont pas synchronisés entre eux, l'axe du faisceau lumineux produit par le laser se confond avec l'axe optique de la cavité. Dans le cas de la synchronisation des modes transverses ceci n'a lieu qu'à des instants déterminés ; la synchronisation des modes transverses a pour effet que la section transversale du faisceau lumineux produit (*zone d'oscillation*) commence à effectuer des *mouvements périodiques* dans le plan du miroir à la fréquence Ω correspondant à la différence de fréquences des modes synchronisés. Cet effet a été prévu pour la première fois dans [46] ; il est discuté en détail dans [47].

La confirmation expérimentale de l'effet de synchronisation des

(1) Dans ce cas, on la désigne parfois sous le terme de « synchronisation spontanée ».

modes transverses est donnée par exemple dans (48, 49) pour les lasers à gaz et dans [50 à 52] pour les lasers à solides. La fig. 3.6 montre les distributions, empruntées à l'ouvrage [51], de l'intensité du rayonnement laser suivant le diamètre D du miroir de la cavité, obtenues lors de la synchronisation de trois modes transverses inférieurs pour quelques instants successifs :

$$t_1 = 0; \quad t_2 = \pi/2\Omega; \quad t_3 = \pi/\Omega;$$
$$t_4 = 3\pi/2\Omega; \quad t_5 = 2\pi/\Omega.$$

On voit sur la figure que la zone d'oscillation est animée d'oscillations de période $T = 2\pi/\Omega$ dans le plan du miroir.

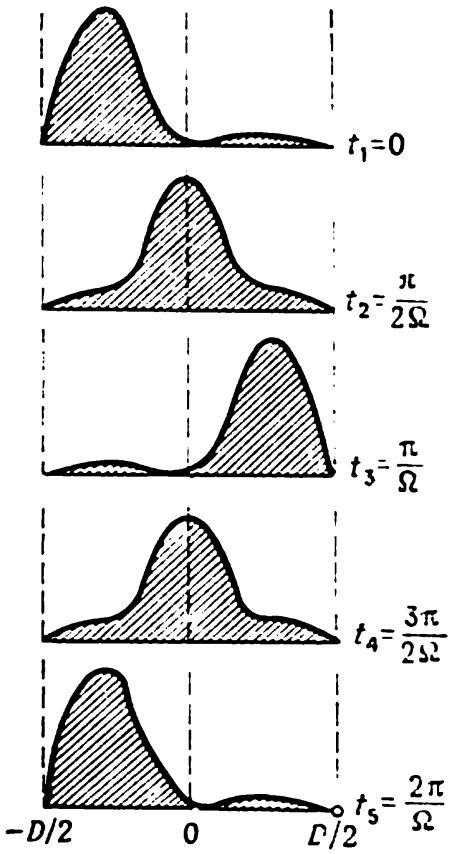


Fig. 3.6

L'étude de l'effet de synchronisation des modes transverses présente un intérêt pratique considérable. Les lasers à synchronisation des modes transverses peuvent s'avérer bien prometteurs pour les applications en opto-électronique, dans les systèmes de transmission et de traitement de l'information optique.

Régime de décharge de la cavité résonnante (cavity-dumping). Ce régime d'oscillation est encore appelé régime *de modulation de charge* ou régime *de modulation de pertes utiles*. A la différence du régime de modulation de qualité de la cavité, ici, ce sont non pas les pertes *nuisibles*, mais les pertes *utiles* qui sont soumises à une modulation.

Pour la réalisation du régime de décharge de la cavité on utilise un laser à cavité *à haute surtension* dont le coefficient de réflexion des miroirs est voisin de l'unité. A l'intérieur de la cavité on place un *modulateur* (interrupteur) de pertes utiles commandé par le signal extérieur et destiné à la *sortie* de la cavité d'une partie du rayonnement. Les modulateurs utilisés sont du type tant acousto-optique qu'électro-optique. Les lasers fonctionnant en régime de décharge de la cavité sont généralement pompés *en continu*.

Supposons que le modulateur de pertes utiles n'est pas mis en action alors que le pompage est appliqué au milieu actif. Dans ces conditions, si l'inversion de populations des niveaux des transitions laser excède le seuil d'oscillation relativement bas de la cavité

à haute surtension, il y aura croissance de la densité des photons à l'intérieur de la cavité (du fait que l'émission induite l'emporte sur l'absorption résonnante et sur les pertes). Le pompage en continu maintiendra constamment l'inversion de populations des niveaux des transitions laser à un niveau dépassant le seuil d'oscillation. Dans ce cas, le laser est en fait entré en oscillation, mais le rayonnement reste confiné à l'intérieur de la cavité.

Supposons maintenant que le modulateur de pertes utiles est mis en œuvre pour quelques instants. Il en résulte l'émission d'une impulsion lumineuse courte : la cavité « se décharge » partiellement des photons qui s'y sont accumulés.

En comparant le régime de décharge de la cavité et le régime de modulation active de qualité, notons que dans le dernier cas la densité des photons à l'intérieur de la cavité à l'état initial (lorsque la qualité est basse) est faible ; le laser est *au-dessous* du seuil d'oscillation correspondant aux pertes élevées. Au déclenchement de la qualité, le laser commence à osciller et, en même temps, l'impulsion de sortie commence à se former. Remarquons que le laser démarre sur le « bruit » qui est constitué par l'émission spontanée, ce qui explique l'existence de l'étape relativement longue du développement linéaire de l'impulsion (v. fig. 3.2).

A la différence du régime de modulation de qualité, le régime de décharge de la cavité se caractérise par une haute surtension à l'état initial ; le laser est *au-dessus* du seuil d'oscillation correspondant à de faibles pertes. Le laser entre en oscillation et la cavité est remplie de photons avant que l'impulsion de sortie ne commence à se former. Soulignons qu'en régime de modulation de qualité le laser n'entre en oscillation qu'*après* l'application du signal de commande au modulateur tandis qu'en régime de décharge de la cavité le modulateur est mis en œuvre lorsque le laser est *déjà en oscillation*. Il en résulte une *réduction* considérable de la durée de formation de l'impulsion de sortie (il n'y a pas de longue étape linéaire dans le développement de l'impulsion). Ceci permet d'obtenir des fréquences *plus élevées* de répétition des impulsions lumineuses.

Lorsque les photons quittent la cavité résonnante, le laser doit rester au-dessus du seuil d'oscillation correspondant à l'état de haute surtension. Cette exigence limite la durée de l'intervalle de temps au cours duquel le modulateur peut être mis en action.

Les variations de la densité d'inversion de populations des niveaux des transitions laser sont considérablement *plus faibles* en régime de décharge de la cavité qu'en régime de modulation de qualité. Ceci tient à ce que le seuil d'oscillation à l'état initial et donc l'inversion de populations initiale sont *nettement plus bas* en régime de décharge de la cavité qu'en régime de modulation de qualité.

Si le rayonnement laser est sorti de la cavité à la longueur d'onde de la transition laser du milieu actif, on dit que la charge est *linéaire*. En pratique, on utilise également la sortie du rayonnement à la longueur d'onde du *deuxième harmonique* (1). La puissance du rayonnement du deuxième harmonique étant proportionnelle au carré de la puissance émise à la longueur d'onde fondamentale (à l'approximation du champ donné), on dit dans ce dernier cas que la charge est *quadratique*. Cette dernière est un cas particulier de la charge *non linéaire*.

La réalisation, théoriquement possible, du régime de décharge de la cavité en cas d'utilisation d'un modulateur acousto-optique à fonctionnement rapide a été examinée dans [53]. Ce régime d'oscillation est étudiée d'une manière suffisamment approfondie dans un laser à grenat au néodyme à pompage en continu (v. [54 à 57]). Le régime de décharge de la cavité d'un laser à colorant à pompage *par impulsions* est examiné dans [58].

Dans [55] on montre que la décharge de la cavité dans le laser à grenat au néodyme à pompage en continu permet d'obtenir une puissance de sortie moyenne égale à la puissance maximale réalisée en oscillation continue ; on arrive dans ce cas à réaliser les fréquences de répétition des impulsions lumineuses allant de 100 kHz à plusieurs dizaines de mégahertz (pour une durée des impulsions distinctes de l'ordre de 100 ns) (2). Indiquons aux fins de comparaison qu'en régime de modulation active de qualité d'un laser à pompage en continu la fréquence de répétition maximale des impulsions est de l'ordre de 50 kHz [59].

Production d'un train d'impulsions dans les lasers à pompage en continu. — En pratique, on a souvent besoin d'une *suite régulière* commandée *d'impulsions lumineuses* qui se succèdent avec une fréquence suffisamment élevée. Pour l'obtention de telles impulsions, on utilise les régimes d'oscillation à pompage *en continu*.

Au premier plan des recherches menées à ce propos figurent les lasers à grenat au néodyme [54 à 57, 59 à 64]. Ceux-ci possèdent une puissance moyenne du rayonnement de sortie de l'ordre de 1 à 10 W. La valeur maximale de la puissance de sortie moyenne peut atteindre plusieurs centaines de watts [61].

Pour la production d'impulsions dans les lasers à pompage en continu, on utilisait initialement la *modulation active de qualité* de la cavité. Le premier modulateur utilisé était du type opto-mécanique sous forme de miroir tournant [60]. Mais une telle méthode

(1) C'est le régime de *génération du deuxième harmonique à l'intérieur de la cavité*. Pour sa réalisation, on introduit dans la cavité un doubleur de fréquence du rayonnement produit dans l'élément actif.

(2) Par puissance maximale de l'oscillation continue on entend la puissance produite par un laser à pompage en continu sans modulation de pertes, avec le coefficient optimal de réflexion du miroir de sortie.

de modulation s'est avérée peu intéressante dans le cas du pompage en continu à cause de la mauvaise stabilité de l'amplitude d'une impulsion à l'autre (ce qui est liée à une mauvaise reproductibilité de la position de la surface réfléchissante du miroir tournant). Les déclencheurs acousto-optiques apparus plus tard sont maintenant les plus répandus. Ils ont permis de réaliser des fréquences de répétition des impulsions de l'ordre de $f \approx 50$ kHz [59].

Le régime de génération d'impulsions d'un laser monomode à pompage en continu utilisant la modulation active de qualité de la cavité résonnante présente les caractéristiques énergétiques et temporelles suivantes; la fréquence de répétition des impulsions $f \approx 10$ kHz, la durée de l'impulsion $t_1 \approx 100$ ns à 1 µs, la puissance de crête $P_{max} \approx 10^3$ W, la puissance moyenne de sortie $P_{moy} \approx 1$ à 10 W (remarquons que $P_{moy} \approx P_{max} t_1 f$). Le régime considéré peut également être utilisé pour des fréquences $f < 10$ kHz ; pourtant, lorsque la fréquence f se situe en dessous de 5 kHz environ, le rendement du laser décroît et ceci d'une façon d'autant plus marquée que la fréquence est plus basse [59, 62]. Comme il a été dit précédemment, les fréquences f sont limitées à la valeur maximale de 50 kHz environ. L'existence de cette frontière supérieure de la fréquence est liée à l'étape linéaire de longue durée que comporte le développement de l'impulsion de sortie.

Pour obtenir des impulsions se succédant à une fréquence supérieure à 50 kHz, il est nécessaire d'assurer une croissance plus rapide de l'intensité de l'impulsion. A cet effet, on peut « couper » l'impulsion à l'instant où son intensité commence à décroître et de conserver ainsi à l'intérieur de la cavité une densité de rayonnement suffisamment forte (ainsi qu'une densité relativement élevée de l'inversion de populations des niveaux des transitions laser). Dans ce cas l'oscillation démarre non pas sur le bruit mais sur le niveau du rayonnement conservé dans la cavité grâce à la « coupure » de l'impulsion. Une telle méthode permet de porter la fréquence f à une valeur atteignant 100 kHz [63].

Une autre méthode permettant d'élever la fréquence f consiste à faire fonctionner le laser en régime de *décharge de la cavité*. La valeur des fréquences f réalisées en ce régime n'est en fait limitée *d'en haut* que par la vitesse d'accumulation du rayonnement dans la cavité (le temps d'accumulation correspond au temps de quelques traversées de la cavité par le rayonnement). Comme il a été indiqué précédemment, pour une puissance de sortie moyenne égale à la puissance maximale de l'oscillation continue, les fréquences f se trouvent limitées *d'en bas*: elles doivent satisfaire à l'inégalité $f > 100$ kHz [55, 56]. Le fait est qu'aux basses fréquences de répétition des impulsions, la nécessité de conserver la puissance de sortie moyenne conduit à la nécessité de sortir de la cavité un nombre extraordinairement grand de photons par impulsion; l'inversion

de populations des niveaux des transitions laser peut donc tomber au-dessous du seuil d'oscillation.

Les caractéristiques typiques du régime de décharge de la cavité sont : la fréquence de répétition des impulsions $f \approx 100$ kHz à 10 MHz, la durée de l'impulsion $t_1 \approx 10$ à 100 ns, la puissance de sortie moyenne $P_{moy} \approx 1$ à 10 W.

La fig. 3.7 montre la courbe traduisant la variation en fonction de la fréquence du rapport P_{moy}/P_0, où P_0 est la puissance maximale de l'oscillation continue [55]. On y a délimité trois régions : *1*, la région de fréquences réalisées en régime de modulation de qualité de la cavité ($f \lesssim 50$ kHz) ; *2*, la région réalisée en régime de décharge de la cavité (100 kHz $\lesssim f \lesssim$ 10 MHz) ; *3*, la région située entre la fréquence maximale du régime de modulation de qualité et la fréquence minimale du régime de décharge de la cavité. Dans la région 3, les deux régimes considérés sont en général instables.

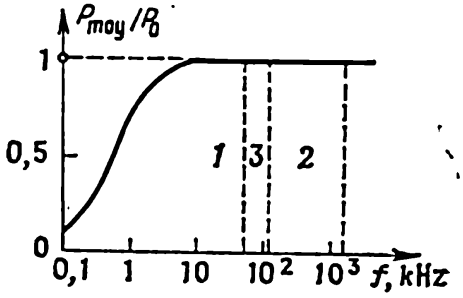


Fig. 3.7

Une oscillation stable dans la région *3* peut être obtenue en utilisant une modulation plus profonde de charge (qui assure une décharge plus efficace de la cavité pendant l'émission d'une seule impulsion) [57]. D'un autre côté, comme cela a été dit plus haut, en « coupant » l'impulsion, on peut également rendre stable le fonctionnement dans la région considérée en régime de modulation de qualité de la cavité résonnante.

Utilisation de la rétroaction négative pour l'obtention d'impulsions microseconde. — Indiquons, à titre de modifications du régime de modulation de qualité de la cavité d'un laser à pompage par impulsions, les régimes d'oscillation où on utilise la *rétroaction négative* [1] pour commander la durée et la forme de l'impulsion lumineuse géante. La rétroaction négative exerce un effet retardateur sur le développement de l'émission induite qui prend naissance au déclenchement de la cavité. Il en résulte que le processus de destruction de l'inversion de populations du milieu actif (et donc le processus de formation de l'impulsion de sortie) se déroule pendant un temps *plus long*. On arrive dans ce cas à augmenter la durée de l'impulsion lumineuse d'environ deux ordres de grandeur : au lieu de plusieurs dizaines de nanosecondes on obtient quelques microsecondes (l'énergie de l'impulsion devient dans ce cas plusieurs fois plus petite).

---

[1] On dit que la rétroaction est *négative* si les pertes augmentent avec la croissance de l'intensité du rayonnement.

La rétroaction négative utilisée pour augmenter la durée de l'impulsion géante peut être réalisée par divers procédés [65]. Dans le procédé *électro-optique*, la modulation de qualité s'obtient au moyen d'un interrupteur électro-optique dont la transparence varie sous l'action tant de la tension de modulation qui déclenche l'interrupteur que sous celle du *signal de rétroaction* proportionnel à l'intensité du rayonnement à l'intérieur de la cavité. Lorsque l'interrupteur « s'ouvre », l'intensité du rayonnement de sortie commence à croître. Par conséquent l'intensité du signal de rétroaction commence à croître elle aussi. Il en résulte une diminution de la transparence de l'interrupteur électro-optique, ce qui conduit au freinage du développement de l'impulsion lumineuse. La durée de l'impulsion augmente avec la croissance de la sensibilité du photorécepteur placé dans le circuit de rétroaction (avec l'augmentation du rapport de l'intensité du signal de rétroaction à l'intensité du rayonnement de sortie tombant sur le photorécepteur) ainsi qu'avec la diminution de la vitesse de déclenchement de qualité de la cavité.

La rétroaction négative peut également s'obtenir au moyen d'éléments *non linéaires* placés à l'intérieur de la cavité résonnante. Les pertes non linéaires dans de tels lasers peuvent avoir pour origine divers phénomènes optiques non linéaires : l'absorption à deux photons de la lumière, la génération du deuxième harmonique, la diffusion Raman stimulée de la lumière [65]. Considérons à titre d'exemple l'*absorption à deux photons* de la lumière dans un semi-conducteur.

Supposons qu'à l'intérieur de la cavité résonnante est placée une plaque semi-conductrice dont la largeur de la bande interdite ΔE satisfait à la condition $\hbar\omega < \Delta E < 2\hbar\omega$, où ω est la fréquence de la transition laser dans le milieu actif. Cette condition est remplie par exemple pour CdS dans le cas du laser à rubis et pour CdSe et GaAs dans le cas des lasers à néodyme. Déclenchons le laser à l'aide de l'interrupteur optique : l'intensité du rayonnement produit dans l'élément actif commencera à croître. Au fur et à mesure que l'intensité du rayonnement croîtra, la probabilité de l'absorption à deux photons de ce rayonnement dans la plaque semi-conductrice croîtra elle aussi ; autrement dit, la transparence de la plaque au rayonnement produit *diminuera*. Plus forte sera l'absorption de la lumière par le semi-conducteur, plus fortement sera freinée la croissance de la densité des photons dans la cavité résonnante et donc plus fortement sera ralentie la croissance de la probabilité des transitions stimulées. Il en résultera un étalement dans le temps des processus de destruction de l'inversion de populations du milieu actif et de formation de l'impulsion lumineuse. La durée de l'impulsion émise par le laser augmente lorsque la vitesse de déclenchement diminue et l'énergie de l'impulsion de pompage augmente.

Mentionnons pour terminer que l'introduction de la rétroaction négative peut rendre *plus stables* les paramètres du laser. Dès 1962

la rétroaction négative électro-optique est utilisée pour le lissage de la structure de picots du rayonnement émis par un laser à rubis [66]. A cette fin, on utilise également des absorbants non linéaires dont les pertes croissent avec l'intensité du rayonnement (v. par exemple [67]). Les études de la génération du deuxième harmonique à l'intérieur de la cavité des lasers à grenat au néodyme montrent que l'introduction de la rétroaction par génération du deuxième harmonique a pour effet une brusque réduction de la sensibilité du rayonnement de sortie à la faible modulation de pertes; il se peut dans ce cas que la caractéristique phase-fréquence du laser devienne plus lisse [68].

§ 3.2. ÉQUATIONS APPROCHÉES POUR LA DESCRIPTION DE LA DYNAMIQUE DES PROCESSUS DANS LES LASERS (ÉQUATIONS DU BILAN)

En première approximation, la dynamique des processus peut se décrire à l'aide des *équations* dites *du bilan*. De telles équations ont été déjà utilisées précédemment lors de l'étude des populations des niveaux des transitions laser dans les conditions stationnaires (v. §§ 1.1, 1.2). Le système d'équations du bilan permet de déterminer la variation en fonction du temps de la densité d'inversion de populations des niveaux des transitions laser et de la puissance du rayonnement émis.

Equation différentielle pour la densité de flux lumineux. — Considérons une situation *à une dimension*, c'est-à-dire le cas où le rayonnement est monochromatique et se propage dans le milieu actif le long de l'axe z (le long de l'axe optique du laser). Désignons la *densité du flux lumineux* par $S_+(z, t)$ lorsqu'il se propage dans le sens des z positifs et par $S_-(z, t)$ lorsqu'il se propage en sens inverse. Considérons l'accroissement ΔS_+ du flux S_+ lors de sa propagation d'un point z à un point $z + \Delta z$. La loi différentielle de Bouguer permet d'écrire

$$\Delta S_+ = [\varkappa(z, t)] - \eta_1)] S_+(z, t)\,\Delta z + q(z, t)\,\Delta z. \qquad (3.2.1)$$

La relation (3.2.1) montre que l'accroissement subi par le flux sur le trajet du point z au point $z + \Delta z$ comporte trois termes:

$\varkappa(z, t) S_+(z, t)\,\Delta z$ qui exprime l'accroissement de la densité de flux, dû à l'amplification du rayonnement par les centres actifs (rappelons que $\varkappa(z, t)$ est le gain d'amplification du milieu actif);

$-\eta_1 S_+(z, t)\,\Delta z$ dui traduit la diminution de la densité de flux, due à l'absorption par les centres non actifs et à la diffusion du rayonnement (η_1 est le coefficient de pertes nuisibles);

$q(z, t)\,\Delta z$ qui donne l'accroissement de la densité de flux, dû à la luminescence (aux processus d'émission spontanée).

Souvent on néglige le dernier terme par suite de sa petitesse relative et on se sert d'une équation plus simple

$$\Delta S_+ = [\varkappa(z, t) - \eta_1]\, S_+(z, t)\,\Delta z. \tag{3.2.2}$$

Pour se propager du point z au point $z + \Delta z$, le flux met un temps $\Delta t = \Delta z/v$, où v est la vitesse de propagation de la lumière dans le milieu actif. Ainsi, $\Delta S_+ = S_+(z + \Delta z, t + \Delta t) - S_+(z, t)$. L'accroissement de la densité de flux est dû à deux causes: la variation de la densité de flux avec la distance et la variation de cette densité au cours du temps. La première cause fait apparaître dans l'expression de ΔS_+ le terme $\frac{\partial S_+}{\partial z}\Delta z$, et la seconde le terme $\frac{\partial S_+}{\partial t}\frac{\Delta t}{\Delta z}\Delta z = \frac{1}{v}\frac{\partial S_+}{\partial t}\Delta z$. Ainsi on peut écrire

$$\Delta S_+ = S_+(z + \Delta z, t + \Delta t) - S_+(z, t) = \left(\frac{\partial S_+}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial S_+}{\partial t}\right)\Delta z. \tag{3.2.3}$$

En tenant compte de (3.2.3), récrivons (3.2.2) sous la forme

$$\frac{\partial S_+}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial S_+}{\partial t} = [\varkappa(z, t) - \eta_1]\, S_+(z, t). \tag{3.2.4}$$

Désignons par σ la section efficace de la transition stimulée dans le canal d'oscillation. Conformément à (1.1.3) écrivons

$$\varkappa(z, t) = \sigma N(z, t), \tag{3.2.5}$$

où $N(z, t)$ est la densité d'inversion de populations des niveaux des transitions laser. L'équation différentielle (3.2.4) pour la densité S_+ du flux lumineux prend alors la forme suivante

$$\frac{\partial S_+}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial S_+}{\partial t} = [\sigma N(z, t) - \eta_1]\, S_+(z, t). \tag{3.2.6a}$$

L'équation différentielle pour la densité S_- a une forme analogue:

$$-\frac{\partial S_-}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial S_-}{\partial t} = [\sigma N(z, t) - \eta_1]\, S_-(z, t). \tag{3.2.6b}$$

Les équations (3.2.6) contiennent trois fonctions inconnues: $S_+(z, t)$, $S_-(z, t)$, $N(z, t)$. Proposons-nous maintenant d'établir une troisième équation qui manque.

Equations différentielles pour la densité d'inversion de populations (lasers à trois et à quatre niveaux). — Reportons-nous au schéma *à trois niveaux* représenté sur la fig. 3.8. Les désignations utilisées dans ce schéma sont: w, la probabilité de transitions stimulées dans le canal d'oscillation (canal *2-1*); w_p, la probabilité de transitions stimulées dans le canal *1-3* (probabilité des transitions induites par le rayonnement de pompage); $1/\tau$, la probabilité de transitions spontanées dans le canal d'oscillation; $1/\tau_{31}$ et $1/\tau_{32}$, les probabilités de transitions spontanées dans les canaux *1-3* et *2-3* respectivement (toutes les probabilités sont celles par unité de temps).

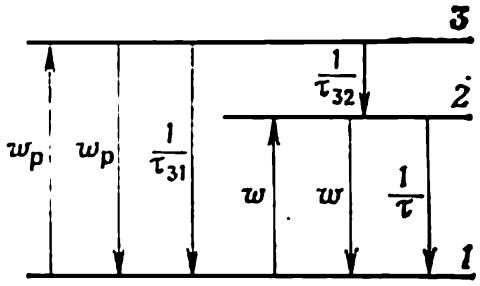


Fig. 3.8

Désignons par $n_i(z, t)$ la densité de population du i-ième niveau et par n' le nombre total de centres actifs par unité de volume. Les *équations du bilan* pour les populations n_1, n_2 et n_3 ont la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial n_1}{\partial t} &= w(n_2 - n_1) - w_p(n_1 - n_3) + \frac{n_2}{\tau} + \frac{n_3}{\tau_{31}};\\
\frac{\partial n_2}{\partial t} &= -w(n_2 - n_1) + \frac{n_3}{\tau_{32}} - \frac{n_2}{\tau};\\
\frac{\partial n_3}{\partial t} &= w_p(n_1 - n_3) - \frac{n_3}{\tau_{32}} - \frac{n_3}{\tau_{31}}
\end{aligned}\right\} \qquad (3.2.7)$$

(remarquons que $\partial n_1/\partial t + \partial n_2/\partial t + \partial n_3/\partial t = 0$, ce qui est parfaitement naturel parce que la somme $n_1 + n_2 + n_3 = n'$ ne dépend pas du temps). En soustrayant membre à membre la première équation (3.2.7) de la deuxième, on obtient

$$\frac{\partial(n_2 - n_1)}{\partial t} = -2w(n_2 - n_1) + w_p(n_1 - n_3) - \\ -2\frac{n_2}{\tau} + n_3\left(\frac{1}{\tau_{32}} - \frac{1}{\tau_{31}}\right). \qquad (3.2.8)$$

Puis, utilisons une *simplification* dite *à deux niveaux*: supposons qu'au niveau *3* les centres actifs ne s'accumulent pratiquement pas (en arrivant au niveau *3* ils le quittent rapidement en passant principalement au niveau *2*). Ceci signifie la réalisation des conditions

$$n_3 \ll n_1; \quad \partial n_3/\partial t \approx 0; \quad \tau_{32} \ll \tau_{31}. \qquad (3.2.9)$$

Lorsque ces conditions sont satisfaites, le schéma à trois niveaux devient semblable au schéma à deux niveaux (dans ce cas $\partial n_2/\partial t \approx \approx -\partial n_1/\partial t$).

En utilisant (3.2.9), mettons la troisième des équations (3.2.7) sous la forme

$$w_p n_1 = n_3/\tau_{32}. \qquad (3.2.10)$$

Compte tenu de (3.2.9) et (3.2.10), récrivons (3.2.8) sous la forme

$$\partial (n_2 - n_1)/\partial t = -2w (n_2 - n_1) + 2w_p n_1 - 2n_2/\tau. \qquad (3.2.11)$$

Nous supposerons que

$$N = n_2 - n_1. \qquad (3.2.12)\ ^{(1)}$$

En tenant compte que $n_3 \ll n_1$, on peut poser $n_1 + n_2 = n'$ et donc $n_1 = (n' - N)/2$; $n_2 = (n' + N)/2$. L'équation (3.2.11) prend alors la forme

$$\partial N/\partial t = -2wN + w_p (n' - N) - (n' + N)/\tau$$

ou finalement

$$\partial N/\partial t = -(w_p + 2w + \tau^{-1}) N + n' (w_p - \tau^{-1}). \qquad (3.2.13)$$

Reportons-nous maintenant au schéma *à quatre niveaux* dans lequel le pompage optique s'effectue dans le canal *0-3* et l'oscillation dans le canal *2-1*. De même que dans le schéma à trois niveaux nous utiliserons la simplification à deux niveaux en supposant qu'après l'arrivée au niveau *3* les centres actifs passent rapidement au niveau *2*. Nous supposerons en outre que le niveau inférieur *1* de la transition laser se vide rapidement (la vitesse de la transition $1 \to 0$ est suffisamment grande). Dans le cadre d'une telle hypothèse simplificatrice il n'est pas difficile d'obtenir pour la densité d'inversion de populations N (dans le cas considéré $N = n_2 - n_1 \approx n_2$) l'équation différentielle suivante [2]:

$$\partial N/\partial t = -(w_p + w + \tau^{-1}) N (z, t) + n' w_p. \qquad (3.2.14)$$

Ici, w et w_p sont les probabilités des transitions stimulées dans les canaux d'oscillation et de pompage respectivement; $1/\tau$ est la probabilité de transitions spontanées dans le canal d'oscillation.

Système complet d'équations du bilan aux dérivées partielles. — Rappelons que la section efficace σ d'un processus est égale à la probabilité w de ce processus par unité de temps divisée par la densité I des photons qui stimulent ce processus:

$$\sigma = w/I. \qquad (3.2.15)$$

---

(1) Nous supposons pour simplifier que les multiplicités de dégénérescence des niveaux des transitions laser sont identiques ($g_2/g_1 = 1$). Il s'ensuit en particulier que les coefficients d'Einstein (de même que les sections efficaces) sont égaux pour les deux transitions stimulées dans le canal d'oscillation: l'émission induite et l'absorption résonnante par les centres actifs.

(2) L'établissement de l'équation (3.2.14) repose sur les mêmes raisonnements que ceux utilisés lors de l'établissement de l'équation (3.2.13). Sa démonstration est donnée par exemple dans [1].

puisque $I = (S_+ + S_-)/\hbar\omega$, où $\hbar\omega$ est l'énergie d'un photon, on a

$$\sigma = w\hbar\omega/(S_+ + S_-). \qquad (3.2.16)$$

Puis, en tenant compte que $w = B\,(S_+ + S_-)/v$, où B est le coefficient d'Einstein de transitions stimulées dans le canal d'oscillation, on obtient à partir de (3.2.16) l'expression, déjà connue du lecteur (v. § 2.1), pour la section efficace σ:

$$\sigma = B\hbar\omega/v. \qquad (3.2.17)$$

En réunissant les équations (3.2.6) et (3.2.13) et en tenant compte de (3.2.16), on obtient un *système complet d'équations du bilan pour un laser à trois niveaux* (dans le cadre de la simplification à deux niveaux):

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\partial S_+}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial S_+}{\partial t} = [\sigma N(z,\ t) - \eta_1]\, S_+(z,\ t);\\ &-\frac{\partial S_-}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial S_-}{\partial t} = [\sigma N(z,\ t) - \eta_1]\, S_-(z,\ t);\\ &\frac{\partial N}{\partial t} = -\left[w_{\text{p}} + \frac{2\sigma}{\hbar\omega}(S_+ + S_-) + \frac{1}{\tau}\right] N + n'\left(w_{\text{p}} - \frac{1}{\tau}\right)\end{aligned}} \qquad (3.2.18)$$

Dans le cas d'un *laser à quatre niveaux*, la dernière équation du système (3.2.18) doit être remplacée par l'équation

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\left[w_{\text{p}} + \frac{\sigma}{\hbar\omega}(S_+ + S_-) + \frac{1}{\tau}\right] N + n' w_{\text{p}}. \qquad (3.2.19)$$

Indiquons les conditions aux limites pour les fonctions S_+ et S_-. A cet effet, reportons-nous à la fig. 3.9 qui représente schématiquement un élément actif de longueur L dont les faces terminales ont été soumises à un traitement spécial; les coefficients de réflexion des faces terminales sont R_1 (pour $z = 0$) et R_2 (pour $z = L$). Les conditions aux limites revêtent la forme suivante:

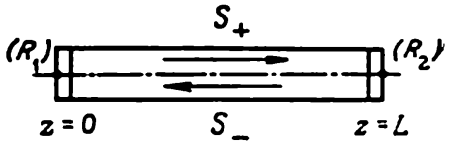


Fig. 3.9

$$S_+(0,\ t) = R_1 S_-(0,\ t);$$
$$S_-(L,\ t) = R_2 S_+(L,\ t). \qquad (3.2.20)$$

Equations du bilan moyennées (équations de vitesse). — En utilisant les équations du bilan on procède encore à une simplification. Celle-ci est liée à ce que les densités d'inversion de populations et les densités de flux lumineux sont ramenées *à leurs moyennes* sur la longueur du milieu actif (plus exactement sur la longueur de la cavité résonnante). Posons au préalable

$$S_+ + S_- = S; \quad S_+ - S_- = S'. \qquad (3.2.21)$$

En additionnat membre à membre les deux premières équations (3.2.18) et en tenant compte de (3.2.21), on obtient

$$\partial S'/\partial z + v^{-1}\partial S/\partial t = [\sigma N(z, t) - \eta_1] S(z, t).$$

Intégrons cette égalité sur la longueur du milieu actif, il vient

$$S'(L, t) - S'(0, t) + \frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^L S(z, t)\,dz =$$

$$= \sigma \int_0^L N(z, t) S(z, t)\,dz - \eta_1 \int_0^L S(z, t)\,dz. \qquad (3.2.22)$$

En utilisant le signe $\langle \ldots \rangle$ pour désigner les fonctions moyennées ($\langle f \rangle = \frac{1}{L}\int_0^L f(z, t)\,dz$), récrivons (3.2.22) sous la forme

$$S'(L) - S'(0) + (L/v)\, d\langle S \rangle/dt = \sigma L \langle NS \rangle - \eta_1 L \langle S \rangle. \qquad (3.2.23)$$

En faisant des moyennes, on supposait que les propriétés du milieu actif étaient invariables suivant la direction dans l'espace si bien que ni σ, ni η_1 ne dépendent de la coordonnée z.

On montre (v. par exemple [1]) que pour l'étude des situations réelles on peut admettre, avec une approximation suffisante pour la pratique, la relation approchée suivante:

$$\langle NS \rangle \approx \langle N \rangle \langle S \rangle. \qquad (3.2.24)$$

Compte tenu de (3.2.24) mettons l'équation (3.2.23) sous la forme

$$S'(L) - S'(0) + (L/v)\, d\langle S \rangle/dt = L(\sigma \langle N \rangle - \eta_1) \langle S \rangle. \qquad (3.2.25)$$

Il n'est pas difficile de voir que la densité du flux lumineux sortant de la cavité (S_{sor}) a pour valeur

$$S_{sor} = [S_+(L) - S_-(L)] + [S_-(0) - S_+(0)] = S'(L) - S'(0). \qquad (3.2.26)$$

En faisant usage du coefficient de pertes utiles η_2 (v. § 2.1), on peut représenter S_{sor} sous la forme

$$S_{sor} = L \langle S \rangle \eta_2, \qquad (3.2.27)$$

où, rappelons-le,

$$\eta_2 = (1/2L) \ln (1/R_1R_2). \qquad (3.2.28)$$

Le rapprochement entre (3.2.27) et (3.2.26) donne

$$S'(L) - S'(0) = L \langle S \rangle \eta_2,$$

ce qui permet de récrire l'équation (3.2.25) sous la forme

$$(L/v)\, d\langle S \rangle/dt = L\sigma \langle S \rangle \langle N \rangle - L(\eta_1 + \eta_2) \langle S \rangle. \qquad (3.2.29)$$

Ainsi, le passage aux valeurs *moyennées sur la longueur du milieu actif* permet de simplifier considérablement le système d'équations du bilan. Au lieu du système de *trois* équations différentielles aux dérivées partielles nous avons maintenant un système de *deux* équations moyennées:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{v}\frac{d}{dt}\langle S\rangle = \sigma\langle S\rangle\langle N\rangle - (\eta_1+\eta_2)\langle S\rangle; \\ &\frac{d}{dt}\langle N\rangle = -\frac{2\sigma}{\hbar\omega}\langle S\rangle\langle N\rangle - \left(w_p+\frac{1}{\tau}\right)\langle N\rangle + n'\left(w_p-\frac{1}{\tau}\right). \end{aligned}\right\} \tag{3.2.30}$$

Les équations moyennées du bilan sont également appelées équations *de vitesse*.

Dans ce qui suit nous n'utiliserons en règle générale que des équations moyennées du bilan si bien que le signe $\langle\ldots\rangle$ peut être omis; en considérant les fonctions du temps intervenant dans les équations du bilan, nous supposerons que toutes les quantités sont déjà prises en valeurs moyennes dans l'espace. Compte tenu de cette remarque et en introduisant la désignation

$$K = w_p\tau, \tag{3.2.31}$$

récrivons le système d'équations du bilan (3.2.30) d'un laser *à trois niveaux* sous la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{v}\frac{d}{dt}S = \sigma S(t)N(t) - (\eta_1+\eta_2)S(t); \\ &\frac{d}{dt}N = -\frac{2\sigma}{\hbar\omega}S(t)N(t) - \frac{N(t)}{\tau}(K+1) + \frac{n'}{\tau}(K-1). \end{aligned}\right\} \tag{3.2.32}$$

Pour un laser *à quatre niveaux*, la deuxième équation du système (3.2.32) doit être remplacée par l'équation

$$\frac{d}{dt}N = -\frac{\sigma}{\hbar\omega}S(t)N(t) - \frac{N(t)}{\tau}(K+1) + \frac{n'}{\tau}K. \tag{3.2.33}$$

Equations de Statz et De Mars. — Le système d'équations moyennées du bilan (3.2.32) a été obtenu avec certaines hypothèses sur le schéma des niveaux du centre actif. Sous une forme *plus générale* (indépendante du choix d'un schéma concret des niveaux) les équations du bilan ont été établies dès 1960 par Statz et De Mars [69]. Le *système d'équations de Statz et De Mars* se présente sous la forme suivante:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{d}{dt}M = B'M(t)N(t) - \frac{M(t)}{T}; \\ &\frac{d}{dt}N = -\beta B'M(t)N(t) + \frac{N_0-N(t)}{T_1} \end{aligned}}. \tag{3.2.34}$$

Les fonctions inconnues sont ici la *densité d'inversion de populations* $N(t)$ (de même que dans (3.2.32)) et la *densité de nombre de photons* $M(t)$ à la fréquence émise. La quantité $M(t)$ est facile à exprimer par la densité de flux lumineux $S(t)$. En effet, en divisant $S(t)$ par la vitesse v de propagation du rayonnement, on obtient la densité de rayonnement; puis, en la divisant par l'énergie du photon $\hbar\omega$, on obtient la densité de nombre de photons $M(t)$. Ainsi on a

$$M(t) = S(t)/v\hbar\omega. \tag{3.2.35}$$

Les équations de Statz et De Mars font intervenir les constantes suivantes: $B' = B\hbar\omega$, le coefficient d'Einstein de transitions stimulées dans le canal d'oscillation multiplié par l'énergie du photon; T, la durée de vie d'un photon dans la cavité résonnante définie par l'ensemble des pertes nuisibles et utiles (suivant (2.3.10) ce temps s'exprime par le coefficient de surtension de la cavité résonnante: $T = Q/\omega$); T_1, le temps de *relaxation longitudinale* (relaxation de la différence d'inversion de populations des niveaux) [1]; $1/T_1$, la probabilité de variation de la différence d'inversion de populations des niveaux par suite des processus de relaxation; β, un nombre entier décrivant la variation de la différence d'inversion de populations des niveaux des transitions laser en cas d'émission d'un photon; N_0, la densité d'équilibre d'inversion de populations en l'absence d'oscillation (le sens physique de ce paramètre sera discuté en détail plus loin).

Les équations de Statz et De Mars comportent une interprétation physique bien suggestive. La *première équation* signifie que la densité de photons dans la cavité résonnante *croît* par suite des transitions stimulées dans le canal d'oscillation (du fait que l'émission induite l'emporte sur l'absorption résonnante) et *décroît* par suite des pertes existant à l'intérieur de la cavité. La *vitesse de croissance* est égale au produit de la densité d'inversion de populations N par la probabilité par unité de temps w de transitions stimulées. Compte tenu de (3.2.35) on a $w = BS/v = B\hbar\omega M = B'M$ et donc la vitesse considérée est égale à $wN = B'MN$, ce qui traduit la première équation de Statz et De Mars. Quant à la *vitesse de décroissance* de la densité de nombre de photons, elle est égale à M/T, c'est-à-dire est inversement proportionnelle au coefficient de surtension de la cavité résonnante. Remarquons que la quantité $1/T$ s'exprime aisément par les coefficients de pertes nuisibles et utiles:

$$1/T = v(\eta_1 + \eta_2). \tag{3.2.36}$$

La *seconde équation* de Statz et De Mars traduit le fait que la densité d'inversion de populations *décroît* au cours de l'émission

[1] Pour les relaxations longitudinale et transversale, voir par exemple [70], § 5.7.

induite et *croît* grâce à la prédominance de l'effet de pompage sur l'effet de vidange du niveau supérieur de la transition laser par suite des processus de relaxation. La vitesse de décroissance est égale à $\beta B'MN$ et la vitesse de croissance à $(N_0 - N)/T_1$.

Le paramètre N_0 qui a été appelé plus haut densité d'équilibre d'inversion de populations en l'absence d'oscillation mérite d'être examiné plus en détail. Supposons qu'on a réalisé des conditions rendant impossible l'oscillation du laser (par exemple, on a désaligné la cavité résonnante). Supposons également que dans ces conditions fonctionne un dispositif de pompage de puissance constante. Si les processus de relaxation n'intervenaient pas (si le vidange des niveaux par émission spontanée ne se produisait pas), la densité d'inversion de populations N devrait, dans une telle situation, croître jusqu'à ce que tous les centres actifs passent au niveau supérieur de la transition laser ($N = n'$). Or, les processus de relaxation se produisent de façon permanente; de ce fait la fonction croissante $N(t)$ tendra vers une certaine valeur constante (inférieure à n') pour laquelle l'effet de croissance de N due au pompage et l'effet de décroissance de N par suite des processus de relaxation *se compensent* exactement. C'est cette valeur de la densité d'inversion de populations qu'on prend pour N_0. Soulignons que la valeur de N_0 pour laquelle a lieu cette compensation est d'autant plus grande que la puissance de pompage est plus élevée. C'est pour cette raison que l'on donne à N_0 aussi le nom de *paramètre de pompage*.

Remarquons que la deuxième équation de Statz et De Mars possède, comme il est facile de le voir, la solution $N = N_0$ si l'on y pose $M = 0$ (absence d'oscillation) et $dN/dt = 0$ (le pompage et les processus de relaxation se neutralisent mutuellement).

Au lieu de $M(t)$ et $N(t)$ on préfère parfois (v. par exemple [54, 59, 68]) faire usage des fonctions $F(t) = \hbar\omega M(t)$ et $N'(t) = \hbar\omega N(t)$. Ces fonctions décrivent la densité d'énergie de rayonnement (à la fréquence d'émission) emmagasinée respectivement dans le champ à l'intérieur de la cavité résonnante et dans les centres actifs inversés. Dans ce cas le système d'équations de Statz et De Mars (3.2.34) s'écrit sous la forme

$$\left.\begin{aligned} dF/dt &= BF(t)N'(t) - \xi F(t); \\ dN'/dt &= R - \lambda N'(t) - \beta BF(t)N'(t). \end{aligned}\right\} \qquad (3.2.34a)$$

Ici, $\xi = 1/T$; $\lambda = 1/T_1$; $R = N_0\hbar\omega/T_1$.

Comparaison des équations de Statz et De Mars et du système d'équations du bilan moyennées. — Comparons les équations de Statz et De Mars au système d'équations du bilan (3.2.32). En utilisant les relations (3.2.17), (3.2.35), (3.2.36) et la relation $B' =$

$= B\hbar\omega$, récrivons les équations de Statz et De Mars (3.2.34) sous la forme

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt} S &= v\sigma S(t) N(t) - v(\eta_1 + \eta_2) S(t); \\ \frac{d}{dt} N &= -\beta \frac{\sigma}{\hbar\omega} S(t) N(t) - \frac{N(t)}{T_1} + \frac{N_0}{T_1}. \end{aligned}\right\} \quad (3.2.37)$$

La première équation du système (3.2.37) *coïncide* avec la première équation du système (3.2.32). Les deuxièmes équations de ces systèmes sont un peu différentes du fait que le système (3.2.32) tient compte d'un schéma concret des niveaux des transitions laser (en l'occurrence du schéma à trois niveaux). La comparaison des deuxièmes équations des systèmes (3.2.37) et (3.2.32) donne pour un laser *à trois niveaux*

$$\beta = 2; \quad T_1 = \tau/(K+1); \quad N_0 = n'(K-1)/(K+1). \quad (3.2.38)$$

La comparaison de la deuxième équation du système (3.2.37) et de l'équation (3.2.33) permet d'obtenir un résultat analogue pour un laser *à quatre niveaux*

$$\beta = 1; \quad T_1 = \tau/(K+1); \quad N_0 = n'K/(K+1). \quad (3.2.39)$$

Expliquons les résultats obtenus pour β et T_1. Le niveau inférieur de la transition laser étant dans le schéma à trois niveaux (le niveau *1*) à la fois le niveau fondamental, la naissance de photons dans le canal *2-1* aura pour résultat une diminution de la différence de populations des niveaux des transitions laser non seulement par suite de la diminution de la population du niveau supérieur mais également par suite de l'augmentation de la population du niveau inférieur; ainsi, la naissance d'un photon devra réduire la différence de populations de 2 (c'est pourquoi $\beta=2$). Quant au schéma à quatre niveaux, la réduction de la différence de populations des niveaux des transitions laser s'y produit seulement par suite de la diminution de la population du niveau supérieur parce que les centres actifs tombant sur le niveau inférieur de la transition laser passent rapidement au niveau fondamental; c'est pourquoi on a ici $\beta = 1$.

Le résultat obtenu pour le temps de relaxation longitudinale T_1 devient facile à saisir si on le récrit sous la forme

$$1/T_1 = (K+1)/\tau = w_p + 1/\tau.$$

On voit que la probabilité totale de relaxation $1/T_1$ est la somme de la probabilité de pompage et de la probabilité de relaxation dans le canal d'oscillation.

La fonction $N_0(K)$ définie par les relations (3.2.38) et (3.2.39) est représentée graphiquement sur la fig. 3.10; la courbe *1* se rapporte

au laser à trois niveaux, et la courbe *2* au laser à quatre niveaux. Cette figure montre bien la croissance du paramètre de pompage N_0 avec la croissance de la puissance de pompage (plus exactement, avec la croissance de la quantité $K = w_p\tau$).

Valeur de seuil de la densité d'inversion de populations et condition d'accrochage. — La valeur de seuil de la densité d'inversion de populations (nous la désignerons par N_{seuil}), qui fait naître l'oscillation, se définit à partir de la condition physiquement évidente

$$dM/dt > 0.$$

En utilisant la première des équations (3.2.34), on obtient

$$N > 1/B'T \qquad (3.2.40)$$

et donc

$$N_{seuil} = 1/B'T = 1/B\hbar\omega T. \qquad (3.2.41)$$

Puisque, comme il est indiqué précédemment, $T = Q/\omega$, la relation (3.2.41) peut s'écrire sous la forme

$$N_{seuil} = 1/B\hbar Q. \qquad (3.2.42)$$

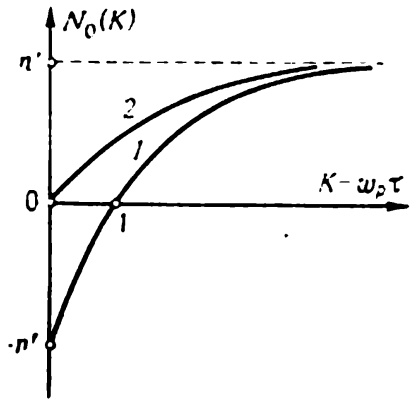


Fig. 10.3

On voit que la valeur de seuil de la densité d'inversion de populations est inversement proportionnelle au coefficient de surtension de la cavité résonnante.

Compte tenu de (3.2.17) et (3.2.36), l'expression (3.2.41) donnant la valeur de seuil de la densité d'inversion de populations peut également se mettre sous la forme suivante:

$$N_{seuil} = (\eta_1 + \eta_2)/\sigma. \qquad (3.2.43)$$

Pour obtenir l'oscillation, il faut que la valeur de seuil de la densité d'inversion de populations n'excède pas la valeur de N_0 pour la puissance de pompage donnée. Ceci signifie que la *condition d'oscillation* (*condition d'accrochage du laser*) peut se présenter sous la forme

$$\boxed{N_0 > N_{seuil}} \qquad (3.2.44)$$

ou encore, compte tenu de (3.2.43),

$$\sigma N_0 > (\eta_1 + \eta_2). \qquad (3.2.45)$$

Remarquons que la condition (3.2.45) s'est déjà rencontrée précédemment ; nous avons en vue la condition (2.1.10) utilisée au § 2.1 :

$$\varkappa_0 > (\eta_1 + \eta_2)$$

(c'est la condition imposée au gain initial $\varkappa_0$ qui doit être supérieur au niveau de pertes défini par la somme des pertes nuisibles et utiles). L'inégalité (3.2.45) s'accorde avec (2.1.10) si l'on présente, conformément à (2.1.2), le gain initial $\varkappa_0$ sous la forme [1]

$$\varkappa_0 = \sigma N_0. \tag{3.2.46}$$

Pour un laser *à trois niveaux*, la condition d'accrochage (3.2.45) peut s'écrire, compte tenu de (3.2.38), sous forme de l'inégalité

$$\sigma n' \, (K - 1)/(K + 1) > (\eta_1 + \eta_2) \tag{3.2.47}$$

ou encore

$$K > [\sigma n' + (\eta_1 + \eta_2)]/[\sigma n' - (\eta_1 + \eta_2)]. \tag{3.2.48}$$

On en tire la valeur *de seuil* pour la probabilité w_p (qui caractérise la valeur de seuil de la puissance de pompage) :

$$w_{p\,\text{seuil}} = \frac{K_{\text{seuil}}}{\tau} = \frac{\sigma n' + (\eta_1 + \eta_2)}{\tau\,[\sigma n' - (\eta_1 + \eta_2)]}. \tag{3.2.49}$$

En faisant usage de la relation (3.2.39), écrivons la condition d'accrochage (3.2.45) relativement à un laser *à quatre niveaux* :

$$\sigma n' K/(K + 1) > (\eta_1 + \eta_2)$$

ou encore

$$K > (\eta_1 + \eta_2)/[\sigma n' - (\eta_1 + \eta_2)]. \tag{3.2.50}$$

La valeur *de seuil* pour la probabilité w_p a dans ce cas pour expression

$$w_{p\,\text{seuil}} = \frac{K_{\text{seuil}}}{\tau} = \frac{\eta_1 + \eta_2}{\tau\,[\sigma n' - (\eta_1 + \eta_2)]}. \tag{3.2.51}$$

La comparaison des (3.2.49) et (3.2.51) montre que le seuil suivant le pompage est plus bas pour le schéma à quatre niveaux que pour le schéma à trois niveaux (à condition que les valeurs des paramètres σ, τ, n', η_1, η_2 soient les mêmes dans les deux cas).

Forme adimensionnée des équations de Statz et De Mars. — Souvent on écrit les équations de Statz et De Mars sous une forme qui

[1] En utilisant (3.2.38) et en tenant compte des caractères spécifiques de la « simplification à deux niveaux », il n'est pas difficile d'obtenir à partir de (3.2.46) l'expression (2.1.13) donnant le gain initial.

utilise uniquement des grandeurs *adimensionnées*, à savoir :

$$\left.\begin{array}{ll} t' = t/T_1 & \text{le temps adimensionné} \\ m(t') = \beta B' T_1 M(t'T_1) & \text{l'intensité de champ adimensionné} \\ n(t') = N(t'T_1)/N_{\text{seuil}} \; (n = B'TN) & \text{le rapport de la densité d'inversion de populations à sa valeur de seuil} \\ \alpha = B'TN_0 = N_0/N_{\text{seuil}} & \text{le paramètre de pompage adimensionné} \\ G = T_1/T & \text{le rapport du temps de relaxation de la différence de populations à la durée de vie du photon dans la cavité résonnante} \end{array}\right\} \quad (3.2.52)$$

Il est aisé de s'assurer qu'avec des grandeurs adimensionnées le équations de Statz et De Mars prennent la forme suivante :

$$\boxed{\begin{array}{l} dm/dt' = Gm(n-1); \\ dn/dt' = \alpha - n(m+1) \end{array}}. \quad (3.2.53)$$

On ne perdra pas de vue que dans ce cas $d/dt = T_1^{-1}\, d/dt'$.

L'écriture concise adimensionnée est bien commode pour l'analyse des phénomènes inhérents au fonctionnement des lasers. En particulier, la *condition d'accrochage* (3.2.44) s'écrit sous forme adimensionnée

$$\boxed{\alpha > 1}. \quad (3.2.54)$$

Prise en compte de la contribution de l'émission spontanée à l'intensité de champ. — En utilisant la forme adimensionnée, proposons-nous de montrer comment on peut tenir compte dans les équations du bilan de la contribution apportée à l'intensité de champ par la partie de l'émission spontanée qui tombe dans le mode excité de la cavité résonnante (ceci correspond à la prise en compte du terme $q(z, t)\,\Delta z$ figurant dans (3.2.1)). Remarquons que bien que la contribution quantitative de l'émission spontanée soit relativement petite, elle peut avoir une influence considérable sur le caractère des processus se déroulant dans le laser.

Le terme Gmn entrant dans la première équation (3.2.53) tient compte de la contribution des *processus stimulés* (de l'émission induite et de l'absorption résonnante). En passant à l'*émission spontanée* il convient, premièrement, d'éliminer le facteur de champ m et,

deuxièmement, d'utiliser au lieu de la différence adimensionnée de populations des niveaux des transitions laser n la population adimensionnée du niveau supérieur de la transition laser (désignons-la par n_B) et, troisièmement, en tenant compte de la variation des coefficients d'Einstein lorsqu'on passe de l'émission stimulée à l'émission spontanée, d'introduire un facteur correctif ε. Ainsi, la contribution cherchée de la part de l'émission spontanée peut être représentée dans la première équation (3.2.53) par un terme supplémentaire de la forme $G\varepsilon n_B$. Puisque

$$n_B \approx (n + n'')/2, \quad \text{où} \quad n'' = n'/N_{\text{seuil}}, \tag{3.2.55}$$

le « terme spontané » peut s'écrire sous la forme $G\varepsilon\,(n + n'')$ (le facteur $^1/_2$ sera pris en compte ici dans le facteur ε). Compte tenu de la contribution apportée par l'émission spontanée, les *équations du bilan* écrites sous forme adimensionnée auront la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned} dm/dt' &= Gm\,(n-1) + G\varepsilon\,(n+n''); \\ dn/dt' &= \alpha - n\,(m+1). \end{aligned}\right\} \tag{3.2.56}$$

Indiquons les valeurs numériques typiques des paramètres que font intervenir les équations (3.2.56) relativement à deux lasers à solides: à rubis et dopé au néodyme. Ces valeurs sont rassemblées dans le Tableau 3.1 [4].

Tableau 3.1

Laser	Paramètres			
	α	G	ε	n''
à rubies	30	10^5	10^{-13}	100
à néodyme	2	10^4	10^{-15}	1

Remarques générales sur la méthode des équations du bilan.— Les équations du bilan du type des équations de Statz et De Mars sont parfois dites *équations ponctuelles*. En négligeant les coordonnées spatiales, ces équations décrivent en fait un *modèle ponctuel* du laser, c'est-à-dire un modèle dans lequel tout l'espace occupé par le milieu actif est en quelque sorte réduit à un seul point. Les variations dans l'espace y sont négligées, seules les variations dans le temps sont prises en compte. Cette circonstance restreint de façon substantielle les possibilités de cette méthode. C'est ainsi par exemple que les équations du bilan ne peuvent pas servir à l'étude des milieux actifs spatialement non homogènes; elles ne permettent pas de tenir compte de la non-homogénéité spatiale de l'inversion de populations et de certains autres effets spatiaux.

Il convient de souligner tout spécialement que la méthode des équations du bilan ne considère ni l'amplitude, ni la phase du champ mais seulement son *intensité*. Ceci signifie que *ne sont pas prises en considération les relations de phase* du rayonnement émis et les phénomènes d'interférence qui leur sont liés. Les équations du bilan sont donc insuffisantes pour le calcul des caractéristiques spectrales ou angulaires du rayonnement ainsi que pour celui des phénomènes optiques non linéaires cohérents.

Néanmoins la méthode des équations du bilan s'avère bien utile pour l'étude de la dynamique des lasers. Comme le montre la pratique des calculs, cette méthode simplifiée permet de considérer d'une façon suffisamment correcte toute une série de questions liées à la variation *dans le temps* des paramètres d'un laser *monomode* et de son rayonnement. En particulier, la méthode des équations du bilan permet de mettre en évidence les traits principaux de la dynamique des processus au régime d'oscillation libre et aux régimes de production d'impulsions géantes y compris le régime de fonctionnement d'un laser comportant un filtre saturable. Les équations du bilan sont également utilisées lors de l'étude des lasers *multimodes* [4, 71, 72].

En nous bornant à des remarques de nature qualitative qui viennent d'être faites, indiquons qu'une analyse suffisamment rigoureuse des *conditions d'applicabilité* des équations du bilan est donnée dans [4, 73, 74]. Dans le cas d'un laser monomode, c'est en particulier la condition que le temps de relaxation transversale T_2 (temps de relaxation de la polarisation du milieu) soit petit devant le temps de relaxation longitudinale T_1 et devant la durée de vie T du photon dans la cavité résonnante:

$$T_2 \ll T_1; \quad T_2 \ll T. \tag{3.2.57}$$

Dans des lasers à solides, les inégalités (3.2.57) sont toujours satisfaites. Ces lasers se caractérisent par les valeurs suivantes des temps: $T_1 \approx 10^{-3}$ à 10^{-4} s, $T \approx 10^{-8}$ s, $T_2 \approx 10^{-12}$ s.

Laser considéré comme un système auto-oscillant à constantes réparties. Une étude plus rigoureuse de la dynamique des lasers, qui tient compte de l'évolution des processus *non seulement dans le temps mais également dans l'espace*, est fondée sur l'utilisation des *équations de Maxwell* pour la description du rayonnement et des *équations de la mécanique quantique* pour la description de la substance (c'est-à-dire sur la théorie ou la description dite *semi-classique*; v. par exemple [1, 4, 75]). Une telle manière de procéder permet de combler les principales « lacunes » de la méthode des équations du bilan, à savoir de tenir compte des relations de phase et d'examiner les phénomènes d'interférence qui se produisent dans la cavité résonnante d'un laser fonctionnant sur plusieurs modes. La description semi-classique permet d'analyser la dynamique des lasers multimodes et tout d'abord des lasers à deux modes [17, 75 à 77].

Il y a intérêt à illustrer, ne serait-ce que dans les plus grandes lignes, l'application de la description semi-classique à l'étude de la dynamique d'un laser multimode. Le laser peut être considéré dans ce cas comme un système auto-

oscillant à résistance négative répartie (v. [75] ainsi que [78, 79]). Bornons-nous à examiner le problème à une dimension en supposant que le rayonnement se propage rigoureusement suivant l'axe de la cavité résonnante (axe z) et que les variations du champ dans la direction perpendiculaire à cet axe sont négligeables. Dans ce cas, l'*équation d'onde* pour la composante du vecteur intensité de champ électrique dans une cavité vide sans pertes est de la forme

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0. \tag{3.2.58}$$

Représentons $E(z, t)$ par une somme suivant les modes longitudinaux :

$$E(z, t) = \sum_n A_n(t) \sin(k_n z), \tag{3.2.59}$$

où $k_n = n\pi/L$, L étant la longueur de la cavité résonnante. La relation (3.2.59) tient compte des conditions aux limites $E(0, t) = E(L, t) = 0$. Introduisant la relation (3.2.59) dans (3.2.58), on obtient

$$d^2A_n/dt^2 + \Omega_n^2 A_n = 0, \tag{3.2.60}$$

où $\Omega_n = n\pi c/L$.

Pour tenir compte des *pertes* dans la cavité, il convient d'introduire dans le premier membre de l'équation (3.2.60) le terme $\frac{dA_n}{dt}\omega_0/Q_n$, où Q_n est le coefficient de surtension du n-ième mode. Dans le cas d'une cavité *active*, l'équation considérée fait intervenir encore un terme : celui-ci s'exprime par la valeur de la polarisation électrique $P(z, t)$ qui fait office de la *source de champ* réparti suivant l'axe z. Ce terme se présente sous la forme [78]

$$4\pi\frac{d^2P_n}{dt^2}, \quad \text{où} \quad P_n(t) = \frac{2}{L}\int_0^L P(z, t)\sin(k_n, z)\,dz.$$

Ainsi, au lieu de l'équation (3.2.60), on a l'équation suivante qui décrit le n-ième mode longitudinal dans une cavité active avec pertes :

$$\frac{d^2A_n}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q_n}\frac{dA_n}{dt} + \Omega_n^2 A_n + 4\pi\frac{d^2P_n}{dt^2} = 0. \tag{3.2.61}$$

Les fonctions $A_n(t)$ et $P_n(t)$ se présentent sous la forme

$$A_n(t) = E_n(t)\cos[\omega_n t + \varphi_n(t)]; \tag{3.2.62a}$$

$$P_n(t) = C_n(t)\cos[\omega_n t + \varphi_n(t)] + S_n(t)\sin[\omega_n t + \varphi_n(t)], \tag{3.2.62b}$$

où $E_n(t)$ et $\varphi_n(t)$ sont l'amplitude et la phase du n-ième mode, lentement variables pendant la période $2\pi/\omega_0$; les fonctions $C_n(t)$ et $S_n(t)$ sont supposées elles aussi lentement variables. On introduit les expressions (3.2.62) dans (3.2.61) et on rejette les termes contenant les dérivées secondes des fonctions lentement variables. Puis on annule séparément les coefficients de $\cos[\omega_n t + \varphi_n(t)]$ et de $\sin[\omega_n t + \varphi_n(t)]$ et on néglige les termes contenant $\frac{\omega_0}{Q_n}\frac{dE_n}{dt}$, $\frac{dE_n}{dt}\frac{d\varphi_n}{dt}$, $E_n\frac{\omega_0}{Q_n}\frac{d\varphi_n}{dt}$. En tenant compte que $\omega_n + \frac{d\varphi_n}{dt}$ peut être posé égal à Ω_n, on obtient finalement les équations suivantes pour l'amplitude et la phase du n-ième mode :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dE_n}{dt}+\frac{1}{2}\frac{\omega_0}{Q_n}E_n=-2\pi\omega_0 S_n;\\ &\left(\frac{d\varphi_n}{dt}+\omega_n-\Omega_n\right)E_n=-2\pi\omega_0 C_n.\end{aligned}\right\} \tag{3.2.63}$$

On les appelle *équations raccourcies* (réduites) ou encore *équations self-consistantes*.

Dans l'étape suivante, on exprime la polarisation (ou plus exactement les fonctions C_n et S_n) par les amplitudes des modes. Ce faisant, on utilise la description quantique de la substance de l'élément actif à l'aide de la *matrice de densité* (1). Pour des intensités relativement peu élevées du champ à l'intérieur de la cavité (au voisinage du seuil d'accrochage), la variation des C_n et S_n en fonction des amplitudes peut être représentée sous la forme [78]

$$-2\pi\omega_0 S_n=\alpha_{0n}E_n-\beta_n E_n^3-\sum_{m\neq n}\theta_{nm}E_nE_m^2, \tag{3.2.64a}$$

$$-2\pi\omega_0 C_n=\sigma_n E_n+\rho_n E_n^3+\sum_{m\neq n}\tau_{nm}E_nE_m^2, \tag{3.2.64b}$$

où α_{0n}, β_n, σ_n, ρ_n, θ_{nm}, τ_{nm} sont des coefficients dépendant de Ω_n, du degré d'inversion de populations des niveaux des transitions laser, du temps de relaxation des niveaux supérieur et inférieur des transitions laser, de la largeur de la raie d'absorption. Le sens physique de ces coefficients est analysé dans [78]; ils sont calculés pour un laser à gaz dans [75]. Compte tenu de (3.2.64), les équations réduites (3.2.63) prennent la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dE_n}{dt}=\left(\alpha_{0n}-\frac{\omega_0}{2Q_n}\right)E_n-\beta_n E_n^3-\sum_{m\neq n}\theta_{nm}E_nE_m^2;\\ &\frac{d\varphi_n}{dt}+\omega_n=\Omega_n+\sigma_n+\rho_n E_n^2+\sum_{m\neq n}\tau_{nm}E_m^2.\end{aligned}\right\} \tag{3.2.65}$$

Il n'est pas difficile de voir que le coefficient α_{0n} n'est autre que le gain d'amplification pour le n-ième mode. La condition d'accrochage du n-ième mode est de la forme $\alpha_{0n} > \omega_0/2Q_n$. Les coefficients θ_{nm} et τ_{nm} jouent le rôle des coefficients de couplage décrivant l'interaction des modes.

§ 3.3. RÉGIME D'OSCILLATION LIBRE (RÉGIME RELAXÉ). PULSATIONS AMORTIES RÉGULIÈRES DE LA PUISSANCE DU RAYONNEMENT

Etape précédant l'oscillation. — Nous admettrons pour simplifier que l'impulsion de pompage est de forme rectangulaire; la durée de l'impulsion est t_p, l'instant $t = 0$ correspond à celui d'application de l'impulsion de pompage. Désignons par t_{seuil} le temps qui s'écoule entre l'instant d'application de l'impulsion de pompage et l'instant où le laser entre en oscillation. Durant cet intervalle de temps, les centres actifs s'accumulent au niveau supérieur de la

(1) La matrice de densité est expliquée dans [80]. L'application de la matrice de densité à la description de l'interaction entre le rayonnement et le milieu actif est examinée dans [75, 79].

transition laser jusqu'à l'instant où la densité d'inversion de populations prend sa valeur de seuil $N_{seuil} = (\eta_1 + \eta_2)/\sigma$.

Pour la période qui précède l'entrée en oscillation, dans les *équations du bilan* il convient de poser $S = 0$ ($M = 0$). Alors, en considérant, pour fixer les idées, un laser à trois niveaux, on tire de (3.2.32)

$$dN/dt = [n' (K - 1) - N (t) (K + 1)]/\tau. \qquad (3.3.1)$$

Lorsque l'impulsion de pompage a une forme rectangulaire, la quantité K peut être considérée comme une constante (pendant la durée du pompage). En profitant de cette circonstance, il n'est pas difficile de trouver la solution de l'équation (3.3.1). Elle peut se présenter sous la forme

$$N (t)/n' = 2K (K + 1)^{-1} \{1 - \exp [- (K + 1) t/\tau]\} - 1. \qquad (3.3.2)$$

Pour $t = 0$ on a $N = - n'$. Lorsque $t \to \infty$, la valeur de $N (t)$ tend asymptotiquement vers $N_0 = n' (K - 1)/(K + 1)$ (fig. 3.11). Il résulte de (3.3.2) que le temps t_{inv} au bout duquel la fonction $N (t)$ passe par zéro (v. la figure) a pour valeur

$$t_{inv} = \tau (K + 1)^{-1} \ln [2K/(K - 1)]. \qquad (3.3.3)$$

Le laser entre en oscillation à l'instant où la fonction $N (t)$ atteint la valeur N_{seuil}. Par conséquent

$$t_{seuil} = \frac{\tau}{K+1} \ln \left[\frac{2K}{K+1} \left(\frac{n'}{N_0 - N_{seuil}} \right) \right]. \qquad (3.3.4)$$

Comme le montre la figure 3.11, la condition nécessaire d'accrochage est $N_0 > N_{seuil}$. Cette condition a été examinée au § 3.2 où on a montré qu'elle pouvait s'écrire sous la forme (3.2.48). Il en résulte que la puissance de pompage doit excéder la valeur de seuil définie par le second membre de l'inégalité.

La fig. 3.12 représente les courbes traduisant la variation de la fonction $N (t)$ dans trois situations différentes correspondant à des *puissances de pompage différentes*: a) la puissance de pompage est inférieure à sa valeur de seuil ($K_1 < K_{seuil}$); b) la puissance de pompage n'est que légèrement supérieure à la valeur de seuil ($K_2 \gtrsim K_{seuil}$); c) la puissance de pompage est suffisamment élevée ($K_3 > K_{seuil}$). Les droites horizontales en traits interrompus correspondent à des valeurs différentes du paramètre de pompage N_0; la droite horizontale en traits pleins correspond à la valeur N_{seuil}. On voit bien que le paramètre de pompage N_0 croît avec la puissance de pompage. L'oscillation devient possible pour $N_0 > N_{seuil}$; après cet instant le temps t_{seuil} diminue lorsque K augmente. Portons notre attention sur le cas b) où l'oscillation, possible en principe, ne prend pas naissance parce que $t_{seuil2} > t_p$ (l'impulsion

de pompage cesse avant que la densité d'inversion de populations ait pris sa valeur de seuil).

Remarquons qu'à la limite pour $K \gg 1$ on peut poser $N_0 \approx n'$. Dans ce cas la relation (3.3.4) donne

$$t_{\text{seuil}} = \frac{1}{\omega_p} \ln \frac{2n'\sigma}{n'\sigma - (\eta_1 + \eta_2)}. \tag{3.3.5}$$

Phénomènes transitoires accompagnant l'entrée en oscillation (pulsations amorties régulières de la puissance de rayonnement). — L'*entrée en oscillation* s'accompagne de phénomènes transitoires qui ont pour effet de provoquer l'apparition de pulsations *amorties*

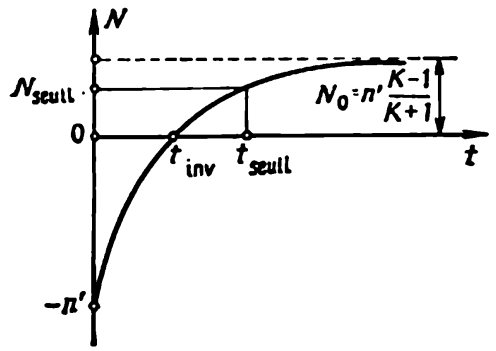


Fig. 3.11

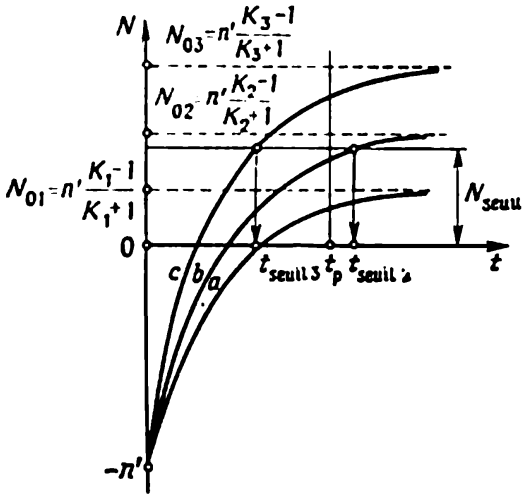


Fig. 3.12

régulières de la puissance émise. L'analyse de ces pulsations a été effectuée dans de nombreux ouvrages [1, 2, 4, 73, 81 à 86].

Revenons au système d'équations du bilan (3.2.32). Compte tenu de (3.2.43), écrivons ce système sous la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= v\sigma\,[N(t) - N_{\text{seuil}}]\,S(t); \\ \frac{dN}{dt} &= -\frac{2\sigma}{\hbar\omega} S(t)\,N(t) - \frac{N(t)}{\tau}(K+1) + \frac{n'}{\tau}(K-1). \end{aligned}\right\} \tag{3.3.6}$$

Analysons le système (3.3.6) *au voisinage des valeurs stationnaires* S_{st} et N_{st}; à cet effet, écrivons

$$S(t) = S_{st} + \Delta S(t); \quad N(t) = N_{st} + \Delta N(t) \tag{3.3.7}$$

et supposons que

$$\Delta S(t) \ll S_{st}; \quad \Delta N(t) \ll N_{st}. \tag{3.3.8}$$

Cherchons les valeurs de S_{st} et de N_{st} en posant dans (3.3.6) $dS/dt = 0$ et $dN/dt = 0$:

$$N_{st} = N_{seuil};\ S_{st} = \frac{\hbar\omega}{2N_{seuil}\,\sigma}\left[\frac{n'}{\tau}(K-1) - \frac{N_{seuil}}{\tau}(K+1)\right]. \quad (3.3.9)$$

En introduisant l'expression (3.3.7) dans (3.3.6) et en faisant usage de (3.3.9), on obtient

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\Delta S = v\sigma S_{st}\Delta N + v\sigma\Delta S\Delta N;\\ &\frac{d}{dt}\Delta N = -\frac{2\sigma}{\hbar\omega}\Big(N_{st}\Delta S + S_{st}\Delta N -\\ &-\frac{\Delta N}{\tau}(K+1) - \frac{2\sigma}{\hbar\omega}\Delta S\Delta N. \end{aligned}\right\} \quad (3.3.10)$$

Compte tenu de (3.3.8), négligeons des termes contenant $\Delta S\Delta N$. Il en résulte la *linéarisation* du système d'équations: sa transformation d'un système non linéaire en système linéaire (par rapport à ΔS et ΔN):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\Delta S = v\sigma S_{st}\Delta N;\\ &\frac{d}{dt}\Delta N = -\frac{2\sigma}{\hbar\omega}(N_{st}\Delta S + S_{st}\Delta N) - \frac{\Delta N}{\tau}(K+1). \end{aligned}\right\} \quad (3.3.11)$$

En faisant disparaître ΔN dans (3.3.11), on obtient pour $\Delta S\ (t)$ l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d^2}{dt^2}\Delta S + \left(\frac{2\sigma}{\hbar\omega}S_{st} + \frac{K+1}{\tau}\right)\frac{d}{dt}\Delta S + 2\frac{v\sigma^2}{\hbar\omega}S_{st}N_{st}\Delta S = 0. \quad (3.3.12)$$

Introduisons dans cette dernière équation l'expression (3.3.9), tenons compte de (3.2.38) et utilisons la relation

$$v\sigma = (TN_{seuil})^{-1}, \quad (3.3.13)$$

qui découle de (3.2.17) et (3.2.41). Il vient finalement

$$\frac{d^2}{dt^2}\Delta S + \frac{N_0}{N_{seuil}T_1}\frac{d}{dt}\Delta S + \frac{1}{TT_1}\left(\frac{N_0}{N_{seuil}} - 1\right)\Delta S = 0. \quad (3.3.14)$$

Cherchons la solution de l'équation (3.3.14) sous la forme

$$\Delta S\ (t) = C\exp(pt). \quad (3.3.15)$$

En introduisant l'expression (3.3.15) dans (3.3.14), on obtient une équation par rapport au paramètre p (*équation caractéristique*)

$$p^2 + \frac{N_0}{N_{seuil}T_1}p + \frac{1}{TT_1}\left(\frac{N_0}{N_{seuil}} - 1\right) = 0. \quad (3.3.16)$$

Les racines de cette équation sont

$$p_{1,2} = -(N_0/2N_{\text{seuil}}T_1) \pm \sqrt{D}/2, \tag{3.3.17}$$

où

$$D = (N_0/N_{\text{seuil}}T_1)^2 - 4\,[(N_0/N_{\text{seuil}}) - 1]/TT_1.$$

Nous supposerons réalisée l'inégalité

$$D < 0. \tag{3.3.18}$$

Ceci aura lieu dans le cas où

$$4\,(T_1/T)\,[(N_0/N_{\text{seuil}}) - 1] > (N_0/N_{\text{seuil}})^2 \tag{3.3.19}$$

ou (en passant aux paramètres G et α introduits au § 3.2)

$$4G\,(\alpha - 1) > \alpha^2. \tag{3.3.20}$$

Les données indiquées dans le Tableau 3.1 montrent que l'inégalité (3.3.20) et donc l'inégalité (3.3.18) doivent être satisfaites par excès.

Lorsque l'inégalité (3.3.18) est satisfaite, les racines de l'équation caractéristique sont *complexes*. Compte tenu de (3.3.17) la solution de l'équation (3.3.14) peut se présenter sous la forme

$$\Delta S = \exp\,(-N_0t/2N_{\text{seuil}}\,T_1)\,[C\,\exp\,(i\sqrt{|D|}\,t/2) + \\ + C^*\,\exp\,(-i\sqrt{|D|}\,t/2)]. \tag{3.3.21}$$

Il est facile de voir que l'expression (3.3.21) décrit des pulsations *amorties régulières* dont la fréquence de répétition a pour valeur

$$\Omega = \frac{\sqrt{|D|}}{2} = \frac{N_0}{2N_{\text{seuil}}\,T_1}\left[4\,\frac{T_1}{T}\left(\frac{N_{\text{seuil}}}{N_0}\right)^2\left(\frac{N_0}{N_{\text{seuil}}} - 1\right) - 1\right]^{1/2}. \tag{3.3.22}$$

L'amplitude de ces pulsations décroît suivant une loi exponentielle avec une constante de temps

$$t_{\text{am}} = 2T_1N_{\text{seuil}}/N_0. \tag{3.3.23}$$

Le graphique des pulsations amorties régulières décrites par la relation (3.3.21) est montré sur la fig. 3.13; l'instant $t = 0$ sur la figure correspond à l'instant où le laser entre en oscillation [1].

[1] Nous supposons que $t_{\text{am}} \ll t_{\text{p}}$ si bien que les pulsations arrivent à s'évanouir avant la cessation de l'impulsion de pompage.

En utilisant les paramètres adimensionnés G et α, récrivons les expressions (3.3.22) et (3.3.23) sous la forme (en tenant compte que $G \gg 1$) :

$$\Omega = (\alpha/2T_1)\sqrt{4G(\alpha-1)/\alpha^2-1} \approx \sqrt{G(\alpha-1)}/T_1; \qquad (3.3.24)$$

$$t_{am} = 2T_1/\alpha. \qquad (3.3.25)$$

Pour un laser à rubis, par exemple, on a $\alpha = 30$, $G = 10^5$, $T_1 \approx 10^{-3}$ s. Il en résulte que $\Omega \approx 10^6$ s^{-1}, $t_{am} \approx 10^{-4}$ s.

L'analyse qui vient d'être faite est basée sur l'hypothèse (3.3.8). Or, pendant la période initiale du développement de l'oscillation, ces inégalités ne sont pas satisfaites; de ce fait, les pulsations correspondant aux phénomènes transitoires doivent être examinées en toute rigueur en partant du système d'équations *non linéaires* (3.3.10) et non sur la base du système d'équations *linéaires* (3.3.11). La fig. 3.14 montre la courbe caractéristique obtenue par suite d'un calcul rigoureux, à l'aide de calculateur électronique, des pulsations amorties dans un laser à rubis. On voit bien que les pulsations réelles pendant l'étape initiale de l'oscillation diffèrent nettement de celles représentées sur la fig. 3.13.

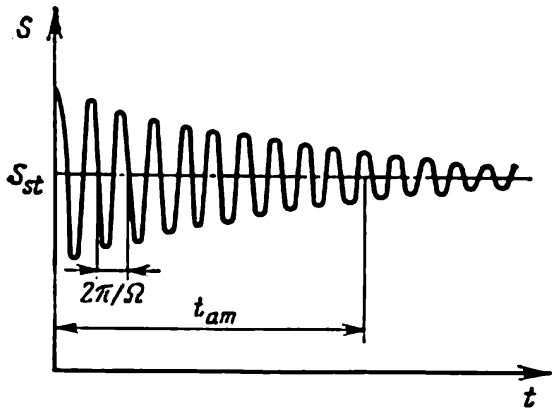


Fig. 3.13

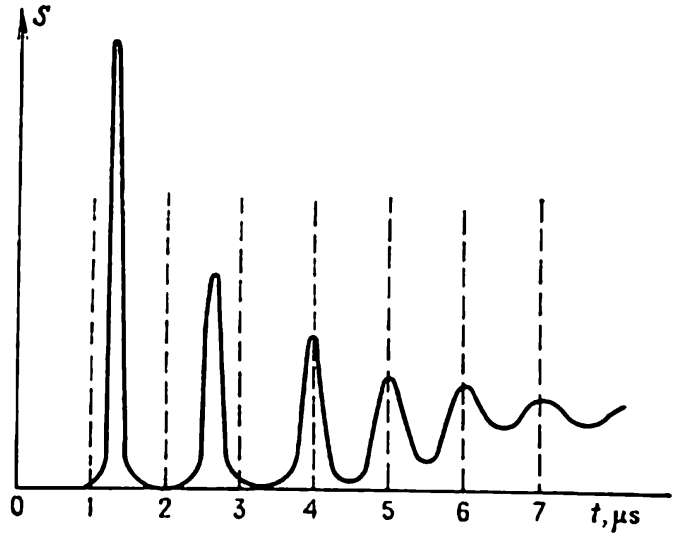


Fig. 3.14

Compte tenu des remarques faites, procédons à une analyse plus rigoureuse du régime de pulsations amorties régulières dans un

laser à solide. Nous utiliserons à cet effet les équations de Statz et De Mars écrites sous forme adimensionnée (équations (3.2.53)) [1].

Portrait de phase d'un laser à solide fonctionnant en régime relaxé. Conformément aux équations (3.2.53), un laser considéré comme un système dynamique se décrit par deux fonctions du temps : $n(t')$ et $m(t')$. Définissons le *plan d'états du laser* (autrement dit, le *plan de phase*) comme un plan dans lequel le rôle des coordonnées cartésiennes est rempli par les variables n et m. A tout instant, l'état du laser est « représenté » par un point déterminé appartenant au plan de phase (*point figuratif* ou *représentatif*). Au cours du temps, le point figuratif trace dans le plan de phase une certaine courbe que l'on appelle *trajectoire de phase*. La famille de trajectoires de phase est appelée par convention *portrait de phase* du système dynamique considéré.

Si un laser se décrit par les équations (3.2.53), ses trajectoires de phase peuvent se déterminer à partir de l'équation

$$\boxed{\frac{dm}{dn} = G\,\frac{m(n-1)}{\alpha-(m+1)\,n}}, \qquad (3.3.26)$$

que l'on obtient en divisant la première des équations (3.2.53) par la seconde. Une de telles trajectoires de phase est représentée sur la fig. 3.15. Elle donne une idée du portrait de phase d'un laser décrit par les équations du bilan de Statz et De Mars.

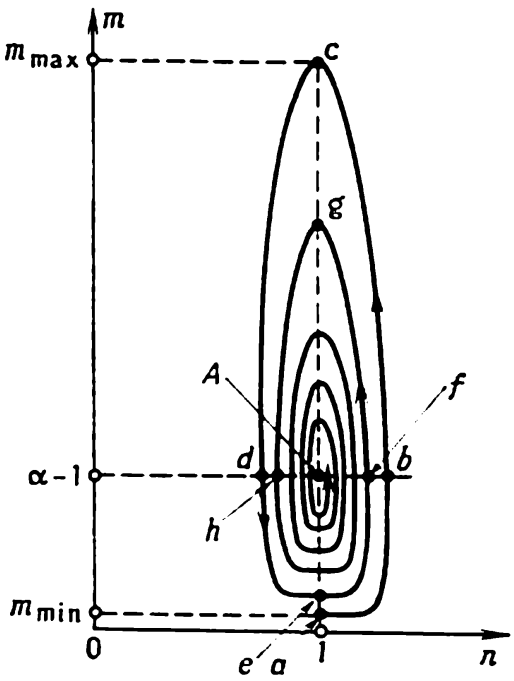


Fig. 3.15

Dans le cas représenté sur la fig. 3.15, le point figuratif se déplace suivant une *spirale* qui s'enroule autour d'un point A de coordonnées

$$n_A = 1; \quad m_A = \alpha - 1. \qquad (3.3.27)$$

---

[1] On pourrait bien entendu examiner dès le début les pulsations amorties en partant des équations adimensionnées de Statz et De Mars. Pourtant il nous a semblé plus correct au point de vue méthodique d'effectuer cette analyse en partant non pas du système d'équations (3.2.53) mais du système (3.2.32) qui doit être considéré par un lecteur non averti comme plus concret et plus suggestif au point de vue physique.

Le point A « figure » l'état du laser correspondant à l'*oscillation stationnaire*; on peut s'en assurer facilement en posant dans (3.2.53) $dm/dt' = 0$ et $dn/dt' = 0$ [1].

La courbe en spirale représentée sur la figure commence au point a de coordonnées

$$n_a = 1; \quad m_a = m_{\min} \tag{3.3.28}$$

Le point a représente l'état dans lequel la densité d'inversion de populations atteint pour la première fois (dès le début du pompage) la valeur de seuil; il correspond à l'instant où l'oscillation prend naissance. L'intensité du champ $m_{\min}$ se détermine à cet instant par les transitions spontanées; soulignons que $m_{\min} \ll 1$.

A partir de cet instant le laser commence à émettre un premier picot. La puissance de ce picot augmente au fur et à mesure que le point figuratif se déplace de a à c; elle prend sa valeur maximale au point c (ses coordonnées sont: $n_c = 1$, $m_c = m_{\max}$). Après cet instant, la puissance du premier picot décroît progressivement jusqu'à une valeur légèrement supérieure à $m_{\min}$ (v. point e de la figure) et le laser commence à émettre un deuxième picot. A chaque picot que comporte le rayonnement émis correspond un tour de la courbe en spirale. Le fait qu'avec chaque tour la spirale se rapproche de plus en plus du point A signifie que les pulsations tant de l'intensité du champ rayonné que de la densité d'inversion de populations décroissent progressivement.

Le portrait de phase du laser représenté sur la fig. 3.15 est « développé » dans le temps à la fig. 3.16 qui montre les graphiques de deux fonctions du temps: $m(t')$ et $n(t')$ (rappelons que $t' = t/T_1$). L'origine des temps ($t' = 0$) correspond à l'instant où le laser entre en oscillation; les lignes en traits interrompus montrent l'allure des courbes correspondantes pendant l'étape précédant l'oscillation [2]. L'intervalle de temps t'_0 (v. la figure) correspond à l'étape initiale de l'émission du premier picot (étape du développement *linéaire* de l'oscillation); l'intervalle t'_1 est la *durée* effective du picot; t'_2 est l'intervalle de temps effectif entre deux picots successifs. La figure illustre un certain synchronisme entre les pulsations de la densité d'inversion de populations et les pulsations de l'intensité du champ rayonné. Elle montre également que la vitesse de déplacement du point figuratif sur la trajectoire de phase de la fig. 3.15 n'est pas constante: elle est beaucoup plus petite sur les portions inférieures (par exemple, a-b ou d-f) de la spirale que sur ses portions supérieures (par exemple, b-d ou f-h). On voit sur la fig. 3.16 que ($t'_2 \approx 2t'_0$) $\gg$

---

[1] Les relations (3.3.27) représentent les relations (3.3.9) écrites sous forme adimensionnée (à condition que $N_0 = n'(K-1)/(K+1)$).

[2] Le comportement de la densité d'inversion de populations dans l'étape précédant l'oscillation a été discuté plus haut; v. fig. 3.12.

$\gg t'_1$. La vitesse du point figuratif est d'autant plus élevée que sa distance à l'axe des abscisses est plus grande.

Introduisons la désignation $\nu = n - n_A = n - 1$. En régime d'oscillation libre la valeur de ν est beaucoup plus petite que l'unité

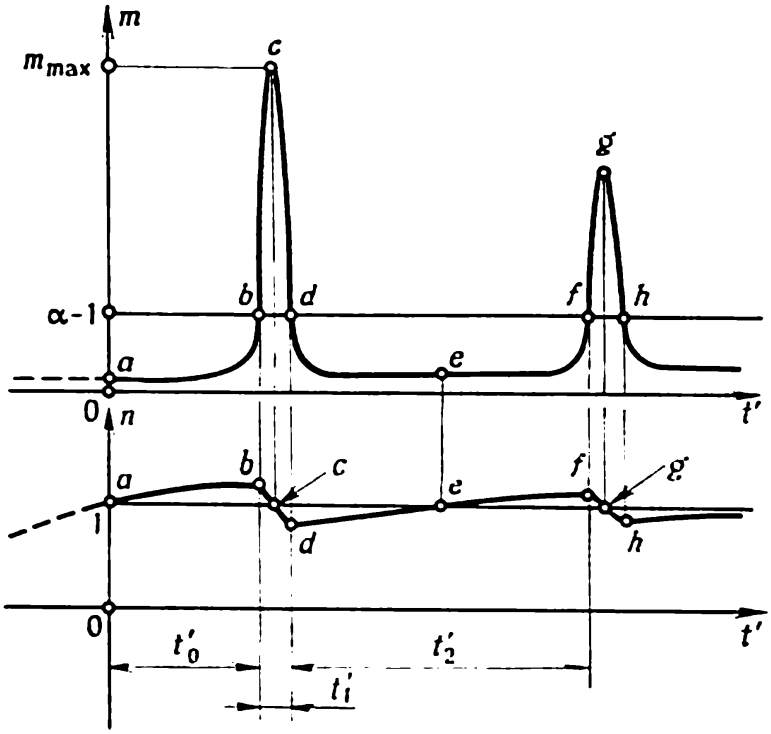


Fig. 3.16

($\nu_{max} \approx 0{,}1$). D'autres valeurs numériques caractérisant le régime d'oscillation libre de deux types de lasers à solides sont indiquées dans le Tableau 3.2 [4].

Tableau 3.2

Laser	Paramètres				
	T_1, s	t'_1	$t'_2 \approx 2t'_0$	m_{max}	m_{min}
A rubis	$2 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-3}$	700	10^{-9}
A néodyme	$2 \cdot 10^{-4}$	$2{,}5 \cdot 10^{-3}$	0,16	30	$3 \cdot 10^{-13}$

Mise en évidence de la structure du portrait de phase d'un laser. Les *traits caractéristiques* de la structure du portrait de phase d'un laser fonctionnant en régime d'oscillation libre peuvent être mis en évidence sans procéder à la résolution de l'équation (3.3.26). A cet effet, il convient d'étudier tout d'abord le *comportement des trajectoi-*

res de phase au voisinage d'un point singulier correspondant à l'oscillation stationnaire (point A de la fig. 3.15). D'une manière concrète, il faut linéariser le système d'équations du bilan au voisinage de ce point singulier et, en examinant les racines de l'équation caractéristique qui en résulte, *déterminer le type de point singulier* [87]. Un tel programme d'actions est discuté en Annexe 5 où sont examinés en particulier six types de points singuliers.

La linéarisation du système d'équations (3.2.53) au voisinage du point singulier (3.3.27) donne le système d'équations suivant

$$\left.\begin{aligned} d\mu/dt' &= G(\alpha-1)\nu; \\ d\nu/dt' &= -\alpha\nu-\mu. \end{aligned}\right\} \qquad (3.3.29)^{(1)}$$

Ici, $\mu(t') = m(t') - m_A = m - (\alpha - 1)$, $\nu(t') = n(t') - n_A = n - 1$ et $\mu \ll m_A$, $\nu \ll n_A$. L'équation caractéristique du système (3.3.29) est de la forme

$$p^2 + \alpha p + G(\alpha - 1) = 0. \qquad (3.3.30)$$

Ses racines sont (cf. (3.3.17))

$$p_{1,2} = -\frac{\alpha}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\alpha^2 - 4G(\alpha-1)}. \qquad (3.3.31)$$

Puisque, comme il a été indiqué précédemment, on a l'inégalité

$$4G(\alpha - 1) \gg \alpha^2, \qquad (3.3.32)$$

on peut écrire

$$p_{1,2} = -\frac{\alpha}{2} \pm i\sqrt{G(\alpha-1)}. \qquad (3.3.33)$$

Les racines de l'équation caractéristique sont dans ce cas *complexes à partie réelle négative*. Ceci signifie (v. Annexe 5) qu'on a ici un point singulier du type d'un *foyer stable*. Le comportement des trajectoires de phase au voisinage d'un point de ce type est montré sur la fig. A.5.1, *d* en Annexe 5 (comparer à la fig. 3.15).

Ainsi, nous avons établi comment les trajectoires de phase se comportent *au voisinage du point singulier* de coordonnées $n_A = 1$; $m_A = \alpha - 1$. Puis, en partant de la forme de l'équation (3.3.26), on peut tirer quelques conclusions complémentaires sur la structure du portrait de phase:

a) la droite $m = 0$ (c'est-à-dire l'axe des abscisses dans le plan de phase) est une des trajectoires de phase possibles;

b) comme $G \gg 1$, l'inclinaison des trajectoires de phase doit être grande ($dm/dn \gg 1$) partout dans le plan de phase à l'exception des régions adjacentes aux droites $n = 1$ et $m = 0$;

---

(1) Ce système d'équations correspond au système (3.3.11) écrit sous forme dimensionnée.

c) en tous les points de la droite $n = 1$ la tangente à la trajectoire de phase doit être horizontale ($dm/dn = 0$).

En réunissant toutes ces remarques, il n'est pas difficile d'obtenir la structure du portrait de phase représentée sur la fig. 3.15. Pour ce faire, il suffit d'utiliser l'information supplémentaire qu'en régime d'oscillation libre sont satisfaites les inégalités

$$(n - 1) < 0{,}1; \quad m_{\max} \gg (\alpha - 1). \tag{3.3.34}$$

Analyse des pulsations sur la base des équations du bilan. — En examinant l'*étape du développement linéaire d'émission du premier picot* (sur la fig. 3.15 à cette étape correspond la partie *a-b* de la trajectoire de phase), tenons compte de ce que $m < (\alpha - 1)$ et négligeons la quantité m figurant au second membre de la deuxième équation (3.2.53); il vient un système d'équations du bilan suivant:

$$\left.\begin{aligned} dm/dt' &= Gm\,(n-1); \\ dn/dt' &= \alpha - n. \end{aligned}\right\} \tag{3.3.35}$$

En posant que $t' = 0$ est l'instant où commence l'oscillation ($n\,(0) = 1$, $m\,(0) = m_{\min}$), on obtient après l'intégration de la deuxième équation (3.3.35):

$$n\,(t') = \alpha - (\alpha - 1)\exp(-t'). \tag{3.3.36}$$

La valeur de t' varie de zéro à t'_0 (rappelons que t'_0 est la durée de l'étape de l'oscillation que nous considérons; v. fig. 3.16). Vu que $t'_0 \approx 0{,}01$ à $0{,}1$ (v. Tableau 3.2), on peut poser $\exp(-t') = 1 - t'$, ce qui permet de tirer de (3.3.36)

$$\nu\,(t') = n\,(t') - 1 = (\alpha - 1)\,t'. \tag{3.3.37}$$

Ainsi, sur la partie *a-b* de la trajectoire de phase la densité d'inversion de populations croît *linéairement* avec le temps; c'est pour cette raison que l'étape du développement de l'oscillation correspondant à cette partie de la trajectoire de phase est appelée *linéaire*.

En tenant compte de (3.3.37), récrivons la première équation (3.3.35) sous la forme $dm/dt' = G\,(\alpha - 1)\,mt'$. En intégrant cette équation de zéro à t', on obtient

$$\ln\,(m\,(t')/m_{\min}) = {}^1/_2 G\,(\alpha - 1)\,(t')^2. \tag{3.3.38}$$

En éliminant le temps entre (3.3.37) et (3.3.38), on est conduit à l'expression

$$\nu\,(t') = [(2\,(\alpha - 1)/G)\ln\,(m\,(t')/m_{\min})]^{1/2}. \tag{3.3.39}$$

En introduisant $m = \alpha - 1$ dans (3.3.39), on obtient l'expression pour $\nu_{\max}$:

$$\nu_{\max} = [(2\,(\alpha - 1)/G)\ln\,((\alpha - 1)/m_{\min})]^{1/2}. \tag{3.3.40}$$

En portant $\nu = \nu_{\max}$ dans (3.3.37), on obtient l'expression pour t'_0:

$$t'_0 = \nu_{\max}/(\alpha - 1). \tag{3.3.41}$$

Pour pouvoir utiliser les relations ainsi obtenues, il est nécessaire de connaître outre les paramètres G et α encore le paramètre $m_{\min}$. Pour évaluer $m_{\min}$ il convient d'avoir recours au système d'équations (3.2.56) qui tient compte de la contribution apportée par l'*émission spontanée* à l'intensité du champ (la quantité m figurant dans la deuxième équation de ce système peut être négligée). L'expression approchée pour $m_{\min}$ est de la forme [4]

$$m_{\min} \approx (1 + n^*)\,\varepsilon\sqrt{\frac{G}{\alpha - 1}}. \tag{3.3.42}$$

Notons que malgré la petitesse relative de la quantité $m_{\min}$ (v. Tableau 3.2) sa prise en compte lors de l'étude des conditions d'accrochage revêt une importance de principe. Supposons que les transitions spontanées (et en général les fluctuations) n'existent pas, de sorte que $m_{\min} = 0$. Dans un tel cas le point figuratif se déplacerait *toujours* sur la trajectoire de phase confondue avec l'axe des abscisses, c'est-à-dire sur la droite $m = 0$. Les transitions spontanées sont nécessaires pour assurer une valeur $m_{\min}$ ne serait-ce que très petite, mais tout de même non nulle, et par là même pour faire passer le point figuratif de la trajectoire $m = 0$ sur l'une des trajectoires de phase qui s'en vont vers le haut dans le plan de phase lorsque n augmente. Les transitions spontanées ont donc une importance capitale parce qu'elles modifient *qualitativement* le caractère du mouvement du point figuratif dans le plan de phase.

Examinons maintenant l'étape de l'oscillation à laquelle correspond sur la fig. 3.15 la partie *b-c* de la trajectoire de phase. En faisant usage de la variable $\nu = n - 1$ et en tenant compte que $\nu \ll 1$, récrivons le système initial d'équations du bilan (3.2.53) sous la forme

$$\left.\begin{aligned} dm/dt' &= Gm\nu; \\ d\nu/dt' &= \alpha - (m+1). \end{aligned}\right\} \tag{3.3.43}$$

Il en résulte que

$$dm/d\nu = Gm\nu/[\alpha - (m+1)]$$

et donc

$$\int_{\alpha-1}^{m_{\max}} \frac{\alpha-(m+1)}{m}\, dm = G \int_{\nu_{\max}}^{0} \nu d\nu \tag{3.3.44}$$

(l'intégration s'étend sur la partie *b-c* de la trajectoire de phase). Compte tenu de ce que $m_{\max} \gg (\alpha - 1)$, on déduit de (3.3.44)

$$m_{\max} \approx G\nu_{\max}^2/2. \tag{3.3.45}$$

En tenant compte de (3.3.40) on peut mettre ce résultat sous la forme

$$m_{\max} \approx (\alpha - 1) \ln [(\alpha - 1)/m_{\min}]. \tag{3.3.46}$$

En se servant de la deuxième équation (3.3.43), on peut obtenir une évaluation du temps t_1' qui caractérise la durée de l'étape de l'oscillation correspondant à la partie *b-c* de la trajectoire de phase (autrement dit, la *durée effective du picot*) :

$$t_1' \approx (2/G\nu_{\max}) \ln [2G\nu_{\max}^2/(\alpha-1)]. \tag{3.3.47}$$

Remarques sur le régime d'oscillation libre d'un laser multimode. — Comme il a été dit au § 3.1, en plus des pulsations *amorties régulières* de la puissance on observe aussi des pulsations *irrégulières* et *non amorties*. L'irrégularité des pulsations peut être liée en particulier au *caractère multimode* du rayonnement laser [1].

Ainsi que nous l'avons vu plus haut, le processus de génération du premier picot comporte une étape initiale relativement longue du développement linéaire ; la durée t_0' de cette étape est considérablement plus grande que la durée t_1' du picot lui-même (v. Tableau

[1] L'oscillation libre d'un laser multimode est examinée par exemple dans [4, 11, 18 à 20, 88].

3.2). Puis, remarquons que la valeur de seuil de l'inversion de populations (la quantité $(\eta_1 + \eta_2)/\sigma$), et donc les paramètres α et $m_{\min}$ ne sont pas les mêmes pour les différents modes. Il en résulte que les instants où commence la production du premier picot seront différents pour les divers modes de même que les durées de l'étape du développement linéaire de l'oscillation. L'émission des différents modes peut donc commencer à des instants différents et le picot d'un mode peut être émis avant la fin de l'étape du développement linéaire d'un autre mode. Dans un tel cas l'émission du picot du premier mode peut troubler les conditions de développement du picot du deuxième mode, car le processus d'émission affecte inévitablement la valeur de la densité de l'inversion de populations. Tout ceci peut conduire à une irrégularité des pulsations observées de la puissance.

§ 3.4. LASER À CAVITÉ RÉSONNANTE NON STATIONNAIRE. PULSATIONS NON AMORTIES DE LA PUISSANCE DU RAYONNEMENT

Sous le terme de *cavité non stationnaire* nous entendons ici une cavité dont le coefficient de surtension est soumis à une *faible modulation* soit intentionnellement (par exemple, à l'aide d'une cellule acousto-optique ou électro-optique), soit accidentellement (par suite de l'action de divers facteurs d'origine technique qui interviennent en règle générale dans les conditions réelles du fonctionnement d'un laser). Il importe de noter qu'une instabilité même minime des paramètres de la cavité peut avoir une influence considérable sur le régime de fonctionnement d'un laser.

Equations du bilan pour un laser à coefficient de surtension périodiquement variable de la cavité [1]. — Supposons que le coefficient de surtension de la cavité varie *périodiquement* à une certaine fréquence ω_m :

$$Q(t) = Q_0 (1 - \beta \cos \omega_m t), \tag{3.4.1}$$

mais que la profondeur de la modulation soit suffisamment faible (*faible* modulation de qualité) :

$$\beta \ll 1. \tag{3.4.2}$$

En utilisant (3.4.1), récrivons la première équation de Statz et De Mars (3.2.34) sous la forme suivante :

$$dM/dt = B'MN - M\omega/Q_0 (1 - \beta \cos \omega_m t)$$

[1] Un laser monomode à qualité périodiquement variable de la cavité est étudié par exemple dans [9, 10, 17, 21, 89 à 91].

ou encore, compte tenu de (3.4.2),

$$dM/dt = B'MN - (M/T_0)(1 + \beta \cos \omega_m t), \qquad (3.4.3)$$

où $T_0 = Q_0/\omega$. En passant d'après (3.2.52) à l'écriture adimensionnée, mettons l'équation (3.4.3) sous la forme

$$dm/dt' = Gmn - Gm(1 + \beta \cos \omega'_m t'), \qquad (3.4.4)$$

où $\omega'_m = \omega_m T_1$; $G = T_1/T_0$.

Ainsi, dans le cas d'une *faible modulation périodique* du coefficient de surtension de la cavité, le système d'*équations du bilan* peut se présenter sous la forme (adimensionnée) suivante:

$$\boxed{\begin{aligned} dm/dt' &= Gm(n - 1 - \beta \cos \omega'_m t'); \\ dn/dt' &= \alpha - n(m + 1) \end{aligned}} \qquad (3.4.5)$$

Ce système d'équations ne possède pas de solutions stationnaires parce qu'il fait intervenir le temps sous une forme explicite (le terme $-Gm\beta \cos \omega'_m t'$ dans la première équation du système). Le caractère des processus décrits par les équations (3.4.5) dépend substantiellement de la valeur du paramètre de modulation β ainsi que du rapport ω'_m/Ω' où

$$\Omega' = \sqrt{G(\alpha - 1)} \qquad (3.4.6)$$

est la fréquence, sous forme adimensionnée, des pulsations amorties pour $\beta = 0$ (v. (3.3.24) ainsi que (3.3.33)). Le paramètre Ω' est appelé *fréquence propre* des oscillations de relaxation du laser autour d'une position d'équilibre.

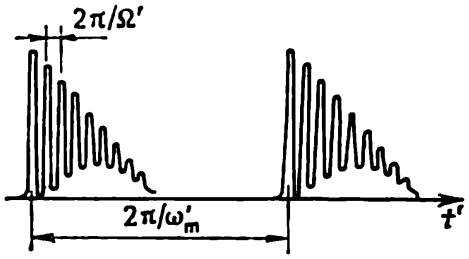


Fig. 3.17

Supposons que le pompage soit faible ($\alpha \gg 1$) et que le laser ne soit en dessus du seuil d'oscillation ($\beta > (\alpha - 1)$) que pendant une partie de la période de modulation. En outre supposons que $\omega'_m \ll \Omega'$ (modulation basse fréquence de qualité). L'allure de la variation $m(t')$ calculée dans ces conditions à l'aide de (3.4.5) est représentée sur la fig. 3.17 [21]. D'une façon concrète: $\alpha = 1{,}01$; $\beta = 0{,}1$; $\omega'_m = 0{,}45$; $\Omega' = 4{,}5$; $G = 2 \cdot 10^3$. On voit sur la figure que le rayonnement est réalisé sous forme de *séries de picots amortis*. La fréquence de répétition de ces séries est égale à la fréquence de modulation. Chaque fois, le début de l'oscillation s'accompagne de l'excitation d'une série de picots amortis.

Considérons une situation lorsque $\beta < (\alpha - 1)$. La fig. 3.18 représente les graphiques de $m(t)$, calculés sur la base de (3.4.5) pour trois valeurs différentes du rapport ω'_m/Ω': a) $\omega'_m/\Omega' = 0{,}1$;

b) $\omega'_m/\Omega' = 2$; c) $\omega'_m/\Omega' = 10$ (dans tous ces cas $\alpha = 2$, $\beta = 10^{-3}$, $T_1 = 2\cdot10^{-3}$ s, $G = 6\cdot10^5$). Il est facile de voir que dans les cas représentés sur la figure se réalisent des *pulsations non amorties* de la puissance du rayonnement. Dans les fig. 3.18, *a*, *c*, le processus de pulsation comporte deux composantes : une *à basse fréquence* et l'autre *à haute fréquence*. Sur la fig. 3.18, *a*, la composante basse fréquence

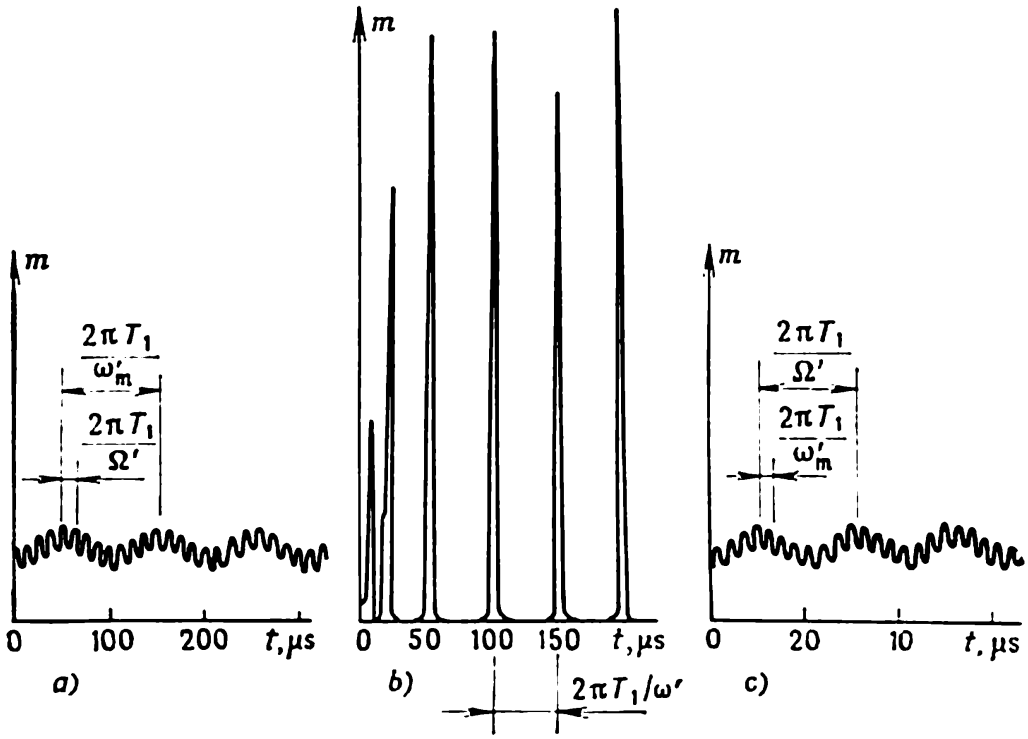


Fig. 3.18

correspond à la fréquence de modulation (à la fréquence ω'_m), et la composante haute fréquence à la fréquence des oscillations propres (à la fréquence Ω'), alors que sur la fig. 3.18, *c* c'est la situation inverse qui a lieu. Le cas le plus intéressant est celui de la fig. 3.18, *b* où la fréquence de modulation est voisine de la fréquence des oscillations propres ; c'est alors que l'amplitude de la pulsation est grande.

Dans tous les cas représentés sur la fig. 3.18 on observe un *réglage* de la fréquence des pulsations sur la fréquence des modulations. En particulier, sur la fig. 3.18, *b*, la fréquence ω' de répétition des picots se trouve égale à $\omega'_m/8$ (on dit qu'il y a *synchronisation* des picots à la fréquence $\omega'_m/8$). Ceci signifie que la modulation périodique de qualité de la cavité résonnante rend *plus ordonné* le processus d'oscillation laser [92, 93].

Pulsations de petite amplitude. — Représentons les fonctions $n(t')$ et $m(t')$ sous la forme

$$n(t') = 1 + \nu(t'); \quad m(t') = \alpha - 1 + \mu(t'), \tag{3.4.7}$$

où $\nu(t')$ et $\mu(t')$ sont les écarts des fonctions correspondantes par rapport aux valeurs correspondant aux solutions du système stationnaire non perturbé (3.3.27). Supposons que les amplitudes des pulsations de l'intensité du champ et de la densité d'inversion de populations soient petites:

$$\nu \ll 1; \quad \mu \ll (\alpha - 1). \tag{3.4.8}$$

En introduisant (3.4.7) dans (3.4.5) et en tenant compte de (3.4.8) ainsi que de l'inégalité (3.4.2), linéarisons le système d'équations du bilan dans le voisinage du point $(1, \alpha - 1)$ du plan de phase. Il vient

$$\left.\begin{aligned} d\mu/dt' &= G(\alpha-1)(\nu - \beta\cos\omega'_m t'); \\ d\nu/dt' &= -\mu - \alpha\nu. \end{aligned}\right\} \tag{3.4.9}$$

En faisant disparaître ν, on obtient pour μ l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d^2\mu}{dt'^2} + \alpha\frac{d\mu}{dt'} + G(\alpha-1)\mu = G(\alpha-1)\beta[\omega'_m \sin\omega'_m t' - \alpha\cos\omega'_m t']. \tag{3.4.10}$$

Pour $\beta = 0$, l'équation (3.4.10) se ramène, comme il est facile de s'en assurer, à l'équation (3.3.14) écrite sous forme adimensionnée.

Cherchons la solution de l'équation (3.4.10) sous la forme

$$\mu(t') = \mu_1 \exp(i\omega'_m t') + \mu_1^* \exp(-i\omega'_m t'). \tag{3.4.11}$$

Remarquons que le second membre de l'équation (3.4.10) peut être représenté par une somme des termes contenant soit $\exp(i\omega'_m t')$, soit $\exp(-i\omega'_m t')$ puisque

$$\sin\omega'_m t' = \frac{1}{2i}(e^{i\omega'_m t'} - e^{-i\omega'_m t'});$$

$$\cos\omega'_m t' = \frac{1}{2}(e^{i\omega'_m t'} + e^{-i\omega'_m t'}).$$

La fonction $\mu_1 \exp(i\omega'_m t')$ sera une solution de l'équation (3.4.10) si l'on ne garde dans son second membre que des termes contenant $\exp(i\omega'_m t')$. Sous cette condition il n'est pas difficile d'obtenir pour μ_1 l'expression suivante:

$$\mu_1 = \frac{1}{2}G(\alpha-1)\beta\frac{\alpha + i\omega'_m}{\omega'^2_m - G(\alpha-1) - i\omega'_m\alpha}. \tag{3.4.12}$$

L'expression (3.4.12) a un *caractère résonnant*. La résonance se manifeste lorsque la fréquence de modulation ω'_m du coefficient de surtension de la cavité satisfait à la condition

$$\omega'_m = \sqrt{G(\alpha-1)}. \tag{3.4.13}$$

D'après (3.4.6) ceci signifie que la fréquence de modulation est égale à la fréquence des oscillations propres du système.

Lorsque la condition de résonance (3.4.13) est réalisée, l'expression (3.4.12) donne (compte tenu que $G \gg \alpha$)

$$\mu_{1max} = G(\alpha - 1)\beta/2\alpha. \tag{3.4.14}$$

On ne devra pas oublier que les résultats que nous venons d'obtenir ne sont valables que si les amplitudes des pulsations sont petites (v. condition (3.4.8)). Ceci signifie en particulier que doit être satisfaite l'inégalité

$$\mu_{1\,max} \ll (\alpha - 1),$$

qui peut s'écrire, compte tenu de la relation (3.4.14), sous la forme

$$\beta \ll 2\alpha/G. \tag{3.4.15}$$

Remarques sur la possibilité de réalisation des pulsations non amorties de grande amplitude. — En usant des résultats obtenus dans le cas de pulsations *de petite amplitude* que nous venons d'examiner, on peut faire certaines conclusions sur les conditions de réalisation des pulsations non amorties *de grande amplitude*. Premièrement, la fréquence de modulation doit être voisine de la fréquence propre des oscillations du système considéré (*condition de résonance*). Deuxièmement, la profondeur de la modulation *ne doit pas être trop petite*. Pour que le régime de pulsations de grande amplitude soit possible il faut réaliser la condition (cf. (3.4.15))

$$\beta \gg 2\alpha/G. \tag{3.4.16}$$

Puisque $\alpha/G \approx 10^{-4}$, on déduit de (3.4.16) que le paramètre de modulation β doit avoir une valeur d'au moins de l'ordre de 10^{-4}.

Les remarques faites sont confirmées par la dépendance $m(t)$ représentée sur la fig. 3.18, *b*. La fréquence de pulsations ω' se trouve égale à la fréquence de modulation ω'_m divisée par *un nombre entier* (sur la figure $\omega' = \omega'_m/8$), ce qui témoigne du caractère paramétrique du mécanisme de l'excitation des pulsations.

Ainsi, en étudiant la faible modulation périodique de qualité de la cavité, il convient de distinguer deux situations qualitativement différentes. La première situation se réalise si est satisfaite la condition (3.4.15) (*pulsations de petite amplitude*). Dans ce cas, la valeur de μ, bien qu'elle croisse au voisinage de la résonance, reste nettement inférieure à la valeur stationnaire égale à $\alpha - 1$; la fréquence de répétition des pulsations produites est alors égale à la fréquence de modulation de qualité de la cavité. La seconde situation se réalise si est satisfaite la condition (3.4.16) (*pulsations de grande amplitude*). Dans ce cas l'amplitude μ au voisinage de la résonance est grande ($\mu_{max} \gg (\alpha - 1)$) et la fréquence de répétition des pulsations est égale à la fréquence de modulation de qualité divisée par un nombre entier.

Modulation périodique de qualité en cas d'un mouvement uniforme du plan réfléchissant. — Il est remarquable que l'effet de modulation périodique de qualité de la cavité résonnante se manifeste en particulier dans le cas d'un *mouvement uniforme*, le long de l'axe optique de plans réfléchissants quelconques, par exemple, du

plan du miroir de sortie ou de la face terminale de l'élément actif [9, 10]. Ce phénomène n'est pas difficile à expliquer si l'on se reporte à l'*effet Doppler longitudinal.*

Supposons que le plan de la face terminale de l'élément actif se déplace à une vitesse v le long de l'axe de la cavité (v. fig. 3.19, où la droite en traits interrompus indique la section de ce plan). Soient ω la fréquence de l'onde lumineuse *ayant traversée* le plan en mouvement et ω_1 la fréquence de l'onde *réfléchie* sur ce plan. Suivant l'effet Doppler

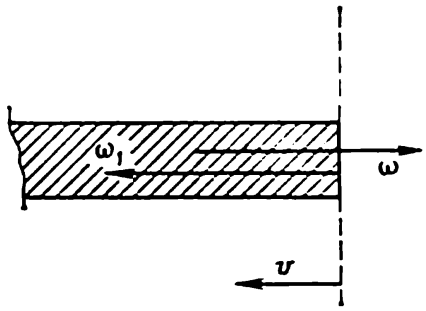


Fig. 3.19

$$\omega_1 = \omega + \Delta\omega_D = \omega + 2\omega v/c. \quad (3.4.17)$$

Ainsi, le mouvement du plan réfléchissant a pour résultat l'apparition dans la cavité résonnante, en plus de l'onde de fréquence ω, des ondes supplémentaires de fréquences $\omega \pm \Delta\omega_D$ (les amplitudes de ces ondes dépendent du coefficient de réflexion du plan en mouvement).

La présence de composantes additionnelles (composantes Doppler) provoque une modulation de la densité de flux lumineux. En examinant l'expression donnant la densité de flux

$$S = [E_0 e^{-i\omega t} + \beta E_0 e^{-i(\omega+\Delta\omega_D)t}] \quad \text{[conjug. compl.]},$$

il n'est pas difficile de voir qu'elle comporte un terme de la forme $S = 2\,|E_0|^2\beta\cos(\Delta\omega_D t)$, ce qui peut être lié évidemment à une modulation périodique de qualité de la cavité résonnante à condition que la fréquence de modulation soit égale à

$$\omega_m = \Delta\omega_D = 2\omega v/c. \quad (3.4.18)$$

La situation considérée peut se décrire par les équations du bilan (3.4.5) dans lesquelles

$$\omega'_m = 2T_1\omega v/c, \quad (3.4.19)$$

et le paramètre de modulation β doit s'exprimer par les coefficients de réflexion des plans réfléchissants mis en jeu.

En utilisant (3.4.19), on peut trouver la vitesse de mouvement du plan réfléchissant pour laquelle est satisfaite la condition de résonance (3.4.13) (*vitesse de résonance*):

$$v_{\text{rés}} = c\sqrt{G(\alpha-1)}/2\omega T_1. \quad (3.4.20)$$

En posant pour un laser à rubis $G = 10^5$, $\alpha = 30$, $T_1 = 2\cdot10^{-3}$ s, $\omega = 3\cdot10^{15}$ s^{-1}, on obtient à l'aide de (3.4.20) $v_{\text{rés}} = 4{,}5$ cm/s. En pratique, la valeur de la vitesse de résonance dans un laser à rubis varie approximativement de 1 à 10 cm/s.

Modulation périodique de qualité de la cavité par suite de l'échauffement de l'élément actif. — L'échauffement de l'élément actif au cours de l'absorption du rayonnement de pompage fait varier la valeur de son indice de réfraction (v. § 2.13). Cet effet peut provoquer lui aussi une modulation périodique de qualité de la cavité.

Supposons que la température de l'élément actif varie dans le temps à une vitesse dT/dt. Le *chemin optique* de l'élément actif l_{opt} variera dans ce cas avec une vitesse

$$dl_{opt}/dt = l\eta dT/dt, \tag{3.4.21}$$

où l est la longueur géométrique de l'élément actif ; η le coefficient de température de son indice de réfraction (au § 2.13 il était désigné par dn/dT)[1]. Il en résultera une modulation périodique de qualité de la cavité dont la fréquence se détermine par une formule analogue à (3.4.19) :

$$\omega'_m = 2T_1 (\omega/c)\, dl_{opt}/dt. \tag{3.4.22}$$

En introduisant (3.4.21) dans (3.4.22), on obtient

$$\omega'_m = 2T_1 (\omega/c)\, l\eta dT/dt. \tag{3.4.23}$$

L'analogie des formules (3.4.19) et (3.4.22) signifie en particulier que la vitesse de résonance de variation du chemin optique de l'élément actif doit s'exprimer par la même expression que celle donnant la vitesse de résonance du mouvement d'un plan réfléchissant, c'est-à-dire par l'expression (3.4.20) (en d'autres termes, les deux vitesses de résonance sont identiques). Comme il est indiqué précédemment, dans un laser à rubis les valeurs de $v_{rés}$ sont comprises entre 1 et 10 cm/s. Il est aisé de s'assurer que la vitesse dl_{opt}/dt définie par l'expression (3.4.21) tombe dans le cas du laser à rubis précisément dans cet intervalle de valeurs. En effet, pour $l = 10$ cm, $\eta = 1{,}4 \times 10^{-5}$ K^{-1}, $dT/dt = 10^4$ K/s, on obtient $dl_{opt}/dt = 1{,}4$ cm/s.

Nature des pulsations non amorties en régime d'oscillation libre. — Comme nous l'avons vu plus haut, les pulsations entretenues prennent naissance en cas d'une faible modulation périodique de qualité de la cavité résonnante. Il importe de noter qu'une telle modulation de qualité peut se réaliser non seulement dans le cas où l'on utilise à l'intérieur de la cavité des dispositifs de modulation spéciaux mais également par suite du mouvement des plans réfléchissants et d'une variation rapide dans le temps de la température de l'élément actif. Cette dernière circonstance signifie que la modulation périodique de qualité et, comme conséquence, l'apparition

[1] Nous négligeons l'effet de dilatation thermique de l'élément actif. En outre, nous ne tenons pas compte ici des effets liés à l'irrégularité spatiale de l'échauffement de l'élément actif et donc supposons que la valeur de dT/dt est la même en tous les points de sa section transversale.

de pulsations non amorties peuvent avoir lieu en *régime d'oscillation libre*, comme résultat des mouvements (vibrations) des plans réfléchissants provoqués par des causes aléatoires, ainsi que comme résultat d'un échauffement rapide de l'élément actif par suite de l'absorption du rayonnement de pompage. Le fait que la vitesse réelle du mouvement des plans réfléchissants, de même que la vitesse d'échauffement de l'élément actif, n'est pas constante n'a pas d'importance fondamentale étant donné qu'à la résonance les pulsations intenses se développent très rapidement, pendant un temps de l'ordre de 10 μs seulement. Pour l'excitation de pulsations intenses il suffit que la vitesse du plan réfléchissant se trouve, même pendant un temps relativement court, voisine de sa valeur de résonance.

Ainsi, le modèle d'un laser monomode à cavité résonnante non stationnaire permet de mettre en évidence le rôle important joué par les instabilités d'origine technique comme une des causes de l'apparition de pulsations entretenues intenses du rayonnement laser.

§ 3.5. MODULATION ACTIVE DE QUALITÉ DE LA CAVITÉ RÉSONNANTE

Au paragraphe qui précède nous avons analysé l'influence d'une *faible* modulation de qualité de la cavité résonnante sur la dynamique du laser. Passons maintenant à l'étude de la modulation *profonde* de qualité qui assure le passage du laser au régime de génération d'impulsions géantes (en cas de pompage par impulsions) ou d'un train d'impulsions régulières (en cas de pompage en continu). Dans ce qui suit nous considérons trois types de modulation active de qualité: *optomécanique* [26, 60], *électro-optique* [25 à 27] et *acousto-optique* [25, 28, 59].

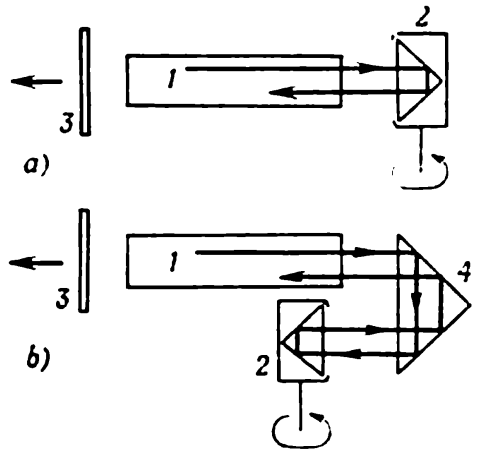


Fig. 3.20

Modulation optomécanique de qualité de la cavité. — Pour la réalisation de ce procédé de modulation de qualité on utilise largement des plans réfléchissants tournants. La fig. 3.20 représente à titre d'exemple deux schémas utilisant la modulation optomécanique de qualité. On y distingue: *1*, l'élément actif; *2*, un prisme à réflexion interne totale tournant autour d'un axe perpendiculaire à l'axe de la cavité résonnante; *3*, le miroir de sortie de la cavité; *4*, un prisme supplémentaire (fixe) à réflexion interne totale. Au cours de sa rotation le prisme *2* n'assure une haute qualité de la

cavité que pendant un temps très court. L'angle de rotation du prisme pour lequel le coefficient de surtension de la cavité devient égal à la moitié de sa valeur maximale est de l'ordre d'une minute d'angle. Pour une vitesse de rotation du prisme de l'ordre de 10^3 tours/s le temps de commutation de qualité est d'environ 100 ns. L'introduction d'éléments optiques supplémentaires permet d'augmenter la vitesse angulaire effective de rotation du prisme (pour une vitesse de rotation réelle constante). C'est ainsi que dans le schéma de la fig. 3.20, *b* la vitesse angulaire effective de rotation est deux fois plus grande que la vitesse réelle.

Modulation électro-optique de qualité. — Cette méthode de modulation de qualité est basée sur l'utilisation de l'*effet électro-optique* qui consiste en variation de l'indice de réfraction du milieu sous l'action d'un champ électrique externe. On distingue deux effets électro-optiques: *quadratique* (*phénomène de Kerr*) et *linéaire* (*effet Pockels*). Dans le premier cas, la variation de l'indice de réfraction est proportionnelle au carré de l'intensité du champ électrique externe, alors que dans le second cas elle est proportionnelle à la première puissance de l'intensité de champ [1]. L'effet Pockels ne se manifeste que dans des cristaux dépourvus de centre de symétrie. Indiquons à titre d'exemple les cristaux uniaxiaux KDP (formule chimique: KH_2PO_4) et DKDP (formule: KD_2PO_4 ou, plus exactement, $KH_{2-2x}D_{2x}PO_4$, où x est le degré de deutération).

Examinons la modulation électro-optique de qualité de la cavité résonnante utilisant l'*effet Pockels* en expliquant au préalable le sens de cet effet.

La fig. 3.21 montre l'*indicatrice optique* d'un cristal uniaxial qui représente un ellipsoïde de révolution autour de l'axe optique *OO*; n_o et n_e sont les indices de réfraction pour les ondes ordinaire et extraordinaire respectivement (ce sont les indices de réfraction principaux du cristal). Dans les cristaux DKDP et KDP $n_o = 1{,}49$ et $n_e = 1{,}46$ pour une longueur d'onde lumineuse d'environ 1 μm et une température de 20 °C de l'échantillon [2].

Appliquons au cristal un champ électrique externe dirigé le long de l'axe optique *OO*. Sous l'action de ce champ l'indicatrice optique se transforme de l'ellipsoïde de révolution en ellipsoïde à trois axes (le cristal *monoaxial* devient *biaxial*). La fig. 3.22 montre les sections de l'indicatrice optique par un plan perpendiculaire à l'axe *OO* (perpendiculaire à la direction du champ appliqué); la ligne en traits interrompus figure cette section *avant* l'application du champ et la ligne en traits pleins *après* l'application du champ. Après

---

[1] L'effet Pockels et de phénomène de Kerr sont examinés par exemple dans [25, 70].

[2] Les propriétés optiques des cristaux utilisés en électro-optique et en optique non linéaire sont résumées dans [94].

l'application du champ, les indices de réfraction du cristal sont n_1, n_2, n_e et les axes diélectriques principaux X, Y, Z (cette dernière est perpendiculaire au plan de la figure). Dans le cas considéré l'effet Pockels se décrit par les relations

$$n_1 = n_0 + n_0^3 rE/2; \quad n_2 = n_0 - n_0^3 rE/2, \tag{3.5.1}$$

où E est l'intensité du champ appliqué et r une des constantes électro-optiques du cristal.

Considérons l'effet Pockels *longitudinal* lorsque la lumière se propage le long de la direction du champ (perpendiculairement au

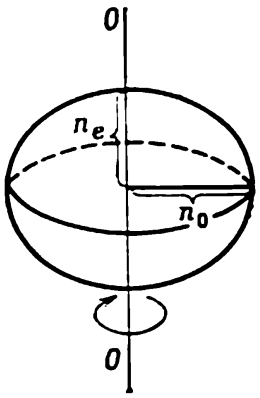


Fig. 3.21

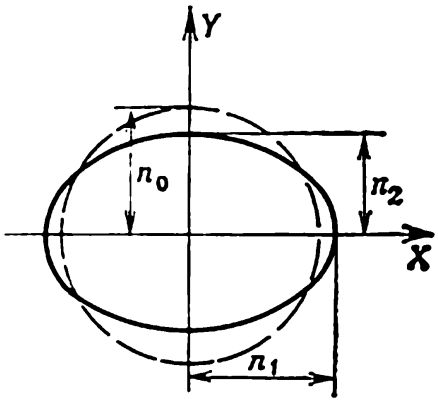


Fig. 3.22

plan de la fig. 3.22). Dans ce cas, à l'intérieur du cristal se propagent deux ondes polarisées linéairement dont les polarisations sont dirigées le long des axes X (la vitesse de l'onde est c/n_1) et Y (la vitesse de l'onde est c/n_2). En utilisant (3.5.1), cherchons la différence de phase de ces ondes après que la lumière a parcouru une distance dans le cristal :

$$\Delta\varphi = 2\pi l\,(n_1 - n_2)/\lambda_0 = 2\pi n_0^3 rU/\lambda_0. \tag{3.5.2}$$

Ici, λ_0 est la longueur d'onde de la lumière dans le vide, $U = El$, la tension électrique appliquée au cristal (l étant la longueur du cristal suivant l'axe OO). Pour un cristal DKDP $r = 2{,}6 \cdot 10^{-11}$ m/V et pour un cristal KDP $r = 1 \cdot 10^{-11}$ m/V.

La structure d'un laser à modulation de qualité, basée sur l'effet Pockels longitudinal, est représentée sur la fig. 3.23, *a*. On y distingue : *1*, l'élément actif ; *2*, une cellule de Pockels (C étant le cristal DKDP et E les électrodes) ; *3*, des polariseurs linéaires ; *4*, les miroirs de la cavité. La direction de polarisation de la lumière ayant traversée le polariseur (la direction *aa* sur la figure) fait un angle ψ avec la direction de l'axe diélectrique principal X du cristal (la direction *bb* sur la figure).

Supposons que le cristal soit mis sous la tension (la cellule de Pockels mise en marche). Dans ce cas, les ondes lumineuses, dont les polarisations sont dirigées le long de l'axe X et le long de l'axe Y, après la traversée de la cellule seront déphasées l'une par rapport à

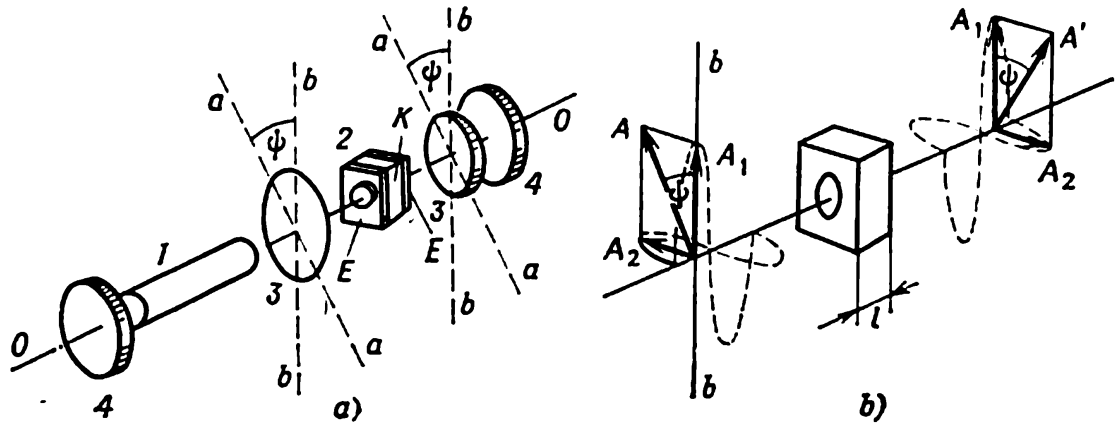


Fig. 3.23

l'autre d'une quantité $\Delta\varphi$ définie par la relation (3.5.2). Il en résulte que le faisceau lumineux polarisé linéairement, entrant dans la cellule de Pockels, se transforme à la sortie de la cellule en un faisceau polarisé elliptiquement. Supposons que la cellule soit attaquée par une tension pour laquelle $\Delta\varphi = \pi$; on l'appelle *tension demi-onde* et on la désigne par $U_{\lambda/2}$. Il découle de (3.5.2) que

$$U_{\lambda/2} = \lambda_0/(2n_0^3 r). \tag{3.5.3}$$

Lorsqu'on utilise la tension demi-onde, la polarisation du faisceau lumineux sortant de la cellule *reste linéaire*, mais la direction de polarisation se trouve *tournée* d'un angle 2ψ par rapport à la direction initiale. On le voit bien sur la fig. 3.23, *b*, où A désigne le vecteur d'amplitude de l'onde lumineuse à l'entrée et A' à la sortie de la cellule. Représentons l'onde entrant dans la cellule par une superposition de deux ondes polarisées linéairement, d'indices de réfraction n_1 (vecteur d'amplitude A_1) et de n_2 (vecteur d'amplitude A_2). Etant donné que pour $U = U_{\lambda/2}$ ces ondes se trouvent décalées, après la traversée de la cellule, d'une demi-longueur d'onde l'une par rapport à l'autre, un des vecteurs d'amplitude (A_1 ou A_2) doit inverser sa direction.

La direction de sa polarisation étant tournée de l'angle 2ψ, l'onde sortant de la cellule de Pockels ne peut passer que partiellement à travers le second polariseur. L'intensité de l'onde traversant le second polariseur (désignons-la par A_{tr}^2) est liée à l'intensité de

l'onde transmise par le premier polariseur (intensité A^2) par la relation

$$A_{tr}^2/A^2 = \cos^2 2\psi, \tag{3.5.4}$$

qui est facile à déduire de la fig. 3.24.

Ainsi, dans le schéma de la fig. 3.23, *a*, les pertes sont plus grandes lorsque la cellule de Pockels est mise en circuit que lorsqu'elle est mise hors circuit. L'augmentation des pertes est maximale pour $\psi = \pi/4$; dans ce cas $A_{tr}^2 = 0$ parce que l'interrupteur est complètement fermé. A la mise hors circuit de la cellule de Pockels (en supprimant la tension entre ses électrodes) la qualité de la cavité résonnante subit rapidement une augmentation considérable. Le temps de commutation de la qualité se détermine par la vitesse de variation de la tension électrique appliquée entre les électrodes de la cellule de Pockels; ce temps vaut quelques nanosecondes.

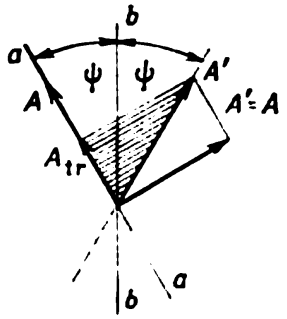


Fig. 3.24

Modulation acousto-optique de qualité. — Le fonctionnement d'un interrupteur acousto-optique repose sur le phénomène de *diffraction de la lumière par une onde ultrasonore*. Supposons qu'une onde ultrasonore excitée par un convertisseur piézo-électrique se propage dans un milieu (solide ou liquide); le milieu devient alors le siège de contraintes mécaniques liées à des compressions et à des décompressions locales. Ces contraintes agissent, par l'intermédiaire de l'*effet photo-élastique*, sur l'indice de réfraction du milieu. Il en résulte l'apparition de couches périodiques (leur période spatiale est égale à la longueur d'onde sonore Λ), qui se caractérisent par des valeurs différentes de l'indice de réfraction et se déplacent dans le milieu à la vitesse du son. Le passage de l'onde lumineuse à travers un tel milieu donne lieu à la diffraction par la structure spatiale périodique, liée à la variation périodique de l'indice de réfraction.

En supposant qu'une onde sonore de fréquence Ω se propage suivant l'axe y, présentons l'indice de réfraction du milieu sous la forme

$$n(y, t) = n + \Delta n \sin[(2\pi y/\Lambda) - \Omega t]. \tag{3.5.5}$$

Ici, n est l'indice de réfraction en l'absence d'onde sonore, Δn l'amplitude de la variation de l'indice de réfraction. La valeur de Δn se détermine par l'amplitude de la déformation élastique à laquelle elle est liée par l'intermédiaire des constantes opto-élastiques du milieu; l'amplitude de déformation élastique dépend à son tour de la puissance P_a de l'onde sonore [25].

Supposons réalisée la condition

$$l\lambda/\Lambda^2 > 1, \tag{3.5.6}$$

où λ est la longueur de l'onde lumineuse se propageant dans le milieu ; l. la longueur de l'interaction acousto-optique (chemin parcouru par le faisceau lumineux dans le volume du milieu soumis à l'action de l'onde sonore). Lorsque la condition (3.5.6) est satisfaite, on est en présence de la *diffraction de Bragg* [1].

Le principe de fonctionnement d'un interrupteur acousto-optique utilisant la diffraction de Bragg est explicité à la fig. 3.25. Ici, H est la largeur du faisceau sonore; les schiffres désignent les directions de propagation des faisceaux : *1*, sonore ; *2*, lumineux incident ; *3*, lumineux transmis (ou réfracté) ; *4*, lumineux diffracté (la réfraction de la lumière sur la frontière de l'interrupteur n'est pas figurée). L'angle θ_B (angle de Bragg) se définit par la relation

$$\sin \theta_B = \lambda/2\Lambda. \qquad (3.5.7)$$

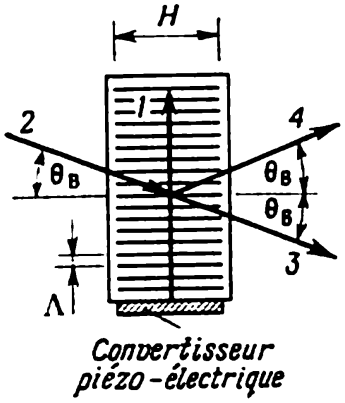


Fig. 3.25

L'interrupteur est orienté à l'intérieur de la cavité laser de telle sorte que la direction du faisceau lumineux incident à l'intérieur de l'interrupteur satisfasse à la condition (3.5.7). Si le convertisseur piézo-électrique qui fournit l'onde sonore est mis hors circuit, le flux lumineux passe par l'interrupteur sans changer de direction (l'interrupteur est ouvert). Après l'application de l'onde sonore, le flux lumineux incident (d'intensité I_0) sera partiellement transformé en un flux diffracté (d'intensité I_1) dont la direction formera avec celle du faisceau incident un angle $2\theta_B$. Plus le rapport I_1/I_0 est proche de l'unité, plus faible est la transparence de l'interrupteur dans la direction du flux lumineux incident. Le rapport I_1/I_0 caractérise l'*efficacité* d'un interrupteur acousto-optique.

A l'approximation des ondes planes on a la relation (v. [28])

$$\frac{I_1}{I_0} = \sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda_0 \cos \theta_B} \sqrt{\frac{P_a l}{2H} M_2} \right). \qquad (3.5.8)$$

Ici, λ_0 est la longueur d'onde lumineuse dans le vide, M_2 un coefficient dit *de qualité acousto-optique* et défini par

$$M_2 = n^6 p^2/\rho v^3,$$

où p est la constante opto-élastique du milieu, ρ, la densité du milieu, v, la vitesse du son. Il résulte de (3.5.8) que $I_1/I_0 = 1$ si la puissance

[1] Si $l\lambda/\Lambda^2 \ll 1$, c'est la *diffraction de Raman-Nath* qui a lieu [28]. Dans les interrupteurs acousto-optiques ce type de diffraction ne se réalise pas en règle générale.

acoustique P_a prend la valeur suivante:

$$P_{0a} = (\lambda_0^2 \cos^2 \theta_B)/2M)\,(H/l). \qquad (3.5.9)$$

Dans ce cas le flux lumineux incident se transforme totalement en un flux diffracté (l'interrupteur est complètement ouvert).

Les résultats (3.5.8) et (3.5.9) sont valables pour des ondes *planes*. En pratique, on a affaire à des ondes *divergentes* (convergentes). Dans le cas de la diffraction de telles ondes une déviation totale du faisceau lumineux incident est en principe impossible; c'est pourquoi un rapport I_1/I_0 égal à l'unité ne se réalise pas en pratique.

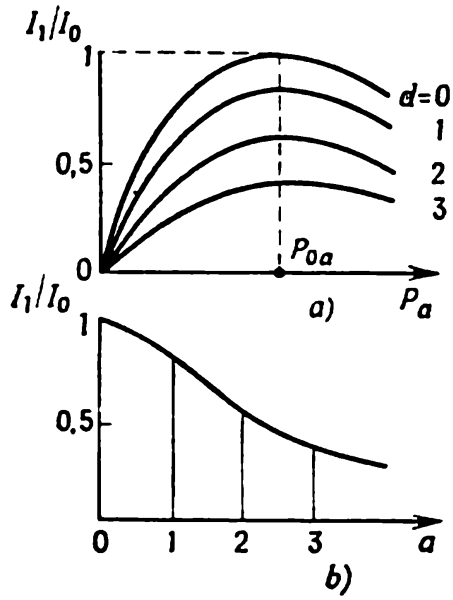


Fig. 3.26

Nous supposerons que le faisceau lumineux considéré est un faisceau *gaussien* et que l'interrupteur acousto-optique est placé à l'endroit d'étranglement du faisceau de rayon ρ_0. L'efficacité d'un tel interrupteur dépend du paramètre a défini par [95]

$$a = (2\lambda/\pi\rho_0)\,(H/\Lambda). \qquad (3.5.10)$$

Le facteur $2\lambda/\pi\rho_0$ est l'angle de divergence du faisceau lumineux gaussien dont le rayon d'étranglement est égal à ρ_0 (v. (2.7.5)), et Λ/H est l'angle de divergence du faisceau sonore; le paramètre a se définit donc par le rapport des angles de divergence des faisceaux lumineux et sonore. La fig. 3.26, *a* montre les courbes de variation de I_1/I_0 en fonction de P_a pour quelques valeurs différentes du paramètre a, et la fig. 3.26, *b* montre l'allure de la variation de I_1/I_0 en fonction de a pour $P_a = P_{0a}$. A une puissance acoustique donnée, l'efficacité de l'interrupteur est d'autant plus élevée que la valeur du paramètre a est plus faible. La courbe de la fig. 3.26, *a* construite pour $a = 0$ correspond à la formule (3.5.8). Les autres courbes sont obtenues à partir de la diffraction des faisceaux lumineux gaussiens [28].

Désignons par Δt le temps de *commutation* de l'interrupteur acousto-optique, c'est-à-dire le temps nécessaire pour l'apparition ou au contraire pour la disparition du faisceau diffracté. Il peut être considéré comme le temps pendant lequel l'onde sonore parcourt une distance d égale au diamètre du faisceau lumineux: $\Delta t \approx d/v$. En posant $d = 0{,}2$ cm, $v = 6 \cdot 10^5$ cm/s (dans le quartz piézo-électrique), on obtient $\Delta t \approx 300$ ns. Pour réduire Δt, il convient de diminuer d; c'est pourquoi on place l'interrupteur acousto-optique à l'endroit d'étranglement du faisceau lumineux incident. Plus petit

est le rayon de l'étranglement, plus court est Δt et donc plus grande est la rapidité de fonctionnement de l'interrupteur. Pourtant on ne devra pas oublier que plus faible est le rayon d'étranglement, plus grande est la divergence du faisceau lumineux (le paramètre a croît) et, comme conséquence, plus basse est l'efficacité de l'interrupteur. En pratique, on préfère travailler avec des valeurs du paramètre a voisines de l'unité.

Les interrupteurs acousto-optiques les plus employés sont faits en quartz fondu. Celui-ci se caractérise par une haute transparence. Mais son coefficient de qualité acousto-optique est médiocre, de sorte qu'on doit mettre en jeu une puissance acoustique relativement élevée ($P_a \approx 50$ W à des fréquences de 25 à 50 MHz).

Caractéristiques comparées des modulations électro-optique et acousto-optique de qualité. — Les principales caractéristiques des interrupteurs acousto-optiques et électro-optiques sont comparées dans le Tableau 3.3. Comme le montre ce tableau, les pertes minimales (pertes à l'état ouvert de l'interrupteur) sont d'un ordre de grandeur plus faibles dans l'interrupteur acousto-optique que dans l'interrupteur électro-optique et se chiffrent par environ 0,1 %. La fermeture est beaucoup plus efficace dans les interrupteurs électro-optiques (les pertes maximales atteignent pratiquement 100 %) que dans les interrupteurs acousto-optiques. Le temps de commutation des interrupteurs électro-optiques est de deux et même de trois ordres de grandeur inférieur à celui des interrupteurs acousto-optiques et ne dépasse pas quelques nanosecondes.

Tableau 3.3

Caractéristiques	Interrupteurs	
	électro-optique	acousto-optique
Pertes minimales, %	1 à 3	0,1 à 0,3
Pertes maximales, %	≈ 100	20 à 60
Temps de réponse, ns	$\lesssim 5$	10^2 à 10^3

Les interrupteurs acousto-optiques sont utilisés de préférence dans des lasers pompés *en continu* et les interrupteurs électro-optiques dans des lasers pompés *par impulsions*. Ceci tient tant aux propriétés de ces interrupteurs qu'au fait que les gains d'amplification sont nettement plus élevés dans des lasers à pompage par impulsions que dans des lasers à pompage en continu. Signalons à ce propos que le coefficient de transparence optimal du miroir de sortie des lasers pompés en continu ne s'élève qu'à quelques pour cent alors que dans des lasers pompés par impulsions il excède 50 %.

Pour de basses valeurs du gain d'amplification, qui sont caractéristiques des lasers à pompage en continu, le décrochage d'oscillation peut se produire même pour des pertes relativement peu élevées que l'interrupteur optique introduit dans la cavité. Dans de tels lasers on peut donc utiliser efficacement des interrupteurs acousto-optiques dont les pertes à l'état ouvert sont les plus faibles. Le fait que la fermeture de ces interrupteurs n'est pas très bonne est sans importance si la fréquence de répétition des impulsions lumineuses est suffisamment élevée (5 à 50 kHz pour un laser à grenat au néodyme pompé en continu). Mais dans le cas des faibles valeurs de la fréquence de répétition des impulsions et, à plus forte raison, en régime d'impulsions uniques, les pertes introduites par un interrupteur acousto-optique à l'état fermé peuvent s'avérer insuffisantes pour le décrochage d'oscillation d'un laser pompé en continu (et par conséquent pour la réalisation du régime de modulation de qualité de la cavité résonnante). Une bonne fermeture de l'interrupteur est particulièrement importante dans des lasers à pompage par impulsions. Dans ce cas, les pertes relativement hautes (de l'ordre de quelques pour cent), que peut introduire l'interrupteur à l'état ouvert, sont de peu d'importance; l'essentiel est que la fermeture de l'interrupteur soit bonne et qu'il assure le décrochage d'oscillation pour de fortes valeurs du gain d'amplification. C'est la raison pour laquelle dans des lasers à pompage par impulsions la préférence est donnée aux interrupteurs électro-optiques.

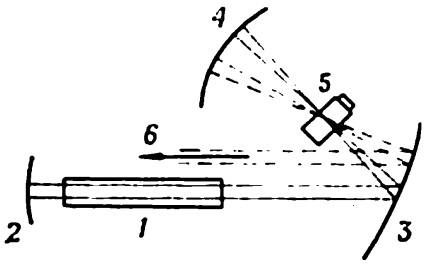


Fig. 3.27

Comme nous l'avons vu plus haut, pour augmenter la rapidité de fonctionnement des interrupteurs acousto-optiques, il faut utiliser des flux lumineux à petit rayon d'étranglement et placer l'interrupteur à l'endroit d'étranglement. Dans des lasers à pompage par impulsions ceci conduira à un fort échauffement de l'interrupteur (et même à sa destruction).

Modulation des pertes utiles. — A la notion de *modulation de qualité* on convient d'associer la notion de modulation des pertes *nuisibles*. Alors pour la modulation des pertes *utiles* on utilise un terme spécial de *décharge de la cavité résonnante* (*cavity-dumping*); v. § 3.1. D'un point de vue plus général suivant lequel la qualité de la cavité résonnante se détermine par les pertes tant nuisibles qu'utiles, la modulation des pertes utiles peut être considérée comme une des variantes de modulation active de qualité de la cavité.

Un interrupteur acousto-optique à fonctionnement rapide fait en quartz fondu et destiné à la réalisation du régime de décharge de la cavité est décrit dans [53]. Le temps de commutation de cet inter-

rupteur est de 5 ns. On y arrive par concentration du faisceau lumineux ; le rayon du faisceau dans l'interrupteur est de 20 μm. L'interrupteur considéré (qui joue dans ce cas le rôle du modulateur de pertes utiles) est représenté sur la fig. 3.27. On y distingue : *1*, l'élément actif ; *2*, *3*, *4*, des miroirs à haute réflexion ; *5*, l'interrupteur placé au centre de la sphère correspondant à la surface du miroir *4* ; *6*, le flux lumineux sortant de la cavité à la mise en circuit de l'interrupteur. Les lignes en traits pleins décrivent le flux lumineux lorsque l'interrupteur est ouvert et les lignes en traits interrompus lorsqu'il est fermé.

§ 3.6. RÉGIME D'IMPULSIONS GÉANTES POUR MODULATION ACTIVE DE QUALITÉ DE LA CAVITÉ

Principales étapes temporelles [1]. — Le développement d'une impulsion géante peut se considérer commodément en examinant les principales étapes que comporte sa génération.

Reportons-nous à la fig. 3.28 (comparer à fig. 3.2). La partie supérieure de cette figure représente trois fonctions du temps : de la densité d'inversion de populations (courbe $N(t)$), de la valeur de seuil de la densité d'inversion de populations (courbe $N_{\text{seuil}}(t)$) et de la qualité de la cavité résonnante (courbe en traits interrompus $Q(t)$). Deux dernières courbes sont mutuellement liées vu que d'après (3.2.42) $N_{\text{seuil}}(t) = [BhQ(t)]^{-1}$. La qualité varie de sa valeur minimale $Q_{\min}$ (*pertes élevées*) à sa valeur maximale Q (*faibles pertes*) ; le temps de commutation de la qualité est t_Q. La densité d'inversion de populations varie respectivement de sa valeur maximale $N_{0\,\text{seuil}}$ à sa valeur minimale N_{seuil}. La courbe représentée en bas de la figure traduit la variation dans le temps du nombre de photons dans le rayonnement émis (fonction $M(t)$). Considérons trois étapes successives : l'étape du pompage et les étapes linéaire et non linéaire du développement de l'oscillation.

L'*étape du pompage* précède l'entrée en oscillation ($N(t) < N_{\text{seuil}}(t)$). Le pompage fait croître l'inversion de populations $N(t)$. A un certain instant (désigné sur la figure par $t_{\text{décl}}$), le coefficient de surtension de la cavité résonnante commence à croître rapidement, par conséquent, le seuil d'oscillation commence à s'abaisser rapidement. La diminution du seuil d'oscillation conduit à l'intersection des courbes $N(t)$ et $N_{\text{seuil}}(t)$; l'instant correspondant au point d'intersection A (v. figure) est celui où le laser entre en oscillation. Sur la figure il est choisi pour origine des temps $t = 0$.

---

[1] La production d'impulsions géantes en cas de déclenchement rapide de la qualité est examinée dans [1 à 4], voir aussi [29, 96 à 98, 24].

L'*étape du développement linéaire* (*lent*) *de l'oscillation* est de durée t_0. Elle se caractérise par une valeur pratiquement constante de la densité d'inversion de populations (désignons cette valeur par N_1 ; en toute rigueur $N_1 = N(0)$). Etant donné que dans le cas du

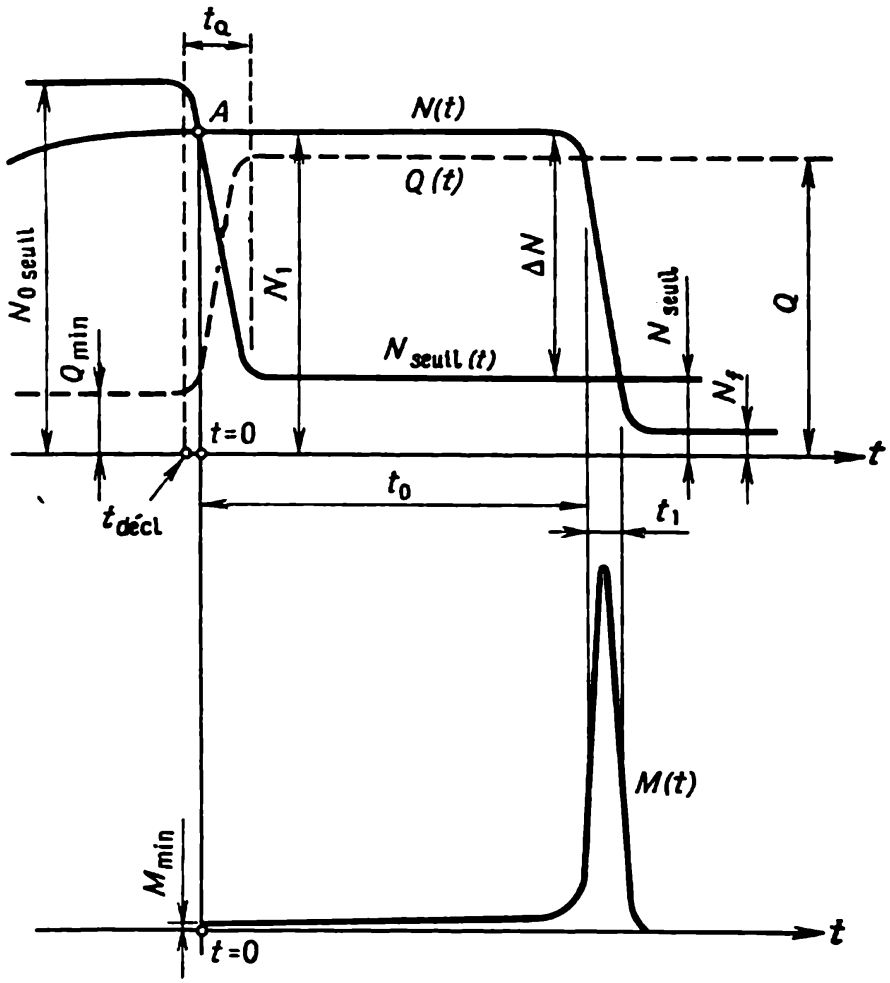


Fig. 3.28

déclenchement *rapide* de qualité que nous considérons on a l'inégalité $t_Q \ll t_0$, le coefficient de surtension de la cavité atteint sa valeur maximale dès le stade initial de l'étape du développement linéaire de l'oscillation si bien que la génération se développe dans les *conditions des faibles pertes*. Vers l'instant d'entrée en oscillation (c'est-à-dire vers l'instant $t = 0$) la densité du champ de photons prend la valeur M_{min} due aux processus spontanés. Dans l'étape du développement linéaire de l'oscillation la fonction $M(t)$ croît assez peu, sa croissance rapide ne commence qu'à la fin de cette étape, ce qui indique le passage à l'étape du développement non linéaire.

L'*étape du développement non linéaire* (*rapide*) *de l'oscillation* a une durée t_1 qui est considérablement inférieure à la durée t_0 de

l'étape linéaire (v. fig. 3.28). Durant cette étape, la densité d'inversion de populations décroît jusqu'à sa valeur minimale N_f qui est inférieure à la valeur de seuil finale N_{seuil}. Toute l'énergie concentrée dans l'impulsion géante est émise pratiquement dans cette étape.

La condition nécessaire pour augmenter l'énergie de l'impulsion géante est l'augmentation de la différence $N_1 - N_{\text{seuil}}$ (sur la figure cette différence est désignée par ΔN). A cet effet, il est nécessaire, premièrement, d'assurer une différence suffisamment grande $N_{0\ \text{seuil}} - N_{\text{seuil}}$, c'est-à-dire une modulation profonde de qualité. Deuxièmement, l'intensité du pompage doit être suffisamment élevée pour rendre la valeur du paramètre de pompage N_0 (et donc la valeur de $N(t)$) voisine de la valeur $N_{0\ \text{seuil}}$. Enfin, troisièmement, l'instant de déclenchement de qualité $t_{\text{déc}}$ doit être mis en accord avec l'impulsion de pompage: l'augmentation du coefficient de surtension de la cavité ne doit commencer que lorsque la valeur de $N(t)$ sera, grâce au pompage, suffisamment proche de sa valeur limite N_0 (pour une puissance de pompage donnée).

Equations du bilan. Déclenchement instantané de qualité. — Tenons compte de la variation du coefficient de surtension de la cavité en fonction du temps:

$$Q(t) = Q/f(t) = \omega T/f(t). \tag{3.6.1}$$

Ici, Q est la valeur maximale de ce coefficient, T, la durée de vie des photons dans la cavité, correspondant à la valeur maximale du coefficient de surtension; $f(t)$, une fonction du temps variant dans les limites de $f(0) = Q/Q_{\min}$ à 1 [1]. En tenant compte de (3.6.1), récrivons le système d'équations du bilan (3.2.34) sous la forme

$$\left.\begin{aligned} dM/dt &= B'MN - Mf(t)/T; \\ dN/dt &= -\beta B'MN + (N_0 - N)/T_1. \end{aligned}\right\} \tag{3.6.2}$$

Puis, remarquons que le temps de développement de l'impulsion géante (y compris l'étape linéaire) est beaucoup plus petit que le temps T_1 [2]; on peut donc négliger dans (3.6.2) le terme $(N_0 - N)/T_1$, c'est-à-dire ne pas tenir compte des processus de relaxation et de pompage durant le temps d'émission de l'impulsion géante. Ceci permet de simplifier considérablement le système d'équations du bilan qui devient

$$\left.\begin{aligned} dM/dt &= B'MN - Mf(t)/T; \\ dN/dt &= -\beta B'MN. \end{aligned}\right\} \tag{3.6.3}$$

---

[1] Supposons pour simplifier que l'instant de déclenchement de qualité et l'instant d'entrée en oscillation (les instants $t_{\text{déc}}$ et t 0) coïncident.

[2] Rappelons (v. § 3.1) que $(t_0 + t_1) \approx 10^{-7}$ s.

Soulignons que les processus de relaxation et de pompage ont une importance fondamentale dans l'*étape qui précède l'oscillation*. Quant à l'*étape d'émission* de l'impulsion géante, ces processus sont en fait sans importance parce que la durée de cette étape est relativement petite. Le processus d'émission de l'impulsion géante s'achève avant que la densité d'inversion de populations subisse une variation quelque peu notable par suite des processus de relaxation et de pompage.

En passant à la forme adimensionnée, utilisons les relations (3.2.52) dans lesquelles on a pris comme T et N_{seuil} les valeurs des paramètres se rapportant à l'état où le coefficient de surtension de la cavité a la valeur maximale. Le système d'équations (3.6.3) prendra la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned} dm/dt' &= Gm\,[n - f(t')]\,; \\ dn/dt' &= -mn. \end{aligned}\right\} \tag{3.6.4}$$

Nous supposerons que le déclenchement de qualité soit *instantané*. Dans ce cas la fonction f peut être présentée sous la forme

$$f(t') = \begin{cases} Q/Q_{\min}\,; & t' \leqslant 0\,; \\ 1\,; & t' > 0. \end{cases} \tag{3.6.5}$$

Ainsi, dans l'étape de l'oscillation ($t' > 0$) on a $f = 1$. Ceci nous conduit au système d'équations du bilan sous la forme suivante:

$$\boxed{\begin{aligned} dm/dt' &= Gm\,(n-1)\,; \\ dn/dt' &= -mn \end{aligned}}\,. \tag{3.6.6}$$

Supposons qu'en plus du modulateur de qualité la cavité laser renferme encore un élément *non linéaire* qui assure une *rétroaction négative*. Cet élément peut s'employer pour augmenter la durée de l'impulsion géante. Comme élément non linéaire on peut utiliser un cristal semiconducteur assurant une *absorption à deux photons* à la fréquence émise. Alors, la première des équations du système (3.6.6.) comportera un terme supplémentaire qui tient compte des pertes non linéaires dans la cavité. Ce terme est proportionnel au carré de l'intensité du champ régnant à l'intérieur de la cavité. Le système d'équations (3.6.6) prend dans le cas considéré la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned} dm/dt' &= Gm\,(n-1) - gm^2\,; \\ dn/dt' &= -mn. \end{aligned}\right\} \tag{3.6.7}$$

Ici, g est un paramètre qui caractérise l'absorption à deux photons dans l'élément non linéaire.

Portrait de phase d'un laser à déclenchement instantané de qualité. — En divisant membre à membre la première des équations (3.6.6) par la deuxième, on obtient

$$dm/dn = -G\,(n-1)/n. \tag{3.6.8}$$

Intégrons

$$\int_{m_1}^{m} dm = -G \int_{n_1}^{n} dn \left(1 - \frac{1}{n}\right). \tag{3.6.9}$$

Ici,

$$n_1 = n(0) = N_1/N_{\text{seuil}}; \quad m_1 = m(0) = M_1 \beta B' T_1. \tag{3.6.10}$$

On est conduit finalement à l'équation suivante pour les *trajectoires de phase* d'un laser à déclenchement instantané de qualité :

$$m = m_1 + G\,[n_1 - n - \ln(n_1/n)]. \tag{3.6.11}$$

En posant $dm/dt' = 0$, on déduit de (3.6.6) que la valeur *maximale* de l'intensité du champ correspondant à la puissance de crête de l'impulsion géante est atteinte pour $n = 1$. En introduisant $n = 1$ dans (3.6.11), on trouve cette valeur maximale

$$m_{\max} = G\,(n_1 - 1 - \ln n_1) \tag{3.6.12}$$

(comme $m_{\max} \gg m_1$, le terme m_1 figurant au second membre de l'expression (3.6.11) peut être dans ce cas négligé).

Il résulte de l'inégalité physiquement évidente $N_1 - N_{\text{seuil}} > 0$ que la valeur de n_1 qui est égale au rapport N_1/N_{seuil} doit être supérieure à l'unité :

$$n_1 > 1. \tag{3.6.13}$$

Désignons par n_f le rapport N_f/N_{seuil}, où N_f est la densité *finale* d'inversion de populations réalisée à la fin du processus d'émission de l'impulsion géante. Pour évaluer n_f, posons $m = 0$ dans (3.6.11) ; il vient

$$n_f + \ln(n_1/n_f) = n_1 + m_1/G. \tag{3.6.14}$$

Au second membre de cette égalité, le deuxième terme est beaucoup plus petit que le premier. En le négligeant et en notant $\xi = n_f/n_1$, récrivons (3.6.14) sous la forme

$$\xi = 1 + \ln \xi/n_1. \tag{3.6.15}$$

L'allure de la fonction $\xi\,(1/n_1)$ définie par la relation (3.6.15) est montrée sur la fig. 3.29. Comme l'indique cette figure, $\xi < 1/n_1$, ou autrement dit,

$$n_f < 1. \tag{3.6.16}$$

Ainsi, $N_f < N_{\text{seuil}}$, ce qui indique que le processus d'émission de l'impulsion se caractérise par une certaine inertie. A l'instant où la fonction décroissante $N(t)$ atteint sa valeur de seuil N_{seuil}, l'oscillation *ne cesse pas* parce que les photons se trouvant dans la

cavité continuent à initier des actes de désexcitation des centres actifs excités.

Plus grand est le rapport N_1/N_{seuil}, plus petit est le rapport N_f/N_{seuil}. Par exemple, pour $n_1 = N_1/N_{seuil} = 2$, on a $\xi = 0{,}2$, donc $n_f = N_f/N_{seuil} = 0{,}4$. Pour $n_1 = 3{,}5$, on a $\xi = 0{,}04$ et donc $n_f = 0{,}14$.

En réunissant les résultats obtenus plus haut il n'est pas difficile d'obtenir le *portrait de phase* du laser à déclenchement instantané

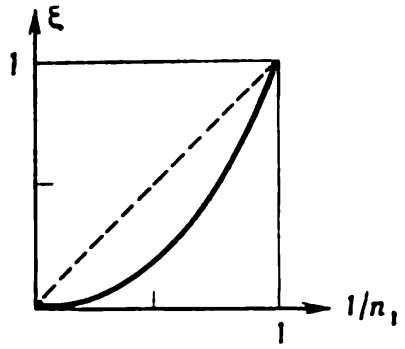


Fig. 3.29

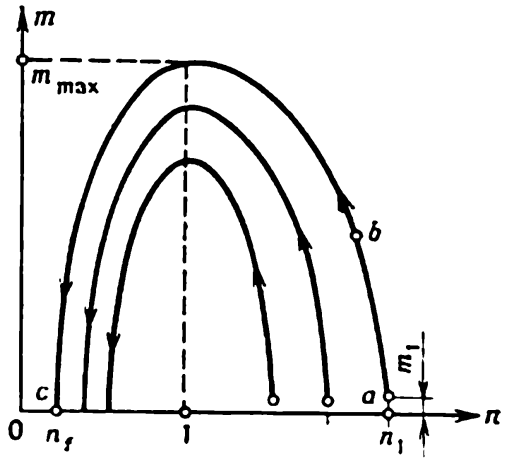


Fig. 3.30

de qualité. Ce portrait est représenté sur la fig. 3.30. Trois trajectoires de phase tracées dans cette figure correspondent à trois valeurs différentes de n_1 (à trois rapports différents N_1/N_{seuil}).

Une de ces trajectoires de phase est divisée en deux parties qui correspondent à l'étape *linéaire* (partie *a-b*) et à l'étape *non linéaire* (partie *b-c*) du développement de l'oscillation. Cette division est approximative [1]; l'ordonnée du point *b* est choisie égale à la moitié de la valeur maximale de l'intensité du champ pour la trajectoire de phase considérée. La vitesse de déplacement du point figuratif sur la trajectoire de phase n'est pas constante: il parcourt la partie relativement courte *a-b* pendant un temps t_0' et la partie relativement longue *b-c* pendant un temps t_1' tels que $t_1' \ll t_0'$.

Analyse de l'étape du développement linéaire de l'oscillation. — Nous supposerons que dans cette étape

$$n \quad n_1 = \text{const.} \tag{3.6.17}$$

[1] Il est impossible d'indiquer une frontière bien nette entre les étapes linéaire et non linéaire du développement de l'oscillation.

En outre, nous tiendrons compte de la contribution apportée par l'*émission spontanée*, en utilisant à cet effet au lieu de la première des équations (3.6.6) l'équation suivante

$$dm/dt' = Gm\,(n_1 - 1) + G\varepsilon\,(n_1 + n''), \tag{3.6.18}$$

qui s'obtient à partir de (3.2.56) si l'on tient compte de (3.6.17). Récrivons l'équation (3.6.18) sous la forme

$$dm/(m + \delta) = G\,(n_1 - 1)\,dt', \tag{3.6.19}$$

où $\delta = \varepsilon\,(n_1 + n'')/(n_1 - 1)$, et intégrons

$$\int_{m_1}^{m} \frac{dm}{m+\delta} = G\,(n_1 - 1) \int_0^{t'} dt'.$$

Il vient

$$m\,(t') = (m_1 + \delta)\exp\,[G\,(n_1 - 1)\,t'] - \delta. \tag{3.6.20}$$

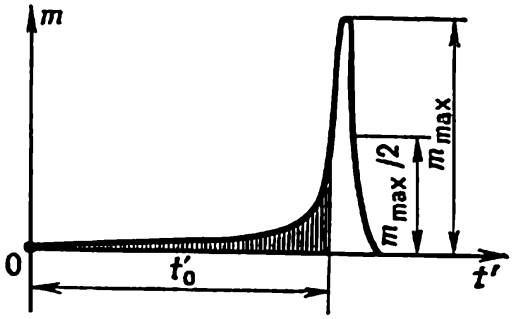


Fig. 3.31

On montre (v. par exemple [4]) que

$$m_1 = \varepsilon\,(n_1 + n'')\Big/\left(\frac{Q}{Q_{min}} - n_1\right). \tag{3.6.21}$$

Puisqu'en règle générale $(Q/Q_{min} - n_1) \gg (n_1 - 1)$, il résulte de (3.6.21) que $m_1 \ll \delta$. Mettons donc (3.6.20) sous la forme

$$m\,(t') = \delta\,[\exp\,[G\,(n_1 - 1)t'] - 1]. \tag{3.6.22}$$

On peut considérer que la formule (3.6.22) décrit assez bien la partie de la courbe $m\,(t')$ de la fig. 3.31, qui correspond à la région hachurée; la durée t'_0 de cette partie est considérée comme la durée de l'étape du développement linéaire de l'oscillation.

En portant $m = m_{max}/2$ dans (3.6.22), on obtient pour la valeur de t'_0:

$$t'_0 = [1/G(n_1 - 1)]\ln\,(m_{max}/2\delta) \tag{3.6.23}$$

(on a tenu compte de ce que $\delta \ll m_{max}$). En faisant usage de (3.6.12), mettons (3.6.23) sous la forme

$$t_0 = t'_0 T_1 = \frac{T}{n_1 - 1}\ln\frac{G\,(n_1 - 1 - \ln n_1)}{2\varepsilon\,(n_1 + n'')(n_1 - 1)}. \tag{3.6.24}$$

Donnons un exemple numérique concret: $T = 10^{-8}$ s, $n_1 = 3{,}5$, $n'' = 10^2$, $G = 10^5$, $\varepsilon = 10^{-13}$. Dans ce cas l'expression (3.6.24) donne $t_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ s $=$ $= 150$ ns.

Caractéristiques énergétiques de l'impulsion géante. — La puissance P du rayonnement émis peut être représentée, compte tenu de (3.2.27) et (3.2.35), sous la forme

$$P = S_{sor}s = \hbar\omega v\eta_2 MV, \tag{3.6.25}$$

où s est l'aire de la face terminale lumineuse de l'élément actif; V, le volume participant à l'oscillation. Récrivons l'expression (3.6.25) en utilisant (3.2.36) et (3.2.52):

$$P = \frac{\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \frac{Gm}{\beta B T_1^2} V = \frac{\eta_2}{\sigma N_{\text{seuil}}} \frac{Gm}{\beta B T_1^2} V. \qquad (3.6.26)$$

Introduisons une puissance de sortie sous forme adimensionnée p

$$p = P \left[\frac{\eta_2}{\sigma N_{\text{seuil}}} \frac{V}{\beta B T_1^2} \right]^{-1}. \qquad (3.6.27)$$

Dans ce cas le résultat (3.6.26) prend la forme

$$p = Gm. \qquad (3.6.28)$$

En faisant usage de (3.6.12), on obtient l'expression donnant la valeur *maximale* de la puissance de sortie (sous forme adimensionnée)

$$p_{\max} = Gm_{\max} = G^2 (n_1 - 1 - \ln n_1). \qquad (3.6.29)$$

Etudions la possibilité d'augmentation de $p_{\max}$. Rappelons à ce propos que $n_1 = N_1/N_{\text{seuil}} = B\hbar N_1 Q$. Il existe donc deux voies à suivre pour pouvoir augmenter n_1 : l'augmentation de N_1 et l'augmentation de Q. Etant donné que la fonction $F(n_1) = n_1 - 1 - \ln n_1$ croît de façon monotone avec l'augmentation de n_1 (dans la région qui nous intéresse $n_1 > 1$), alors que G^2 est indépendant de N_1, on peut conclure que la puissance de crête de sortie doit augmenter avec la croissance de N_1 (avec la croissance de la puissance de pompage). Mais on ne devra pas oublier que la croissance de N_1 est limitée à la valeur n' ($N_1 < n'$), car la densité d'inversion de populations ne peut évidemment pas dépasser la limite correspondant au cas où tous les centres actifs sans exception sont placés au niveau supérieur de la transition laser.

Supposons pourtant qu'après avoir fixé la valeur de N_1, nous préférons augmenter le coefficient de surtension Q. En tenant compte que $G = T_1\omega/Q$, récrivons (3.6.29) sous la forme

$$p_{\max}(Q) = (a^2/Q^2)(bQ - 1 - \ln bQ), \qquad (3.6.30)$$

où $a = T_1\omega$; $b = B\hbar N_1$.

En annulant la dérivée $dp_{\max}/dQ$, on peut trouver la valeur *optimale* du coefficient de surtension de la cavité (la valeur Q_{opt}), qui permet d'obtenir la valeur *maximale* de la puissance de crête. Il est facile de s'assurer que Q_{opt} se définit par l'équation

$$bQ_{\text{opt}} - 1 = 2 \ln bQ_{\text{opt}}. \qquad (3.6.31)$$

D'où

$$bQ_{\text{opt}} = n_{\text{opt}\,1} = 3{,}5. \qquad (3.6.32)$$

Il est utile de récrire le résultat (3.6.29) sous une forme qui ne fait pas intervenir les grandeurs adimensionnées. A cet effet, tenons compte de ce que

$$\eta_2 = (1/2L) \ln (1/R),$$

où L est la longueur de la cavité; R, le coefficient de réflexion du miroir de sortie (le deuxième miroir sera supposé à réflexion totale). En faisant usage de (3.6.27), on tire de (3.6.29)

$$P_{\max} = \frac{1}{4} \hbar\omega N_1 vs \ln \frac{1}{R} \left[1 - \frac{N_{\text{seuil}}}{N_1} \left(1 + \ln \frac{N_1}{N_{\text{seuil}}}\right)\right]. \quad (3.6.33)$$

En posant $N_1/N_{\text{seuil}} = 3{,}5$, on en déduit l'expression pour la valeur *maximale* de la puissance de crête de l'impulsion de sortie

$$P_{\max}^{\max} = 0{,}1 \hbar\omega N_1 vs \ln (1/R). \quad (3.6.34)$$

Evaluons l'énergie concentrée dans l'impulsion géante émise. Si, au cours de l'émission de l'impulsion géante, la densité d'inversion de populations décroît de la valeur N_1 à la valeur N_f, ceci signifie que le nombre de photons qui prennent naissance dans l'unité de volume du milieu actif est égal à $(1/\beta)(N_1 - N_f)$. En multipliant ce nombre par l'énergie du photon $\hbar\omega$, le volume oscillant V du milieu actif et le rapport $\eta_2/(\eta_1 + \eta_2)$ qui détermine la partie de l'énergie lumineuse engendrée sortant par le miroir de la cavité sous forme de rayonnement utile, on trouve l'énergie de l'impulsion géante

$$U = (\hbar\omega/\beta) V (N_1 - N_f) \eta_2/(\eta_1 + \eta_2). \quad (3.6.35)$$

Durée et forme de l'impulsion géante. — Comme cela a été dit plus haut, la partie principale de l'énergie de l'impulsion géante est émise dans l'étape du développement non linéaire de l'oscillation; c'est pourquoi la durée t_1 de cette étape est prise pour la *durée de l'impulsion géante*. Pour déterminer t_1, divisons l'énergie U de l'impulsion par sa puissance de crête $P_{\max}$:

$$t_1 \approx U/P_{\max}. \quad (3.6.36)$$

En partant de (3.6.35), présentons U sous la forme

$$U = (\hbar\omega/\beta) V N_{\text{seuil}} (n_1 - n_f) \eta_2/(\eta_1 + \eta_2), \quad (3.6.37)$$

et en utilisant (3.6.26) et (3.6.29), mettons $P_{\max}$ sous la forme

$$P_{\max} = \frac{\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \frac{V}{\beta B T_1^2} G^2 (n_1 - 1 - \ln n_1). \quad (3.6.38)$$

En divisant (3.6.37) par (3.6.38), on obtient

$$t_1 = \hbar\omega B N_{\text{seuil}} \frac{T_1^2}{G^2} \frac{n_1 - n_f}{n_1 - 1 - \ln n_1}.$$

En tenant compte que $\hbar\omega B = \sigma v$; $N_{\text{seuil}} = 1/Tv\sigma$; $G = T_1/T$, on trouve finalement

$$t_1 = T\,(n_1 - n_f)/(n_1 - 1 - \ln n_1). \qquad (3.6.39)$$

Prenons un exemple numérique: $T = 10^{-8}$ s, $n_1 = 3{,}5$, $n_f = 0{,}1$. Dans ce cas on obtient $t_1 = 2{,}8 \cdot 10^{-8}$ s $= 28$ ns.

La quantité n_f étant négligeable par rapport à n_1, récrivons l'expression (3.6.39) sous la forme

$$1/t_1 = (1/Tn_1)\,(n_1 - 1 - \ln n_1) \qquad (3.6.40)$$

ou encore, compte tenu que $n_1 = B\hbar N_1 Q$, sous la forme

$$1/t_1 = (\text{const}/Q^2)\,(bQ - 1 - \ln bQ), \qquad (3.6.41)$$

où $b = B\hbar N_1$. La comparaison des expressions (3.6.41) et (3.6.30) permet de conclure que la puissance de crête et l'inverse de la durée de l'impulsion varient *de la même façon* en fonction du coefficient de surtension Q. La durée de l'impulsion atteint son minimum *pour la même valeur du coefficient de surtension* que celle qui assure le maximum de la puissance de crête (c'est-à-dire pour $bQ_{\text{opt}} = n_1^{\text{opt}} = 3{,}5$). Il s'ensuit que la diminution de la puissance de crête de l'impulsion géante avec l'augmentation du coefficient de surtension dans le domaine de $bQ > 3{,}5$ est liée à l'augmentation de la durée de l'impulsion.

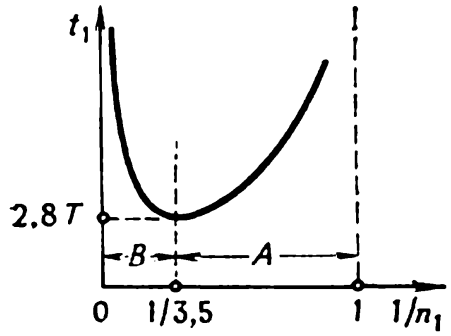


Fig. 3.32

La variation de la durée de l'impulsion géante en fonction de la quantité $1/n_1$, décrite par la relation (3.6.40), est représentée sur la fig. 3.32. Dans la région A, le rallongement de l'impulsion avec la diminution de n_1 s'explique par une augmentation moins rapide du nombre de photons dans la cavité résonnante au voisinage du seuil d'oscillation, ce qui entraîne une *augmentation du temps de montée* de l'impulsion. Dans la région B, le rallongement de l'impulsion avec l'augmentation de n_1 s'explique par une *augmentation du temps de descente* de l'impulsion avec la diminution des pertes.

Il est facile de voir que la *forme* de l'impulsion varie inévitablement lorsque n_1 augmente. En effet, l'augmentation de n_1 conduit à une réduction du temps de montée de l'impulsion, alors que le temps de descente doit devenir plus long lorsque les valeurs de n_1 sont suffisamment grandes. Si, pour de petits n_1, la forme de l'impulsion géante est sensiblement *symétrique*, la croissance de n_1 la rend fortement *asymétrique* parce que le temps de montée de l'impulsion devient nettement inférieur au temps de descente. On le voit bien

sur la fig. 3.33 qui montre les formes de l'impulsion géante obtenues à l'aide de calculateur électronique pour trois valeurs différentes de n_1 [97]. Pour origine des temps on a pris dans tous les trois cas l'instant correspondant à la puissance de crête de l'impulsion.

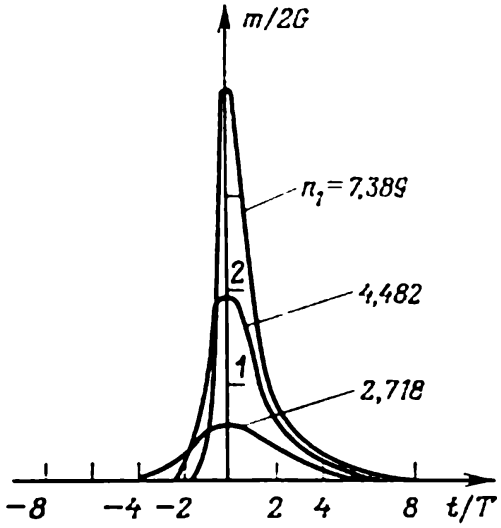


Fig. 3.33

Régime de génération d'impulsions géantes en cas de différents temps de déclenchement de qualité. — Les équations du bilan *moyennées* sur la longueur de la cavité résonnante (équations de Statz et De Mars) ne peuvent décrire de façon suffisamment exacte le processus d'oscillation que dans les cas où la durée de l'impulsion est plus grande que le temps d'un parcours aller et retour du rayonnement dans la cavité. Or, l'étude de l'émission des impulsions suffisamment courtes (de durée inférieure à 10 ns) exige de tenir compte des effets *spatiaux*; dans ce cas, les équations du bilan moyennées cessent d'être valables.

Une approche plus correcte de ce problème est fondée sur l'utilisation des équations du bilan *aux dérivées partielles* (autrement dit, des équations du bilan non moyennées sur la longueur de la cavité). Les densités de rayonnement et d'inversion de populations qui entrent dans ces équations sont des fonctions non seulement *du temps* mais également *de la coordonnée spatiale longitudinale*. Une telle approche a été adoptée dans [24]; le système d'équations du bilan aux dérivées partielles utilisé dans cet ouvrage était le suivant:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial S_+}{\partial z}+\frac{1}{v}\frac{\partial S_+}{\partial t}=(\sigma N-\eta_1)S_+;\\ &-\frac{\partial S_-}{\partial z}+\frac{1}{v}\frac{\partial S_-}{\partial t}=(\sigma N-\eta_1)S_-;\\ &\frac{\partial N}{\partial t}=-2\frac{\sigma N}{\hbar\omega}(S_++S_-). \end{aligned}\right\} \qquad (3.6.42)$$

C'est le système (3.2.18), déjà connu du lecteur, dans lequel la dernière équation est modifiée compte tenu du caractère spécifique du problème (les processus de relaxation et de pompage pendant la durée de l'impulsion géante ne sont pas pris en considération). L'intégration numérique des équations du bilan (3.6.42) effectuée sur ordinateur a permis de mettre en évidence la forme de l'impulsion lumineuse pour *différentes* valeurs du temps t_Q de déclenchement de qualité (fig. 3.34). La figure montre la variation de la puissance P de l'impulsion lumineuse en fonction du temps t (l'instant $t=0$ est celui d'entrée en oscillation) pour des valeurs de t_Q égales à: 1,5 ns (courbe *1*), 3 ns (courbe *2*), 10 ns (courbe *3*), 20 ns (courbe *4*), 40 ns (courbe *5*) et 60 ns (courbe 6). Désignons le temps d'un parcours aller et retour du rayonnement dans la cavité par τ_0; dans le cas considéré $\tau_0 \approx 2$ ns. On voit sur la figure que dans le cas d'un déclenchement *rapide* de qualité ($t_Q \lesssim \tau_0$) l'impulsion émise possède une *substructure* modulée avec une période de l'ordre de τ_0; cette substructure est liée à une redistribution non stationnaire de l'intensité de champ et de la densité d'inversion de populations suivant la longueur de l'élément actif.

L'*augmentation* du temps de déclenchement a pour effet de faire disparaître cette substructure de l'impulsion géante, d'augmenter le temps de développement linéaire de l'impulsion (temps t_0) et de diminuer l'énergie concentrée dans l'im-

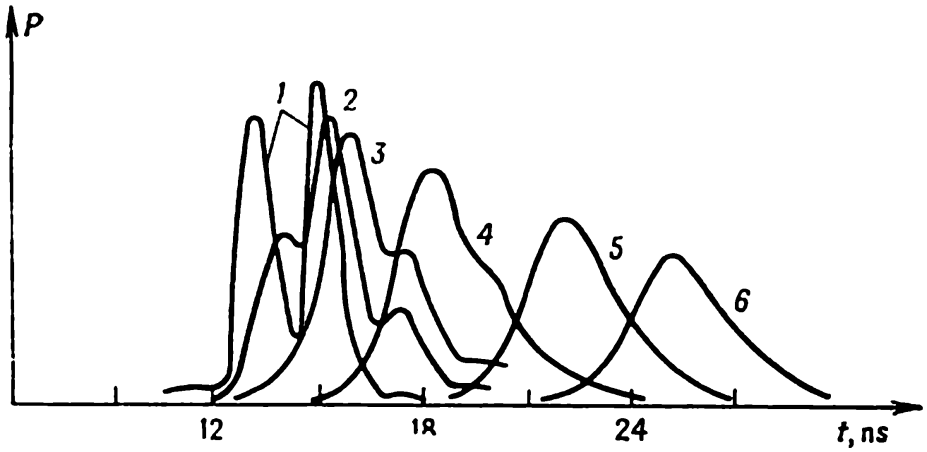


Fig. 3.34

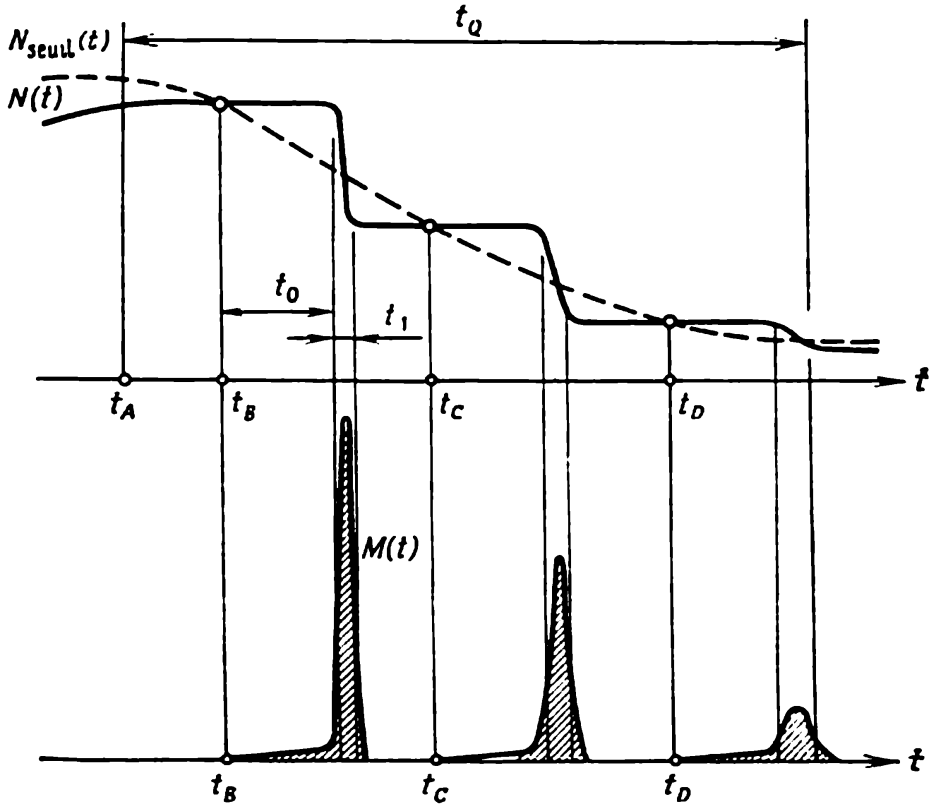


Fig. 3.35

pulsion. Cette dernière circonstance tient à ce que pour $t_Q > t_0$ le laser commence à osciller dans les conditions de fortes pertes.

Dans le cas d'un déclenchement *suffisamment lent* de qualité (lorsque $t_Q \gg \gg t_0$), le laser peut émettre *plusieurs* impulsions lumineuses indépendantes [1].

La dynamique des processus qui se déroulent dans ce cas [1] est illustrée par la fig. 3.35. La partie supérieure de la figure représente la fonction $N(t)$: la ligne en traits interrompus montre l'allure de la fonction $N_{seuil}(t)$ illustrant une croissance lente du coefficient de surtension de la cavité. La partie inférieure de la figure représente la fonction $M(t)$ dont la forme montre que dans le cas considéré est émis un groupe de trois impulsions. L'instant t_A correspond au commencement de la variation de la valeur de seuil de la densité d'inversion de

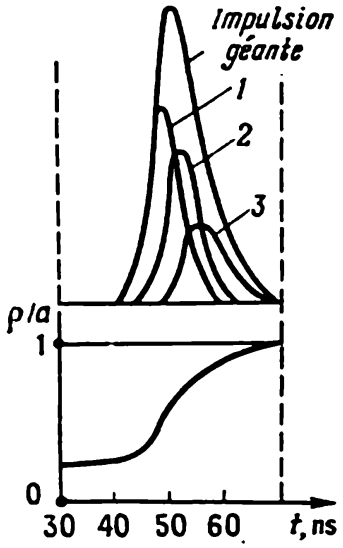


Fig. 3.36

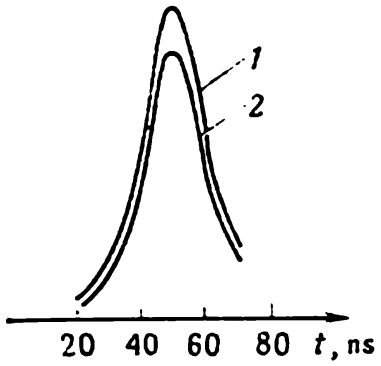


Fig. 3.37

populations (à partir de cet instant le coefficient de surtension de la cavité commence à croître). A l'instant t_B les courbes $N(t)$ et $N_{seuil}(t)$ se coupent, c'est l'instant où commence l'émission de la première impulsion, qui passe successivement les étapes du développement linéaire (de durée t_0) et non linéaire (de durée t_1). Par suite de l'émission d'une première impulsion l'inversion de populations tombe au-dessous de sa valeur de seuil. Une baisse continue du seuil détermine une nouvelle intersection des courbes $N(t)$ et $N_{seuil}(t)$ à l'instant t_C : c'est l'instant où commence l'émission d'une deuxième impulsion. Plus tard, à l'instant t_D commence l'émission d'une troisième impulsion. L'émission des impulsions cesse à l'instant où le seuil d'oscillation prend la valeur correspondant au maximum du coefficient de surtension.

Remarques sur le développement de l'impulsion dans la direction perpendiculaire à l'axe de la cavité. — La distribution de la densité initiale d'inversion de populations étant inhomogène suivant la section transversale de l'élément actif, le processus d'oscillation se caractérise par un certain développement dans la direction perpendiculaire à l'axe de la cavité. L'inversion de populations étant plus élevée dans la région centrale de l'élément actif, l'oscillation prend naissance près de l'axe et se propage pendant un certain temps vers la périphérie de l'élément actif pour s'étendre finalement sur tout le volume de l'élément actif rempli par des modes excités dans la cavité résonnante. L'impulsion géante peut être considérée comme une somme des impulsions émises par les différentes régions de la section transversale de l'élément actif ; ces impulsions sont décalées dans le temps et la durée de chacune d'elles est inférieure à celle de l'impulsion

[1] Ici, de même que dans le cas du déclenchement instantané de qualité, on peut se servir des équations du bilan *moyennées*.

géante. Ceci est bien visible sur la fig. 3.36 [29]. La structure fine de l'impulsion géante d'un laser à rubis (à déclenchement instantané de qualité), représenté en haut de la figure, comporte trois impulsions: *1*, l'impulsion émise par la région centrale de la face terminale de l'élément actif (le rayon de cette région est égal à $0{,}5a$, où a est le rayon de toute la région lumineuse de la face terminale); *2* et *3*, les impulsions émises par les régions annulaires de la face terminale (les rayons des anneaux sont: $0{,}5a$, $0{,}75a$; $0{,}75a$, a). En bas de la figure est représentée la courbe $\rho(t)/a$, où $\rho(t)$ est le rayon de la région d'oscillation à l'instant t. Dans l'étape du développement linéaire, l'oscillation s'établit dans la région centrale de l'élément actif; au cours de l'étape du développement non linéaire, l'oscillation se développe dans la direction transersale. Lorsque le gain d'amplification du milieu actif augmente et l'ouverture du miroir diminue, la durée du processus d'« extension » de l'oscillation sur la section transversale de l'élément actif diminue.

Une réduction sensible de la durée de ce processus s'observe dans des lasers *à résonateurs instables* dont le caractère spécifique prédétermine un développement rapide de l'oscillation à partir de l'axe de l'élément actif vers sa périphérie. La fig. 3.37 montre la structure fine de l'impulsion géante émise par un laser à rubis utilisant un résonateur instable [99]. On y distingue: *1*, l'impulsion formée dans la région centrale (de rayon $0{,}5\,a$); *2*, l'impulsion formée dans le restant du volume de l'élément actif. Dans le cas représenté sur cette figure on peut considérer que toute la section transversale de l'élément actif entre *simultanément* en oscillation (le retard de l'impulsion *2* sur l'impulsion *1* n'est que de 1 ns).

§ 3.7. LASERS À FILTRE SATURABLE

Filtre saturable. — C'est un absorbant résonnant non linéaire dont le coefficient d'absorption peut varier de façon réversible sous l'effet d'un flux lumineux suffisamment intense de fréquence déterminée. Le filtre saturable que l'on peut appeler aussi filtre éclaircissable, contient des molécules (atomes) qui absorbent par résonance le rayonnement à la fréquence de la transition utilisée dans un laser donné; dans ce qui suit ces molécules (atomes) seront appelées *centres absorbants*. Le fonctionnement du filtre saturable repose sur l'effet optique non linéaire d'*éclaircissement d'un milieu*: un milieu opaque à l'état initial devient transparent (s'éclaircit) lorsque le rayonnement auquel il est soumis devient suffisamment intense.

Comme *milieux saturables* on utilise souvent des solutions de colorants organiques: de cyanine (phtalocyanines et cryptocyanines) et de polyméthine. Les colorants de cyanine sont utilisés dans des lasers à rubis et les colorants de polyméthine dans des lasers dopés au néodyme (v. par exemple [6, 100 à 103]).

Pour l'étude de l'interaction entre le rayonnement et les centres absorbants on se sert généralement d'un modèle du milieu saturable *à deux* ou *à trois niveaux*. Dans ce qui suit nous considérons un *modèle à deux niveaux*.

La différence d'énergie des niveaux d'un centre absorbant doit correspondre à la fréquence ω de la transition laser dans le milieu actif. A l'état initial, tous les centres absorbants se situent au niveau

inférieur : l'opacité du filtre est maximale (l'état *non saturé ou non éclairci* du filtre). Dans cet état

$$n_{1a} = n'_a; \quad n_{2a} = 0,$$

où n'_a est le nombre total de centres absorbants par unité de volume ; n_{1a} et n_{2a} sont les densités de population respectivement des niveaux inférieur et supérieur d'un centre absorbant [1]. L'irradiation lumineuse du filtre à la fréquence d'oscillation donne lieu à des processus d'absorption par résonance et d'émission spontanée qui s'accompagnent de transitions des centres absorbants entre les deux niveaux considérés. Puisque $n_{2a} < n_{1a}$, l'absorption par résonance l'emportera sur l'émission spontanée, si bien que la différence $(n_{1a} - n_{2a})$ diminuera progressivement, c'est-à-dire que le filtre commencera à *se saturer* (à *s'éclaircir*). Pour une irradiation suffisamment intense, la différence de populations $(n_{1a} - n_{2a})$ peut s'annuler ; dans ce cas le coefficient d'absorption résonnante devient nul : la saturation (l'éclaircissement) du filtre est *maximale* :

$$n_{1a} = n_{2a} = n'_a/2.$$

Après la fin de l'irradiation, les processus de relaxation assurent le retour des centres absorbants au niveau inférieur ; le filtre reprend son état initial (non saturé).

Les *équations du bilan* pour les populations des niveaux du centre absorbant se présentent dans le cas du modèle à deux niveaux sous la forme suivante :

$$\left.\begin{aligned} \frac{dn_{2a}}{dt} &= B_a n_{1a} \frac{S}{v_a} - B_a n_{2a} \frac{S}{v_a} - \frac{n_{2a}}{T_{1a}}; \\ \frac{dn_{1a}}{dt} &= B_a n_{2a} \frac{S}{v_a} - B_a n_{1a} \frac{S}{v_a} + \frac{n_{2a}}{T_{1a}}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.7.1)$$

Ici, S est la densité de flux lumineux moyennée sur la longueur du feltre, B_a, le coefficient d'Einstein de transitions stimulées entre les niveaux du centre absorbant, v_a, la vitesse de la lumière dans le matériau du filtre, T_{1a}, le temps de relaxation longitudinale pour le filtre ($1/T_{1a}$ est la probabilité des transitions spontanées du niveau supérieur vers le niveau inférieur).

Introduisons la densité d'inversion de populations pour les niveaux du centre absorbant

$$N_a = n_{2a} - n_{1a}.$$

[1] Ici et plus loin l'indice a signifie que la grandeur considérée se rapporte à un filtre saturable.

La valeur de N_a est négative car $n_{2a} < n_{1a}$. Soustrayons membre à membre la deuxième équation (3.7.1) de la première et tenons compte que $n_{1a} + n_{2a} = n'_a$; il vient

$$dN_a/dt = -2B_aN_aS/v_a - (N_a + n'_a)/T_{1a}. \qquad (3.7.2)$$

Remarquons qu'à l'état initial (à l'instant $t = 0$) on a $N_a(0) = -n'_a$.

Introduisons encore le *coefficient linéaire d'absorption résonnante du filtre* en le désignant par $\varkappa_a$. Par analogie avec (3.2.5) on peut écrire

$$\varkappa_a = -\sigma_a N_a, \qquad (3.7.3)$$

où σ_a est la section efficace des transitions stimulées entre les niveaux du centre absorbant. Par analogie avec (3.2.9) on a

$$\sigma_a = B_a\hbar\omega/v_a. \qquad (3.7.4)$$

La quantité

$$\varkappa_{0a} = -\sigma_a N_a(0) = \sigma_a n'_a \qquad (3.7.5)$$

exprime le coefficient *initial* d'absorption résonnante, c'est-à-dire le coefficient d'absorption du filtre à l'état initial (non saturé).

En tenant compte de (3.7.3) et (3.7.5), récrivons (3.7.2) sous la forme

$$\frac{d\varkappa_\sigma}{dt} = -2B_a\varkappa_a\frac{S}{v_a} + \frac{\varkappa_{0a} - \varkappa_a}{T_{1a}}. \qquad (3.7.6)$$

On en tire pour le régime *stationnaire* ($d\varkappa_a/dt = 0$)

$$\varkappa_a(S) = \frac{\varkappa_{0a}}{1 + (S/S_{\text{seuil}})}, \qquad (3.7.7)$$

où

$$S_{\text{seuil}} = v_a/2B_aT_{1a} = \hbar\omega/2\sigma_aT_{1a} \qquad (3.7.8)$$

est la densité de seuil conventionnelle de flux lumineux pour laquelle le coefficient d'absorption résonnante diminue de deux fois. L'allure de la fonction $\varkappa_a(S)$, définie par la relation (3.7.8), est montrée sur la fig. 3.38.

Le coefficient d'absorption *total* η_a du filtre est la somme des coefficients d'absorption *résonnante* et *non résonnante* :

$$\eta_a(S) = \varkappa_a(S) + \eta_{1a}. \qquad (3.7.9)$$

Le coefficient d'absorption non résonnante η_{1a} ne dépend pas de S ; il est lié à l'absorption du rayonnement par des molécules (atomes) du filtre qui ne sont pas des centres absorbants et peut donc être appelé *coefficient de pertes nuisibles dans le filtre.*

Equation différentielle pour la densité de flux lumineux moyennée. —La fig. 3.39 montre la structure d'un laser à filtre saturable. On y distingue: *1*, l'élément actif; *2*, le système de pompage; *3*, le filtre saturable; *4*, les miroirs de la cavité résonnante. Dans ce qui suit nous utiliserons les désignations suivantes: l, l_a, L les longueurs

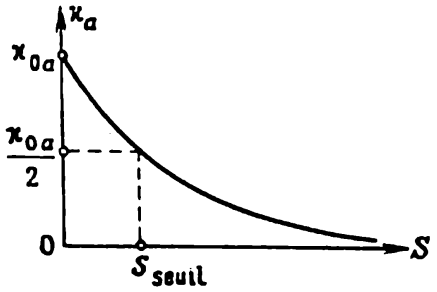


Fig. 3.38

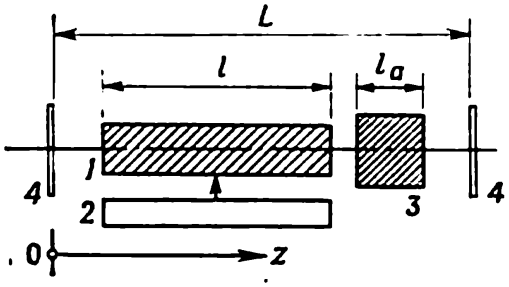


Fig. 3.39

respectivement de l'élément actif, du filtre et de la cavité; $v = c/n$ et $v_a = c/n_a$ les vitesses de la lumière respectivement dans l'élément actif et dans le filtre.

Pour obtenir l'équation différentielle pour la densité de flux lumineux, *moyennée* sur la longueur de la cavité que nous considérons, faisons usage de l'équation (3.2.25) que nous mettrons, compte tenu de (3.2.26), sous la forme suivante:

$$S_{sor} + \frac{l}{v}\frac{d\langle S\rangle}{dt} \quad l\sigma\langle N\rangle\langle S\rangle - l\eta_1\langle S\rangle. \tag{3.7.10}$$

En généralisant l'équation (3.7.10) au cas d'un laser à filtre saturable (relativement au schéma de la fig. 3.39), tenons compte de ce qu'en calculant la moyenne de la densité de flux sur la longueur de la cavité il ne faut pas perdre de vue la différence des caractéristiques de l'élément actif et du filtre. Dans le cas considéré on a

$$\int_0^L \frac{\partial S(z,t)}{\partial t}\frac{dz}{v(z)} = \left[\frac{l}{v} + \frac{l_a}{v_a} + \frac{L-(l+l_a)}{c}\right]\frac{d\langle S\rangle}{dt};$$

$$\int_0^L \sigma(z)N(z,t)S(z,t)\,dz =$$

$$= l\sigma\langle N\rangle\langle S\rangle + l_a\sigma_a\langle N_a\rangle\langle S\rangle;$$

$$\int_0^L \eta_1(z)S(z,t)\,dz = l\eta_1\langle S\rangle + l_a\eta_{1a}\langle S\rangle.$$

Cette expression montre que l'analogue de l'équation (3.7.10) est représenté dans ce cas par l'équation suivante:

$$S_{\text{sor}} + \left[\frac{l}{v} + \frac{l_a}{v_a} + \frac{L-(l+l_a)}{c}\right]\frac{d^2\langle S\rangle}{dt} =$$
$$= l\sigma\langle N\rangle\langle S\rangle + l_a\sigma_a\langle N_a\rangle\langle S\rangle - l\eta_1\langle S\rangle - l_a\eta_{1a}\langle S\rangle. \quad (3.7.11)$$

Introduisons un *coefficient* dit *de remplissage* de la cavité par le milieu actif:

$$\mu = \frac{ln}{ln + l_a n_a + [L-(l+l_a)]} = \frac{l/v}{l/v + l_a/v_a + [L-(l+l_a)]/c}. \quad (3.7.12)$$

En utilisant ce coefficient et en omettant pour simplifier l'écriture le signe $\langle\ldots\rangle$, récrivons l'équation (3.7.11) sous la forme

$$S_{\text{sor}} + \frac{l}{\mu v}\frac{dS}{dt} = l\left(\sigma N + \frac{l_a}{l}\sigma_a N_a\right)S - l\left(\eta_1 + \frac{l_a}{l}\eta_{1a}\right)S. \quad (3.7.13)$$

Puis, en tenant compte que d'après (3.2.27) $S_{\text{sor}} = lS\eta_2$, on obtient

$$\frac{1}{\mu v}\frac{dS}{dt} = \left(\sigma N + \frac{l_a}{l}\sigma_a N_a\right)S -$$
$$-\left(\eta_1 + \frac{l_a}{l}\eta_{1a} + \eta_2\right)S. \quad (3.7.14)$$

L'équation (3.7.14) est la généralisation de la première des équations (3.2.32) au cas d'un laser à filtre saturable.

Enfin, introduisons le paramètre T exprimant la durée de vie du photon dans la cavité

$$T = [\mu v\,(\eta_1 + (l_a/l)\,\eta_{1a} + \eta_a)]^{-1}. \quad (3.7.15)$$

L'équation (3.7.14) peut s'écrire maintenant sous la forme

$$dS/dt = \mu v\sigma NS - \mu v\,(l_a/l)\,\sigma_a N_a S - (1/T)\,S. \quad (3.7.16)$$

ou encore, compte tenu de (3.7.3)

$$dS/dt = \mu v\sigma NS - \mu v\,(l_a/l)\,\varkappa_a S - (1/T)\,S. \quad (3.7.17)$$

Système complet d'équations du bilan pour un laser à filtre saturable. — Le système complet d'équations du bilan doit comprendre l'équation (3.7.17) ou (3.7.16) pour la densité moyennée de flux lumineux dans la cavité, une équation du bilan pour l'élément actif et une équation du bilan pour le filtre saturable. Comme équation du bilan pour l'*élément actif*, prenons la deuxième des équations (3.2.37) et comme équation du bilan pour le *filtre*, l'équation (3.7.6).

Ainsi, le système complet d'équations du bilan pour un laser à filtre saturable se présente sous la forme suivante:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu v \sigma N S - \mu v \frac{l_a}{l} \varkappa_a S - \frac{1}{T} S; \\ \frac{dN}{dt} &= -\beta \frac{\sigma}{\hbar\omega} N S + \frac{N_0 - N}{T_1}; \\ \frac{d\varkappa_a}{dt} &= -2 \frac{\sigma_a}{\hbar\omega} \varkappa_a S + \frac{\varkappa_{0a} - \varkappa_a}{T_{1a}}. \end{aligned}} \tag{3.7.18}$$

Les fonctions cherchées sont ici la densité de flux lumineux $S(t)$ dans la cavité résonnante, la densité d'inversion de populations $N(t)$ dans l'élément actif et le coefficient d'absorption résonnante $\varkappa_a(t)$ du filtre. Bien entendu, au lieu de la fonction $\varkappa_a(t)$ on pourrait considérer la densité d'inversion de populations dans le filtre, c'est-à-dire la fonction $N_a(t)$.

Rappelons que le temps T_1 se détermine par la probabilité de pompage w_p et la probabilité de transitions spontanées dans le canal d'oscillation $1/\tau$:

$$1/T_1 = w_p + 1/\tau, \tag{3.7.19}$$

alors que le *paramètre de pompage* N_0 est donné (pour un laser à trois niveaux) par la relation

$$N_0 = n' (w_p \tau - 1)/(w_p \tau + 1). \tag{3.7.20}$$

Ecrivons le système d'équations (3.7.18) *sous forme adimensionnée* en utilisant le temps sans dimension t' ($t' = t/T_1$; $d/dt = T_1^{-1} d/dt'$), l'intensité de champ sans dimensions $m(t')$:

$$m(t') = \beta B T_1 S(t')/v = \beta \sigma T_1 S(t')/\hbar\omega, \tag{3.7.21a}$$

la densité sans dimensions d'inversion de populations dans l'élément actif $n(t')$:

$$n(t') = \mu v \sigma T N(t'), \tag{3.7.21b}$$

et la densité sans dimensions d'inversion de populations dans le filtre $n_a(t')$:

$$n_a(t') = -\mu v T \varkappa_a(t') \, l_a/l. \tag{3.7.21c}$$

En tenant compte de (3.7.21), on peut mettre le système d'équations du bilan (3.7.18) sous la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dm}{dt'} \frac{1}{T_1} &= \frac{n}{T} m + \frac{n_a}{T} m - \frac{1}{T} m; \\ \frac{dn}{dt'} \frac{1}{T_1} &= -\frac{m}{T_1} n + \frac{1}{T_1} (\mu v \sigma T N_0 - n); \\ \frac{dn_a}{dt'} \frac{1}{T_1} &= -\frac{2\sigma_a}{\beta\sigma} \frac{m}{T_1} n_a + \frac{1}{T_{1a}} \times \\ &\times \left(-\mu v \frac{l_a}{l} T \varkappa_{0a} - n_a \right). \end{aligned}\right\} \tag{3.7.22}$$

Utilisons des paramètres sans dimensions [1] :

$$G = T_1/T; \quad \delta = T_1/T_{1a}; \quad \rho = 2\sigma_a/\beta\sigma; \tag{3.7.23}$$

$$\alpha = \mu v \sigma T N_0; \tag{3.7.24}$$

$$\alpha_a = -\mu v T \varkappa_{0a} l_a/l = -\mu v T \sigma_a n'_a l_a/l. \tag{3.7.25}$$

Compte tenu des paramètres adimensionnés que nous venons d'introduire, le système d'équations (3.7.22) prend la forme

$$\boxed{\begin{aligned} dm/dt' &= Gm\,(n + n_a - 1); \\ dn/dt' &= \alpha - n\,(m + 1); \\ dn_a/dt' &= \alpha_a\delta - n_a\,(\rho m + \delta). \end{aligned}} \tag{3.7.26}$$

Le système d'équations du bilan (3.7.18) (ou, sous forme adimensionnée (3.7.26)) sert de base pour l'étude de l'évolution temporelle des processus inhérents au fonctionnement d'un *laser monomode à filtre saturable* [2, 4, 7, 17, 104, 105] [2].

Solutions stationnaires du système d'équations du bilan. — Considérons une *situation stationnaire* en posant à cet effet

$$dm/dt' = 0; \quad dn/dt' = 0; \quad dn_a/dt' = 0.$$

Dans ce cas le système d'équations (3.7.26) prend la forme

$$\left.\begin{aligned} &m\,(n + n_a - 1) = 0; \\ &n = \alpha/(1 + m); \\ &n_a = \alpha_a/[1 + (\rho/\delta)\,m]. \end{aligned}\right\} \tag{3.7.27}$$

Il n'est pas difficile de se convaincre que le système (3.7.27) possède trois solutions suivantes:

A) $m_A = 0; \quad n_A = \alpha; \quad n_{aA} = \alpha_a;$ (3.7.28)

$$\left.\begin{aligned} B)\quad & m_B = (1/2)\,[\Phi + \sqrt{\Phi^2 + 4\,(\sigma/\rho)\,(\alpha + \alpha_a - 1)}], \\ & \text{où} \quad \Phi = \alpha - 1 + (\delta/\rho)\,(\alpha_a - 1); \\ & n_B = \alpha/(1 + m_B); \\ & n_{aB} = \alpha_a/[1 + (\rho/\delta)\,m_B]; \end{aligned}\right\} \tag{3.7.29}$$

$$\left.\begin{aligned} C)\quad & m_C = (1/2)\,[\Phi - \sqrt{\Phi^2 + 4\,(\delta/\rho)\,(\alpha + \alpha_a - 1)}]; \\ & n_C = \alpha/(1 + m_C); \\ & n_{aC} = \alpha_a/[1 + (\rho/\delta)\,m_C]. \end{aligned}\right\} \tag{3.7.30}$$

La solution (3.7.28) décrit un état stationnaire qui est généralement *initial*. Dans cet état, le laser n'oscille pas ($m_A = 0$), son

---

[1] Rappelons que les paramètres adimensionnés G et α ont déjà été utilisés précédemment, v. par exemple (3.2.52).

[2] La généralisation du système d'équations du bilan au cas d'un laser multimode est donnée dans [106], voir aussi [41].

élément actif se caractérise par une forte valeur de la densité d'inversion de populations ($n_A = \alpha$) et le filtre est non saturé ($n_{aA} = \alpha_a$). Les états *d'oscillation* peuvent se décrire par les solutions (3.7.29) et (3.7.30). Il importe dans ce cas que la quantité m_B (ou m_C) obtenue à partir de (3.7.29) (ou (3.7.30)) ait un sens physique, c'est-à-dire soit *réelle* et *non négative*:

$$\mathrm{Im}\{\overline{m}\} = 0; \quad \overline{m} \geqslant 0. \tag{3.7.31}$$

Ici, $\overline{m}$ désigne tout état stationnaire de l'intensité de champ ayant un sens physique.

Il est bien important d'étudier la *stabilité* des états stationnaires (3.7.28) à (3.7.30). Rappelons que si un état est instable, de petites fluctuations de m (ainsi que de n et n_a) peuvent faire écarter le système de façon irréversible de cet état, si l'état est stable, le système écarté de cet état y revient obligatoirement. Pour étudier la stabilité d'un état stationnaire ($\overline{m}$, $\overline{n}$, $\overline{n}_a$), posons

$$m = \overline{m} + \Delta m, \quad n = \overline{n} + \Delta n, \quad n_a = \overline{n}_a + \Delta n_a, \tag{3.7.32}$$

où Δm, Δn, Δn_a sont des petits écarts des quantités correspondants vis-à-vis de leurs valeurs stationnaires. Portons (3.7.32) dans (3.7.26), tenons compte que $\overline{m}$, $\overline{n}$, $\overline{n}_a$ satisfont au système d'équations (3.7.27) et négligeons les produits du type $\Delta m \Delta n$ qui sont des quantités du second ordre de petitesse. On obtient finalement le système suivant d'équations différentielles *linéaires* par rapport aux fonctions $\Delta m(t')$, $\Delta n(t')$, $\Delta n_a(t')$ [1]:

$$\left.\begin{aligned} d\Delta m/dt' &= G(\overline{n} + \overline{n}_a - 1)\Delta m + G\overline{m}\Delta n + G\overline{m}\Delta n_a; \\ d\Delta n/dt' &= -\overline{n}\Delta m - (\overline{m} + 1)\Delta n; \\ d\Delta n_a/dt' &= -\overline{n}_a\rho\Delta m - (\rho\overline{m} + \delta)\Delta n_a. \end{aligned}\right\}$$

L'*équation caractéristique* de ce système d'équations différentielles linéaires peut se présenter sous la forme

$$\begin{vmatrix} G(\overline{n} + \overline{n}_a - 1) - p & G\overline{m} & G\overline{m} \\ -\overline{n} & -(\overline{m} + 1) - p & 0 \\ -\overline{n}_a\rho & 0 & -(\rho\overline{m} + \delta) - p \end{vmatrix} = 0. \tag{3.7.33}$$

C'est une équation algébrique du troisième degré; désignons ses racines par p_1, p_2, p_3. Si les parties *réelles* de toutes les trois racines

[1] Une telle procédure est connue sous le nom de *linéarisation* d'un système d'équations non linéaires au voisinage de la solution stationnaire. On l'a effectué précédemment (au § 3.3) à l'occasion de l'étude du régime d'oscillation libre.

sont *négatives*, l'état $\bar{m}$, $\bar{n}$, $\bar{n}_a$ est *stable*; au contraire, si l'une au moins de ces racines possède une partie réelle *positive*, cet état sera *instable* (87).

Il convient de souligner que dans des conditions déterminées (pour des valeurs déterminées des paramètres G, ρ, δ, α, α_a) les deux états stationnaires d'oscillation (3.7.29) et (3.7.30) peuvent être instables. Ceci signifie que même dans le cas où le *pompage* est *stationnaire* et les paramètres de l'élément actif, du filtre et de la cavité résonnante sont *stables*, le régime d'oscillation d'un laser à filtre saturable peut être *non stationnaire*. En d'autres termes, le fait même qu'un filtre saturable est placé à l'intérieur de la cavité peut prédéterminer l'instabilité de l'oscillation stationnaire.

Instabilité de l'état stationnaire initial et condition d'auto-amorçage d'oscillation dans un laser à filtre saturable. — La question de la stabilité (d'instabilité) de l'état stationnaire initial (3.7.28) revêt une importance fondamentale pour établir si l'auto-amorçage d'oscillation peut se réaliser dans un laser à filtre saturable. Supposons que l'état (3.7.28) soit stable. Dans ce cas, les fluctuations de la densité du champ et de la densité d'inversion de populations ne peuvent pas faire osciller le laser; quelque forte que soit l'intensité du pompage, le laser à filtre saturable se trouvera dans ce cas toujours au voisinage de l'état initial (3.7.28). Autrement dit, la stabilité de l'état (3.7.28) signifie que le pompage de l'élément actif est incapable, à lui seul (sans une action supplémentaire sur le système), de faire passer le laser à filtre saturable au régime d'oscillation. Pour que le pompage de l'élément actif permette d'*obtenir l'oscillation* il faut que l'état (3.7.28) soit *instable*.

L'équation caractéristique (3.7.33) prend dans ce cas la forme suivante:

$$\begin{vmatrix} G(\alpha+\alpha_a-1)-p & 0 & 0 \\ -\alpha & -1-p & 0 \\ -\alpha_a\rho & 0 & -\delta-p \end{vmatrix}=0$$

ou encore

$$[G(\alpha+\alpha_a-1)-p](-1-p)(-\delta-p)=0. \qquad (3.7.34)$$

Les racines de cette équation sont

$$p_1=G(\alpha+\alpha_a-1); \quad p_2=-1; \quad p_3=-\delta. \qquad (3.7.35)$$

On voit que toutes les racines sont *réelles*, de plus, les racines p_2 et p_3 sont *négatives*. Il s'ensuit que la stabilité (instabilité) de l'état (3.7.28) est liée à la valeur négative (positive) de la racine p_1. L'état considéré sera *instable* si cette racine est *positive*, c'est-à-dire si

$$\boxed{\alpha>(-\alpha_a+1)}. \qquad (3.7.36)$$

La condition (3.7.36) est une *condition nécessaire d'auto-accrochage* d'oscillation d'un laser à filtre saturable. Remarquons qu'en l'absence du filtre la condition (3.7.36) se ramène à la condition d'accrochage d'oscillation (3.2.54).

Interprétons physiquement la condition (3.7.36). En faisant usage de (3.7.23), récrivons cette condition sous la forme $\sigma N_0 > [\varkappa_{0a}(l_a/l) + (1/\mu v T)]$ ou encore, compte tenu de (3.7.15), sous la forme suivante:

$$\boxed{\sigma N_0 > \left(\varkappa_{0a}\frac{l_a}{l} + \eta_1 + \eta_{1a}\frac{l_a}{l} + \eta_2\right).} \tag{3.7.37}$$

Le produit σN_0 exprime le gain initial $\varkappa_0$. La condition (3.7.37) n'est donc rien d'autre que la condition (2.1.10) écrite pour un laser à filtre saturable. Cette condition signifie que pour l'accrochage d'oscillation il est nécessaire que le gain initial excède le niveau de pertes qui vaut dans ce cas la somme du coefficient initial d'absorption résonnante du filtre, des coefficients de pertes nuisibles dans l'élément actif et dans le filtre et enfin du coefficient de pertes utiles liées à la sortie du rayonnement à travers les miroirs de la cavité. Dans cette somme, les coefficients caractérisant le filtre sont rapportés à l'unité de longueur de l'élément actif, c'est-à-dire multipliés par l_a/l.

Excitation douce et dure d'oscillation. — La condition $\operatorname{Im}\{\bar{m}\} = 0$ (v. (3.7.31)) signifie que l'inégalité

$$\{[\alpha - 1 + (\delta/\rho)(\alpha_0 - 1)]^2 + 4(\delta/\rho)(\alpha + \alpha_a - 1)\} \geqslant 0 \tag{3.7.38}$$

doit être satisfaite. Cette inégalité jointe à la resctriction $\bar{m} \geqslant 0$ détermine les conditions dans lesquelles un laser à filtre saturable peut entrer en oscillation. Il importe de noter que ces conditions sont dans le cas général *moins sévères* que les conditions définies par l'inégalité (3.7.36).

Reportons-nous à la fig. 3.40 qui montre dans le plan (α, α_a) trois régions marquées par les chiffres *I*, *II* et *III* (nous ne considérons que les valeurs négatives du paramètre α_a et les valeurs positives du paramètre α). La droite *l* de cette figure satisfait à l'équation

$$\alpha + \alpha_a - 1 = 0, \tag{3.7.36a}$$

et la courbe *2* en traits interrompus, à l'équation

$$[\alpha + 1 + (\delta/\rho)(\alpha_a - 1)]^2 + 4(\delta/\rho)(\alpha + \alpha_a - 1) = 0. \tag{3.7.38a}$$

Le point *C* a pour coordonnées

$$\alpha' = (1 - \delta/\rho)^{-1}; \quad \alpha_a' = -(\delta/\rho)(1 - \delta/\rho)^{-1}. \tag{3.7.39}$$

C'est le point de tangence de la droite *l* et de la courbe *2*.

Dans la région *I* de la fig. 3.40, la condition (3.7.36) est satisfaite. C'est la région d'*auto-excitation d'oscillation* du laser à filtre saturable. Dans la région *III*, la condition (3.7.38) complétée par la resctriction $\overline{m} \geqslant 0$ n'est pas accomplie (autrement dit, dans la région *III* ne sont pas satisfaites les conditions (3.7.31)). C'est une région où l'oscillation d'un laser à filtre saturable est *en principe impossible*. Dans la région *II*, l'oscillation est réalisable mais son

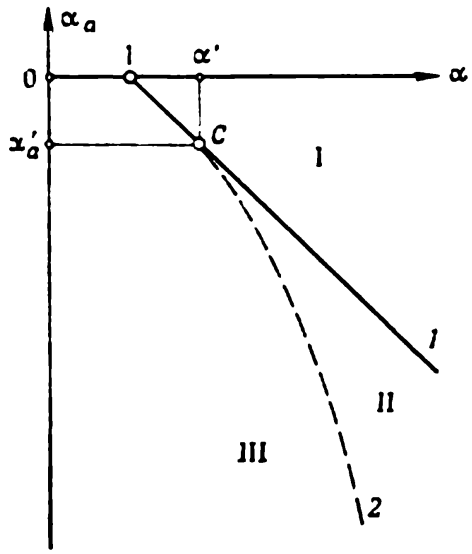


Fig. 3.40

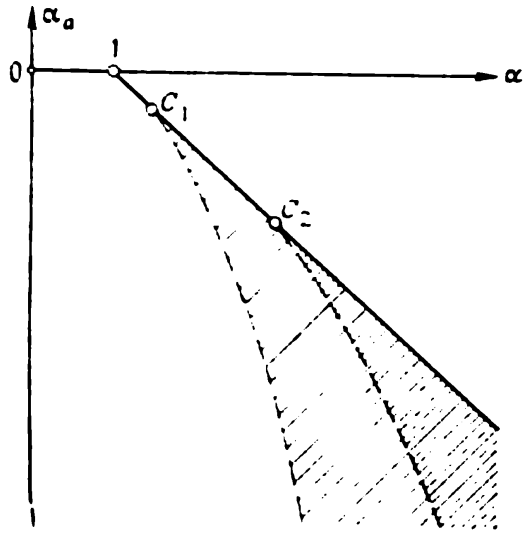


Fig. 3.41

auto-excitation est impossible. Dans ce cas, pour exciter l'oscillation, il est nécessaire d'assurer en plus du pompage de l'élément actif l'*éclaircissement du filtre* (le passage du filtre à l'état saturé) à l'aide d'une source supplémentaire, par exemple d'un laser auxiliaire. Un tel procédé d'excitation d'oscillation est dit *excitation dure d'oscillation*, alors dans le cas de l'auto-excitation on utilise le terme d'*excitation douce*. Ainsi les régions *I*, *II*, *III* représentées sur la fig. 3.40 correspondent respectivement à l'excitation douce (à l'auto-excitation), à l'excitation dure d'oscillation et à l'absence d'oscillation. La droite *1* est appelée *droite de seuil*, et la courbe *2* est dite *courbe limite*.

La condition nécessaire d'existence de la région d'excitation dure d'oscillation est la suivante

$$\delta/\rho < 1. \tag{3.7.40}$$

Plus petit est le rapport δ/ρ, plus grande est la région d'excitation dure d'oscillation. On le voit bien sur la fig. 3.41. Le point C_1 de cette figure correspond au cas où $\delta/\rho \ll 1$; la région correspondante d'excitation dure d'oscillation est couverte de hachures ordinaires. Au fur et à mesure que le rapport δ/ρ augmente (en s'approchant de

l'unité), le point C_1 se déplace vers le bas suivant la droite $\alpha + \alpha_a - 1 = 0$ et s'éloigne à l'infini pour $\delta/\rho = 1$. Le point C_2 sur la figure se caractérise par un rapport δ/ρ plus élevé que le point C_1; la région correspondante d'excitation dure d'oscillation est couverte de hachures en traits interrompus.

Stabilité (instabilité) des états stationnaires dans le cas de l'excitation douce d'oscillation. — Si la condition d'excitation douce (condition (3.7.36)) est satisfaite, on a $\Phi < \sqrt{\Phi^2 + 4(\delta/\rho)(\alpha + \alpha_a - 1)}$ et donc $m_B < 0$. Ceci signifie que dans le domaine de l'excitation douce d'oscillation n'est possible que la solution stationnaire (3.7.29) (dans le domaine de l'excitation dure d'oscillation sont possibles les deux solutions: (3.7.29) et (3.7.30)).

La stabilité des solutions (3.7.29) et (3.7.30) a été étudiée dans plusieurs ouvrages (v. par exemple [7, 104, 105] ainsi que [2, 4]). Indiquons quelques résul-

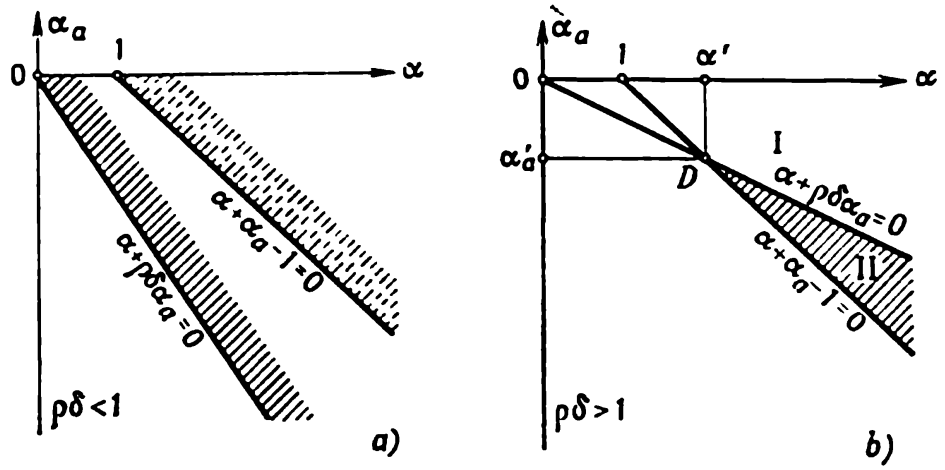


Fig. 3.42

tats de ces études, en nous bornant au cas de l'excitation *douce* d'excitation (qui n'exige d'étudier que la solution (3.7.29)) [1].

On peut montrer que la droite

$$\alpha + \rho\delta\alpha_a = 0 \tag{3.7.41}$$

délimite dans le plan (α, α_a) un domaine où la solution (3.7.29) est stable dans tous les cas, c'est-à-dire un domaine *de stabilité absolue*. Ce domaine se situe au-dessus de la droite (3.7.41); au-dessous de cette droite peuvent avoir lieu des états stationnaires instables (3.7.29).

Si $\rho\delta < 1$, les droites $\alpha + \rho\delta\alpha_a = 0$ et $\alpha + \alpha_a - 1 = 0$ ne se coupent pas (dans le domaine des valeurs négatives du paramètre α_a), v. fig. 3.42, *a*. Sur cette figure, la frontière du domaine de stabilité absolue est marqué par de hachures ordinaires, et la frontière du domaine de l'excitation douce (de l'auto-excitation) d'oscillation, par de hachures en traits interrompus. Dans ce cas, le domaine d'auto-excitation d'oscillation est contenu en totalité *à l'intérieur* du domaine de stabilité absolue.

---

[1] Signalons que la solution (3.7.30) est toujours instable. L'analyse de stabilité de l'oscillation stationnaire se ramène donc dans tous les cas à l'analyse de la stabilité de la solution (3.7.29).

Un cas plus intéressant (et pratiquement plus important) est celui où

$$\rho\delta > 1. \tag{3.7.42}$$

Alors, les droites $\alpha + \rho\delta\alpha_a = 0$ et $\alpha + \alpha_a - 1 = 0$ se coupent (fig. 3.42, *b*). Le point d'intersection D a pour coordonnées

$$\alpha' = \rho\delta/(\rho\delta - 1); \quad \alpha'_a = -1/(\rho\delta - 1). \tag{3.7.43}$$

Ici, le domaine d'auto-excitation d'oscillation et de domaine d'instabilité peuvent *se chevaucher*. Le domaine *I* de la fig. 3.42, *b* est celui où l'auto-excitation s'associe à la stabilité absolue. Dans le domaine *II* (couvert de hachures) l'*auto-excitation* peut s'associer avec une *oscillation stationnaire instable*. Pour préciser les conditions d'instabilité, il est commode de considérer séparément les cas suivants: $\rho \gg \delta$, $\rho \approx \delta$, $\rho \ll \delta$.

Si $\rho \gg \delta$, la solution stationnaire (3.7.29) peut s'écrire sous la forme

$$m_B = \alpha - 1; \quad n_B = 1; \quad n_{aB} = \delta\alpha_a/\rho\,(\alpha - 1). \tag{3.7.44}$$

En introduisant (3.7.44) dans l'équation caractéristique (3.7.33), on trouve la *condition d'instabilité* suivante:

$$-\alpha_a > (\rho/G\delta)\,\alpha\,(\alpha - 1), \tag{3.7.45}$$

qui détermine, dans les limites du domaine *II* de la fig. 3.42, *b*, un certain domaine d'instabilité (non représenté sur la figure).

Si $\rho \ll \delta$, la solution stationnaire (3.7.29) peut être présentée sous la forme

$$m_B = \frac{\alpha + \alpha_a - 1}{1 - \alpha_a}; \quad n_B = 1 - \alpha_a;$$
$$n_{aB} = \alpha_a\left(1 - \frac{\rho}{\delta}\,\frac{\alpha + \alpha_a - 1}{1 - \alpha_a}\right). \tag{3.7.46}$$

Dans ce cas, la *condition d'instabilité* de l'oscillation stationnaire prend la forme

$$-\alpha_a > \delta\alpha/G\rho\,(\alpha - 1). \tag{3.7.47}$$

Si $\rho \approx \delta$, la solution stationnaire (3.7.29) se décrit par les relations

$$m_B = \alpha + \alpha_a - 1; \quad n_B = \alpha/(\alpha + \alpha_a); \quad n_{aB} = \alpha_a/(\alpha + \alpha_a), \tag{3.7.48}$$

à partir desquelles on peut obtenir la *condition d'instabilité suivante*:

$$-\alpha_a > \alpha/\rho\delta. \tag{3.7.49}$$

Cette dernière inégalité peut se récrire sous la forme

$$\alpha + \rho\delta\alpha_a < 0.$$

On peut en conclure que dans ce cas le domaine d'instabilité d'oscillation stationnaire se confond avec le domaine *II* hachuré sur la fig. 3.42, *b*.

Régime d'oscillation d'un laser à filtre saturable. — Notons tout d'abord que tous les régimes possibles peuvent être de deux types: à excitation *douce* ou à excitation *dure* d'oscillation. Dans le dernier cas on doit mettre en jeu une irradiation lumineuse externe pour assurer l'éclaircissement du filtre. Les régimes à excitation dure ne sont réalisables que pour $\delta < \rho$.

Lorsque la condition (3.7.42) est satisfaite, c'est-à-dire pour $\rho\delta > 1$, il est avantageux de séparer dans le plan (α, α_a) deux domaines désignés sur la fig. 3.42, *b* par *I* et *II*. Si les paramètres α et α_a tombent dans le domaine *I*, le processus d'oscillation (il s'agit des régimes à excitation douce d'oscillation) se développera de la façon suivante. Le laser entre en auto-excitation et commence à émettre dès que le pompage de l'élément actif portera la densité d'inversion de

populations n à sa valeur de seuil $(-\alpha_a + 1)$. L'instant d'amorçage t' se définit donc par la relation

$$n(t') = -\alpha_a + 1. \qquad (3.7.50)^{(1)}$$

Si sont satisfaites les conditions déterminées qui seront examinées au paragraphe suivant, le laser fonctionne *en monoimpulsion*, en émettant *une implusion géante*. Lorsque le pompage est stationnaire, c'est le régime d'impulsions géantes périodiques qui est réalisé dans ce cas. Si les conditions d'émission de l'impulsion géante ne sont pas remplies, le laser peut fonctionner en régime de *pulsations amorties* qui se transforme en régime d'oscillation stationnaire.

Supposons que les paramètres α et α_a se situent à l'intérieur du domaine *II* de la fig. 3.42, *b* et tombent simultanément dans le domaine d'*instabilité* de l'oscillation stationnaire. De même que dans le cas précédent, le laser entre en auto-excitation dès que le pompage assure la réalisation de la relation (3.7.50). Mais l'oscillation a un caractère spécifique, ce qui est lié à l'instabilité de l'oscillation stationnaire. Dans ce cas peuvent s'observer tant les *pulsations non amorties* du rayonnement que la production d'*impulsions géantes*.

§ 3.8. RÉGIME D'IMPULSIONS GÉANTES POUR LA MODULATION PASSIVE DE QUALITÉ DE LA CAVITÉ RÉSONNANTE

Parmi les divers procédés de modulation *passive* de qualité de la cavité considérons ceux qui reposent sur l'utilisation de filtres saturables. Les lasers à filtre saturable ont été discutés au cours du paragraphe précédent. Proposons-nous maintenant d'établir les conditions permettant de réaliser dans de tels lasers le *régime d'impulsions géantes* et d'analyser les caractéristiques de ce régime.

Conditions de réalisation du régime d'impulsions géantes dans un laser à filtre saturable. — Au point de vue qualitatif il est clair que l'émission d'une impulsion géante suppose une valeur suffisamment grande du coefficient initial d'absorption résonnante $\varkappa_{0a}$ du filtre (pour une faible valeur de $\varkappa_{0a}$ l'éclaircissement du filtre ne conduit qu'à une faible croissance du coefficient de surtension). Puisque d'après (3.7.5), $\varkappa_{0a} = \sigma_a n'_a$, l'augmentation du coefficient $\varkappa_{0a}$ signifie une augmentation de la densité n'_a de centres absorbants et de la section efficace σ_a des transitions stimulées dans le filtre. Dans le « langage » des paramètres adimensionnés, l'augmentation du coefficient initial d'absorption résonnante signifie une augmentation du paramètre $|\alpha_a|$.

Pourtant il est évident qu'une augmentation excessive de $|\alpha_a|$ est inadmissible parce que pour de grandes valeurs de $|\alpha_a|$ la condi-

(1) En l'absence du filtre saturable l'expression (3.7.50) se ramène à l'expression $n(t') = 1$ familière au lecteur (v. par exemple (3.3.28)).

tion d'auto-excitation d'oscillation (3.7.36) que nous écrirons sous la forme

$$|\alpha_a| < (\alpha - 1). \tag{3.8.1}$$

sera compromise.

Il importe donc d'établir par rapport à quelle quantité la valeur de $|\alpha_a|$ doit être grande. Nous partirons du fait que la puissance de crête d'une impulsion géante est supérieure de plusieurs ordres de grandeur à la puissance de crête d'un picot émis en régime d'oscillation libre (en régime relaxé). Ceci signifie que la différence entre l'inversion de populations initiale et sa valeur de seuil correspondant à l'état saturé du filtre (c'est-à-dire précisément la quantité $|\alpha_a|$) doit être supérieure de plusieurs ordres de grandeur à la quantité ν_{max} qui intervenait au § 3.3 lors de l'étude de l'oscillation libre. En faisant usage de (3.3.40), on obtient ainsi l'inégalité

$$|\alpha_a| \gg \sqrt{(\alpha - 1)/G}. \tag{3.8.2}$$

En réunissant (3.8.1) et (3.8.2), on est conduit à la *condition nécessaire d'auto-excitation* d'une impulsion géante

$$\sqrt{(\alpha - 1)/G} \ll |\alpha_a| < (\alpha - 1). \tag{3.8.3}$$

Rappelons que pour un laser à rubis $\alpha = 30$, $G = 10^5$ si bien que la condition (3.8.3) prend la forme $0{,}01 \ll |\alpha_a| < 30$. Pour un laser dopé au néodyme on a $\alpha = 2$, $G = 10^4$. Dans ce cas, la condition (3.8.3) devient $0{,}01 \ll |\alpha_a| < 1$. Ainsi, pour que la condition (3.8.3) soit satisfaite, il est nécessaire de réaliser dans les cas considérés la valeur

$$|\alpha_a| \approx 1. \tag{3.8.4}$$

On sait que pour la production d'une impulsion géante il importe que la vitesse de déclenchement de qualité soit suffisamment élevée. Dans le cas considéré, ceci signifie que le filtre doit s'éclaircir, d'une manière suffisamment rapide, c'est-à-dire que la dérivée dn_a/dt' doit être grande. Il est facile de voir à partir de (3.7.26) que la condition suffisante pour que cette dérivée soit grande s'exprime par

$$\rho \gg 1 \tag{3.8.5}$$

ou encore par

$$\sigma_a \gg \sigma. \tag{3.8.6}$$

Ainsi, la section efficace des transitions stimulées dans le filtre doit être *considérablement plus grande* que la section efficace des transitions stimulées dans l'élément actif. En pratique, on réalise généralement $\rho \approx 10^4$.

C'est la condition (3.8.5) (ou (3.8.6)) associée à la condition (3.8.3) qui détermine les paramètres du système « laser à filtre saturable », dont la réalisation permet l'auto-excitation d'une impulsion géante.

Signalons qu'un cas pratiquement important, où est satisfaite l'inégalité (3.7.42), signifie compte tenu de (3.8.5) qu'on a l'inégalité

$$\delta < 1 \tag{3.8.7}$$

ou encore

$$T_1 < T_{1a} \tag{3.8.8}$$

ou enfin

$$(w_p + 1/\tau) > 1/T_{1a}. \tag{3.8.9}$$

Ceci signifie que le plus souvent la probabilité de relaxation dans le filtre est inférieure à la somme des probabilités de pompage et de relaxation dans l'élément actif. Autrement dit, les filtres saturables généralement utilisés sont *à relaxation relativement lente*. C'est précisément dans de tels filtres que l'on obtient l'éclaircissement le plus complet.

Développement d'une impulsion géante dans un laser à filtre saturable. — L'instant d'entrée en oscillation est celui où est remplie la relation (3.7.50), c'est-à-dire la condition d'oscillation de la cavité comportant un filtre non saturé. De même que dans le cas de la modulation active de qualité, le processus d'émission de l'impulsion géante peut se diviser en deux étapes : une étape longue (de durée t_0) du développement *linéaire* de l'oscillation et une étape courte (de durée t_1) du développement *non linéaire* de l'oscillation ; v. à ce propos la fig. 3.4 et les remarques faites au § 3.1. Rappelons que $t_0 \approx 10^3$ à $2 \cdot 10^3$ ns, ce qui est *supérieur* d'un ordre de grandeur à la durée de l'étape linéaire dans le cas de la modulation active, tandis que $t_1 \approx 10$ à 30 ns, ce qui correspond à la durée de l'étape non linéaire.

Dans l'étape du développement linéaire de l'oscillation il se produit une amplification de la luminescence primaire. Ce processus correspond au développement d'un picot d'oscillation libre pour des pertes constantes qui correspondent à l'état non saturé du filtre. Au cours de cette étape, le coefficient d'absorption résonnante du filtre et la densité d'inversion de populations de l'élément actif restent pratiquement constants. L'intensité du rayonnement augmente suivant une loi sensiblement exponentielle, en croissant des valeurs de l'ordre de 10^{-4} W/cm² au commencement de l'étape jusqu'à des valeurs de l'ordre de 1 à 10 W/cm² à sa fin.

La *durée de l'étape linéaire* dépend substantiellement de la valeur du paramètre ρ ainsi que du coefficient d'absorption du filtre à l'état non saturé $\varkappa_{0a}$. Une diminution de ρ, des paramètres du milieu actif

restant inchangés, est liée à la diminution de la section efficace des transitions stimulées σ_a dans le filtre. Suivant (3.7.8) une diminution de σ_a entraîne une augmentation de S_{seuil}. Ainsi, une diminution du paramètre ρ exige une densité plus élevée du rayonnement pour assurer l'éclaircissement du filtre et par conséquent l'étape du développement linéaire de l'oscillation devient plus longue. La fig. 3.43 montre des courbes expérimentales [6] illustrant le développement de l'impulsion géante dans un laser à rubis obtenues avec deux filtres différents : *1*, un filtre à base de solution de phtalocyanine de chlorure de gallium dans le chlorure de phényle ($\rho = 1{,}6 \cdot 10^4$) ; *2*, un

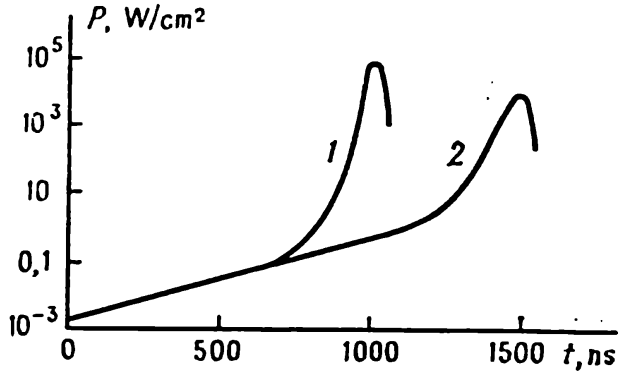


Fig. 3.43

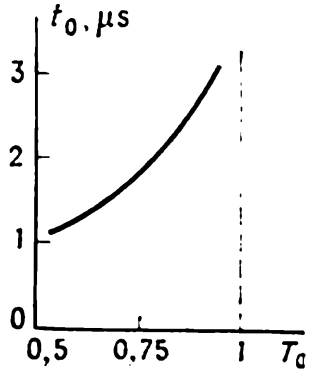


Fig. 3.44

filtre à base de solution de phtalocyanine de chlorure d'aluminium dans l'alcool ethylique ($\rho = 0{,}8 \cdot 10^4$). La durée de l'étape du développement linéaire de l'oscillation est égale à 10^3 ns dans le premier cas et à $1{,}5 \cdot 10^3$ ns dans le second.

Lorsque le coefficient d'absorption $\varkappa_{0a}$ augmente, la valeur de $|\alpha_a|$ augmente et d'après (3.7.50) la densité initiale d'inversion de populations de l'élément actif pour laquelle le laser entre en oscillation accuse une croissance. Plus grande est cette densité d'inversion de populations, plus rapide est le développement du processus d'oscillation dans l'étape linéaire et donc plus courte est la durée de cette étape. La fig. 3.44 montre une courbe expérimentale [6] qui illustre la diminution du temps t_0 avec l'augmentation de $\varkappa_{0a}$. En abscisses on a porté la valeur initiale de la transparence du filtre T_0 exprimée par $\varkappa_{0a}$ et l_a par la formule $T_0 = \exp(-\varkappa_{0a} l_a)$.

Equations du bilan ; analogie avec le cas du déclenchement instantané de qualité (1).— Vu que la durée du processus de développement de l'impulsion géante (2) est relativement petite, on peut,

(1) Le régime de production d'impulsions géantes dans un laser monomode à filtre saturable est étudié par exemple dans [2, 107 à 109].

(2) Cette durée ne s'élève, même en tenant compte de l'étape linéaire, qu'à environ 10^{-6} s, ce qui est nettement inférieur à la valeur de T_1 et à plus forte raison de T_{1a} (rappelons que $T_1 = 10^{-3}$ à 10^{-4} s).

de même que dans le cas de la modulation active de qualité (v. § 3.6), négliger dans les équations du bilan le pompage et les processus de relaxation dans l'élément actif (et dans le filtre). Dès lors, le système d'*équations du bilan* sous forme adimensionnée (3.7.26) peut s'écrire ainsi

$$\boxed{\begin{aligned} dm/dt' &= Gm\,(n + n_a - 1)\,; \\ dn/dt' &= -nm\,; \\ dn_a/dt' &= -n_a \rho m \end{aligned}}\,. \qquad (3.8.10)$$

En divisant membre à membre la troisième des équations (3.8.10) par la deuxième, on obtient

$$dn_a/dn = \rho n_a/n,$$

ou

$$dn_a/n_a = \rho\, dn/n. \qquad (3.8.11$$

Intégrons l'équation (3.8.11) de l'instant d'entrée en oscillation à un instant arbitraire quelconque. A l'instant de commencement de l'oscillation on a: $n_a = \alpha_a$, $n = 1 - \alpha_a$ (v. (3.7.50)). On peut donc écrire

$$\int\limits_{\alpha_a}^{n_a} \frac{dn_a}{n_a} = \rho \int\limits_{1-\alpha_a}^{n} \frac{dn}{n},$$

d'où il résulte que

$$n_a = \alpha_a\,(n/n_1)^\rho, \quad \text{où} \quad n_1 = 1 - \alpha_a. \qquad (3.8.12)$$

En usant du résultat (3.8.12), éliminons n_a entre les équations du système (3.8.10). Il vient finalement le système d'équations du bilan sous la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned} dm/dt' &= Gm\,[n + \alpha_a\,(n/n_1)^\rho - 1]\,; \\ dn/dt' &= -mn. \end{aligned}\right\} \qquad (3.8.13)$$

Il n'est pas difficile d'obtenir à partir de (3.8.13) une équation pour les trajectoires de phase du laser à filtre saturable fonctionnant en régime d'impulsions géantes. En divisant membre à membre la première des équations (3.8.13) par la seconde, on obtient

$$\frac{dm}{dn} = -G\,\frac{n + \alpha_a\,(n/n_1)^\rho - 1}{n}. \qquad (3.8.14)$$

Intégrons

$$\int\limits_{m_1}^{m} dm = -G \int\limits_{n_1}^{n} dn \left[1 + \frac{\alpha_a}{n_1^\rho}\, n^{\rho-1} - \frac{1}{n}\right].$$

On est conduit à l'équation suivante pour les *trajectoires de phase*:

$$m = m_1 + G\left(n_1 - n - \ln\frac{n_1}{n} + \frac{\alpha_a}{\rho}\,\frac{n_1^\rho - n^\rho}{n_1^\rho}\right). \qquad (3.8.15)$$

Comparons l'équation (3.8.15) à l'équation (3.6.11) donnant les trajectoires de phase du laser en cas de *déclenchement instantané de qualité*. Ces équations ne diffèrent l'une de l'autre que par le terme supplémentaire $\alpha_a (n_1^\rho - n^\rho)/\rho n_1^\rho$ figurant entre parenthèses au second membre de l'équation valable pour le laser à filtre saturable. Compte tenu de (3.8.4), ce terme peut être négligé lorsque la condition (3.8.5) est réalisée; on obtient finalement le portrait de phase représenté sur la fig. 3.30. Nous voyons donc que la condition (3.8.5) assure réellement une commutation « instantanée » de qualité dans le laser à filtre saturable.

En partant de l'*analogie* ainsi établie *avec le cas du déclenchement instantané de qualité*, faisons usage de la relation (3.6.12) pour exprimer l'intensité *de crête* du champ m_{max}. En tenant compte que $n_1 = 1 - \alpha_a$, on déduit de (3.6.12) que

$$m_{max} = G\,[-\alpha_a - \ln(1 - \alpha_a)]. \qquad (3.8.16)$$

Suivant (3.8.4), $1 - \alpha_a \approx 2$, ce qui est proche de la valeur $n_1 = 3{,}5$ utilisée au § 3.6 lors de l'étude de la modulation active de qualité de la cavité. Il n'est pas donc surprenant que les caractéristiques des impulsions géantes obtenues tant dans le cas de la modulation active que dans celui de la modulation passive de qualité sont suffisamment proches les unes des autres.

Comparaison des régimes d'impulsions géantes en cas de modulation active et passive de qualité; modulation combinée de qualité. Comme on l'a vu plus haut, une certaine analogie existe entre ces régimes d'oscillation du laser. Les deux cas se caractérisent par une étape relativement longue du développement linéaire de l'oscillation au cours de laquelle la densité d'inversion de populations reste pratiquement constante et par une courte étape du développement non linéaire de l'oscillation dans laquelle est émise la partie principale de l'énergie concentrée dans l'impulsion géante. Dans les deux cas, les impulsions géantes ont des paramètres suffisamment proches: la durée de l'impulsion (déterminée par la durée de l'étape non linéaire), la puissance de crête, l'énergie. Les équations du bilan du laser à filtre saturable offrent, pour $\rho \gg 1$, une analogie presque complète avec les équations établies pour le cas du déclenchement rapide (instantané) de qualité de la cavité.

En même temps, chacun des régimes d'impulsions géantes que nous comparons se caractérise par des traits qui lui sont *spécifiques*. Dans le cas de la *modulation active de qualité* l'oscillation prend naissance à l'instant où la valeur de seuil de la densité d'inversion

de populations sera réduite à la valeur de la densité d'inversion de populations déterminée vers cet instant par le pompage. Rappelons que $N_{\text{seuil}}(t) = 1/B\hbar Q(t)$. En commandant la variation du coefficient de surtension de la cavité Q dans le temps, on peut par là même contrôler la variation dans le temps du seuil d'oscillation N_{seuil} et donc fixer avec une grande précision l'instant d'entrée en oscillation par rapport au signal extérieur: à 10 ns près pour les déclencheurs électro-optiques et à 100 près pour les déclencheurs opto-mécaniques à prisme tournant.

Dans le cas de la *modulation passive* de qualité, le laser commence à émettre une impulsion géante à l'instant où la densité de l'inver-

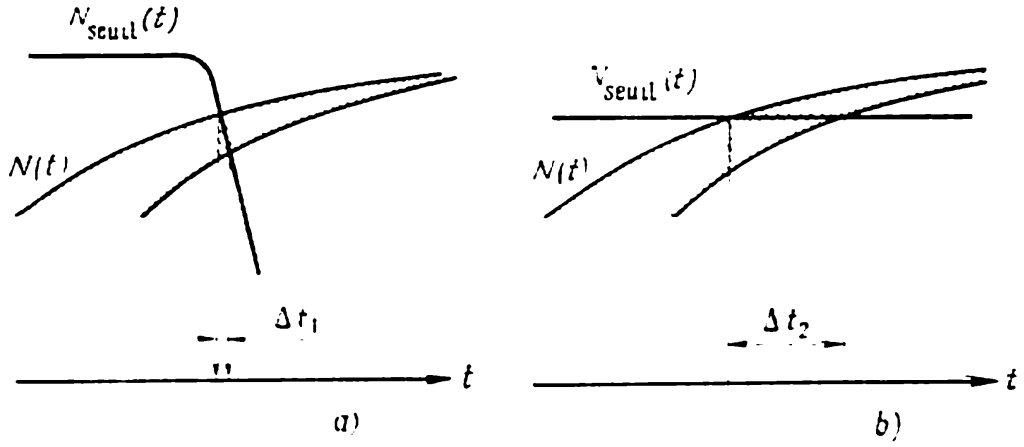


Fig. 3.45

sion de populations, en croissance progressive sous l'effet du pompage atteint la valeur de seuil déterminée par les pertes dans le résonateur dont le filtre est à l'état non saturé; cette valeur est définie par la relation (3.7.50):

$$N_{\text{seuil}} = \frac{l_a}{l}\,\frac{\sigma_a}{\sigma}\,n_a' + \frac{\eta_1 + (l_a/l)\,\eta_{1a} + \eta_2}{\sigma}. \qquad (3.8.17)$$

Dans ce dernier cas, on ne peut agir sur l'instant d'accrochage qu'en commandant la variation dans le temps de l'intensité de pompage. Dans ce cas on n'arrive pas à fixer l'instant d'entrée en oscillation d'une façon quelque peu précise. L'instant d'accrochage compté depuis l'éclair de la lampe de pompage varie d'un éclair à l'autre (d'une impulsion à l'autre); la différence peut atteindre 10^{-5} à 10^{-4} s.

Les remarques que nous venons de faire sont explicitées sur la fig. 3.45. Supposons que la courbe $N(t)$, ascendante au cours du pompage, subisse des fluctuations d'un éclair à l'autre dans les limites de la région couverte de hachures. La fig. 3.45, *a* montre l'intersection des courbes $N(t)$ et $N_{\text{seuil}}(t)$ dans le cas de la modula-

tion active de qualité (déclenchement rapide de qualité) et la figure 3.45, *b*, dans le cas de la modulation passive. Dans le premier cas on a une variation du seuil d'oscillation commandée dans le temps; dans le second cas, le seuil d'oscillation ne varie pas dans le temps. Il est facile de voir que l'intervalle de dispersion des instants d'accrochage est considérablement plus large en modulation passive qu'en modulation active: $\Delta t_2 \gg \Delta t_1$.

Pour permettre une fixation plus précise de l'instant d'accrochage et améliorer la reproductibilité de l'évolution temporelle des processus, on a recours à la *modulation combinée de qualité*, c'est-à-dire qu'on utilise à la fois un filtre saturable et un modulateur (déclencheur) de type actif. La présence de filtre saturable permet en règle générale d'augmenter la vitesse de déclenchement de qualité et d'améliorer les paramètres du rayonnement émis, alors que le déclencheur du type actif permet de fixer l'instant d'entrée en oscillation et d'ordonner l'apparition des impulsions d'un éclair à l'autre. A titre d'exemple concret, on a rassemblé dans le Tableau 3.4 les

Tableau 3.4

Cas	Energie, J	Durée, ns	Puissance, MW
1	0,35	43	8
2	0,4	20	20
3	0,6	16	37

paramètres de l'impulsion géante produite dans les trois cas suivants [6]: *1*, un laser à rubis à modulation active de qualité au moyen d'un prisme tournant; *2*, un laser à rubis à modulation passive utilisant un filtre à base de colorant de phtalocyanine; *3*, un laser à modulation combinée. On peut voir que la modulation combinée permet d'élever l'énergie et la puissance de crête de l'impulsion et d'en réduire la durée.

Comme il a été indiqué précédemment, la durée de l'étape du développement linéaire de l'oscillation est d'environ un ordre de grandeur plus grande pour la modulation passive que pour la modulation active. Ceci tient à ce qu'en cas de la *modulation active* le processus d'oscillation à l'étape linéaire se développe en fait dans les conditions de *faibles pertes dans la cavité* (en cas de déclenchement rapide de qualité), alors qu'avec la *modulation passive* le processus d'oscillation se développe dans les conditions de *fortes pertes*. Cette différence entre les deux régimes de production d'impulsions géantes est bien visible sur la fig. 3.46 qui montre les courbes $M(t)$ et $N_{\text{seuil}}(t)$ pour chacun des régimes (*a*, régime de modulation active à déclenchement rapide de qualité; *b*, régime de modulation passive).

Il est physiquement clair qu'une diminution rapide des pertes dans le cas de la modulation active favorise (accélère) le développement de l'oscillation, ce qui se traduit précisément par une réduction

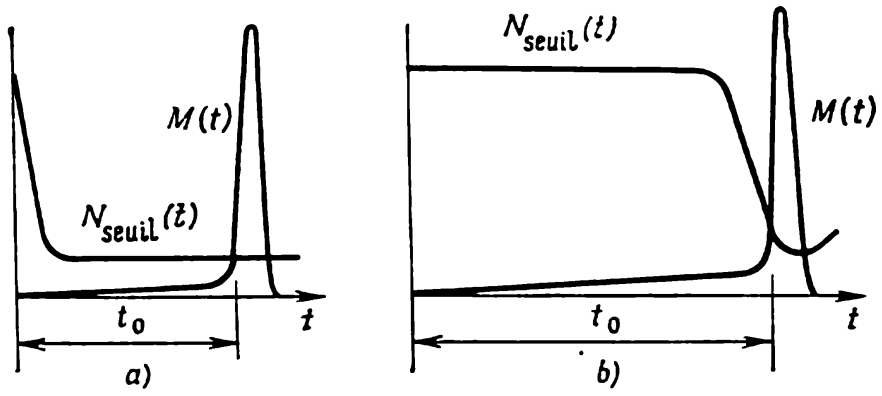


Fig. 3.46

(par rapport au cas de la modulation passive) de la durée de l'étape linéaire.

La fig. 3.47 montre les courbes expérimentales traduisant la variation dans le temps de l'intensité du rayonnement d'un laser à rubis à modulation active (courbe *1*) et à modulation passive (courbe *2*) [6]. Comme origine des temps on a pris l'instant d'entrée en oscillation ; l'échelle des puissances est logarithmique. L'examen de cette figure montre que l'augmentation de la durée de l'étape linéaire dans le cas de la modulation passive conduit à une hausse du niveau de puissance à partir duquel commence la croissance de l'impulsion géante dans l'étape non linéaire ; ce niveau est supérieur d'environ trois ordres de grandeur au niveau observé dans le cas de la modulation active.

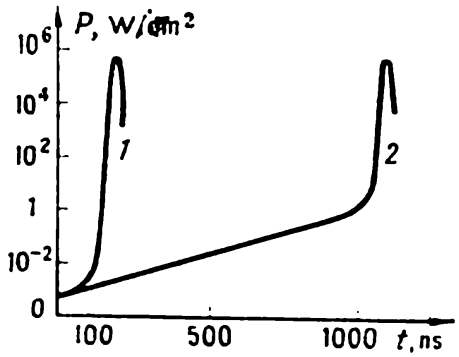


Fig. 3.47

Sélection naturelle des modes longitudinaux dans le cas de la modulation passive. — L'étude d'un modèle *multimode* du laser permet de montrer [106, 110] que grâce à la durée relativement grande de l'étape du développement linéaire de l'oscillation dans un laser à filtre saturable, une *forte concurrence* arrive à se produire entre les différents modes, concurrence qui se traduit par l'affaiblissement de certains modes et par l'amplification des autres modes qui seront émis dans l'étape du développement non linéaire de l'oscillation. Comme il est montré dans [110], une différence relative entre les

coefficients de surtension de deux modes égale seulement à 10^{-3} peut conduire, pour une durée de l'étape linéaire de $2 \cdot 10^3$ ns, à ce que vers le commencement de l'éclaircissement du filtre les intensités de ces modes différeront l'une de l'autre de tout un ordre de grandeur. Ainsi, une différence aléatoire même peu appréciable entre les coefficients de surtension peut conduire à une brusque amplification de certains modes (1).

La compétition entre les différents modes qui se manifeste dans l'étape du développement linéaire de l'oscillation conduit à une réduction substantielle du nombre de modes qui restent dans le champ de rayonnement vers le commencement de la saturation du filtre. Le nombre de modes restants est inférieur de plus d'un ordre de grandeur au nombre de modes existants à l'instant d'entrée en oscillation (2). C'est pourquoi on dit que dans le cas de la modulation passive se manifeste l'effet de *sélection naturelle* des modes longitudinaux.

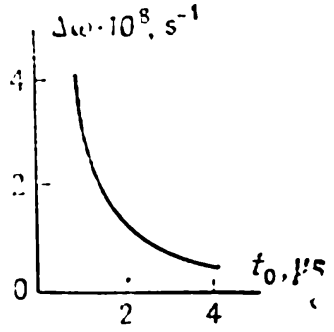


Fig. 3.48

Cet effet se traduit par un *rétrécissement* notable *du spectre du rayonnement* laser (puisque les modes participant à l'émission sont seulement ceux qui se trouvent au voisinage du centre de la raie amplificatrice). La fig. 3.48 montre la courbe traduisant la variation de la largeur effective du spectre d'émission en fonction de la durée de l'étape du développement linéaire de l'oscillation [6]. Plus longue est la durée de l'étape linéaire, plus marqué est l'effet de sélection naturelle des modes longitudinaux et donc plus prononcé est le rétrécissement du spectre d'émission. C'est la raison pour laquelle le spectre de rayonnement laser est sensiblement plus étroit dans le cas de la modulation passive que dans celui de la modulation active de qualité de la cavité résonnante.

§ 3.9. SYNCHRONISATION DES MODES LONGITUDINAUX (ÉMISSION D'IMPULSIONS LUMINEUSES ULTRACOURTES)

La *synchronisation des phases* des modes longitudinaux du laser permet de réaliser des impulsions ayant une durée de 10^{-2} à 10^{-3} ns

(1) A de nombreuses occasions nous avons indiqué qu'à l'origine du rayonnement laser sont des *fluctuations* car les processus radiatifs primaires sont des processus spontanés. Une des particularités que présentent les lasers à filtres saturables est que la nature de fluctuation du rayonnement laser s'y manifeste de la façon la plus évidente.

(2) D'après les données indiquées dans [39], le nombre de modes longitudinaux dans un laser à néodyme diminue de $3 \cdot 10^4$ à $6 \cdot 10^2$.

et une puissance de crête jusqu'à 10^{12} W, que l'on appelle *impulsions lumineuses extrêmement brèves* ou *ultracourtes* [1].

La synchronisation des modes longitudinaux fait l'objet des recherches intenses menées depuis 1966, l'année de la publication de l'ouvrage fondamental [34]. Une analyse détaillée de ces questions est donnée dans [38, 39, 111 à 113].

Sens de l'idée de la synchronisation des modes longitudinaux. — Expliquons de la façon la plus simple l'idée de la synchronisation des modes longitudinaux. Supposons que dans la cavité résonnante d'un laser soient excités m modes longitudinaux et que soient réalisées deux conditions suivantes: premièrement, les modes sont *équidistants*, c'est-à-dire que la différence de fréquence entre deux modes successifs est constante (désignons cette différence ou écart en fréquence par Ω); deuxièmement, les modes sont *synchronisés en phase*, c'est-à-dire que la différence de phase de deux modes consécutifs est constante (désignons-la par Φ). Numérotons tous les modes dans l'ordre de croissance de la fréquence à l'aide de l'indice k pouvant prendre les valeurs entières suivantes: $-(m-1)/2$, $-(m-1)/2+1$, $-(m-1)/2+2$, . . ., $(m-1)/2$ (nous avons supposé que m est un nombre impair, ce qui n'a pas bien entendu d'importance principale). Le mode d'indice $k=0$ sera dit central; sa fréquence et sa phase seront désignées respectivement par ω_0 et φ_0 (ce mode est situé au centre de la raie d'amplification). Alors, la fréquence et la phase d'un mode k quelconque peuvent être présentées sous la forme

$$\omega_k = \omega_0 + k\Omega; \quad \varphi_k = \varphi_0 + k\Phi. \tag{3.9.1}$$

En utilisant (3.9.1), on obtient pour le champ régnant à l'intérieur de la cavité laser l'expression simplifiée suivante (qui ne tient compte que de l'évolution temporelle)

$$E(t) = \sum_{k=-(m-1)/2}^{(m-1)/2} E_k \exp\left[i(\omega_0 + k\Omega)t + i(\varphi_0 + k\Phi)\right]. \tag{3.9.2}$$

Supposons pour simplifier que pour tous les k on a $E_k = E_0$ (en réalité il n'en est pas ainsi car le gain initial dépend de la fréquence; pourtant cette supposition ne change pas le sens). Dans ce cas, la relation (3.9.2) peut s'écrire sous la forme

$$E(t) = E_0\, G(t) \exp\left[i(\omega_0 t + \varphi_0)\right], \tag{3.9.3}$$

où la fonction

$$G(t) = \sum_{k=-(m-1)/2}^{(m-1)/2} \exp\left[ik(\Omega t + \Phi)\right] \tag{3.9.4}$$

[1] Rappelons que les renseignements généraux sur le régime d'impulsions lumineuses ultracourtes ont été donnés au § 3.1 où sont également indiquées certaines valeurs numériques.

est, comme il est facile de le voir, la somme de m termes d'une progression géométrique de raison $q = \exp[i(\Omega t + \Phi)]$ dont le premier terme est $a_1 = \exp[-i(m-1)(\Omega t + \Phi)/2]$. En se servant de la formule donnant la somme d'une progression géométrique, on trouve

$$G(t) = a_1 \frac{q^m - 1}{q - 1} =$$

$$= \exp\left[-i\frac{m-1}{2}(\Omega t + \Phi)\right] \frac{\exp[im(\Omega t + \Phi)] - 1}{\exp[i(\Omega t + \Phi)] - 1} =$$

$$= \frac{\exp[im(\Omega t + \Phi)/2] - \exp[-im(\Omega t + \Phi)/2]}{\exp[i(\Omega t + \Phi)/2] - \exp[-i(\Omega t + \Phi)/2]}.$$

En tenant compte que $\sin\xi = (e^{i\xi} - e^{-i\xi})/2i$, récrivons le dernier résultat sous la forme

$$G(t) = \frac{\sin[m(\Omega t + \Phi)/2]}{\sin[(\Omega t + \Phi)/2]} \qquad (3.9.5)$$

ou encore, en modifiant l'origine des temps, sous la forme

$$\boxed{G(t) = \frac{\sin(m\Omega t/2)}{\sin(\Omega t/2)}}. \qquad (3.9.6)$$

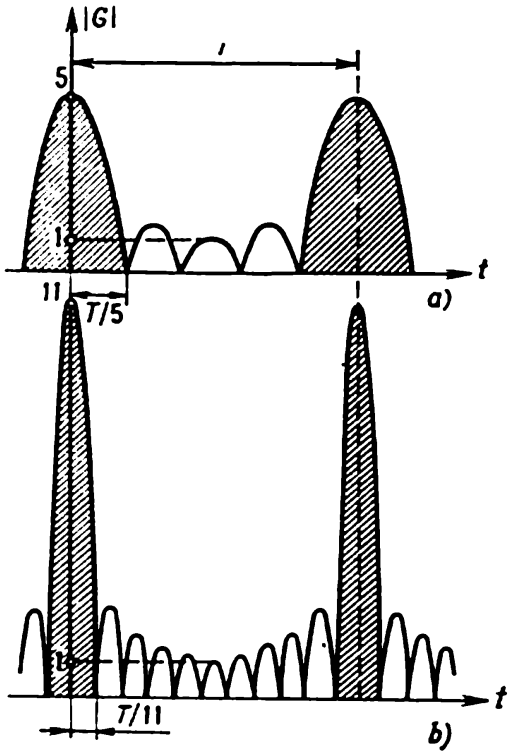


Fig. 3.49

L'expression (3.9.3) montre que la fonction $G(t)$ peut être considérée comme une enveloppe d'amplitude du champ à fréquence porteuse ω_0. En d'autres termes, le champ régnant à l'intérieur de la cavité laser, « constitué » de m modes longitudinaux synchronisés, est *modulé en amplitude* par la fonction $G(t)$. Le caractère de cette modulation est défini par l'expression (3.9.6).

La fig. 3.49 montre l'allure de la fonction $|G(t)|$ obtenue à partir de l'expression (3.9.6) pour deux cas: a) $m = 5$, b) $m = 11$. Dans les deux cas, l'amplitude E_0 d'un mode distinct est prise égale à l'unité. Le temps T est la *période de modulation* (que l'on appelle également *période de la cavité résonnante*); elle correspond à l'écart en fréquence de deux modes successifs Ω:

$$T = 2\pi/\Omega. \qquad (3.9.7)$$

On voit sur la figure que lorsque le nombre m de modes synchronisés entre eux augmente, l'enveloppe $G(t)$ prend la forme correspondant

à une *succession d'impulsions lumineuses* dont l'amplitude est mE_0 et la période T/m; ces impulsions se succèdent avec un intervalle de temps égal à T (v. les impulsions couvertes de hachures). Plus grand est le nombre m, plus élevée est l'amplitude et plus courte est la durée de ces impulsions lumineuses.

Si les modes n'étaient pas synchronisés, la puissance du rayonnement aurait pour expression

$$P_{\text{n. synchr}} \approx mE_0^2. \tag{3.9.8}$$

Pour un laser à modes synchronisés, la puissance de crête s'exprime par

$$P_{\text{synchr}} = (mE_0)^2 = mP_{\text{n. synchr}}. \tag{3.9.9}$$

Par conséquent, la puissance de crête du rayonnement est m fois plus grande dans un laser à modes synchronisés que dans un laser à modes non synchronisés.

Ainsi, l'interférence de m modes longitudinaux équidistants en fréquence et synchronisés en phase conduit (lorsque le nombre m est suffisamment grand) à ce que le rayonnement laser acquiert le caractère d'une série d'impulsions lumineuses très courtes et très puissantes qui se succèdent avec un intervalle T égal à la période de la cavité résonnante; la durée de chaque impulsion est d'environ T/m [1].

Résonateur non sélectif. — Il est évident que la condition nécessaire de réalisation de l'idée de synchronisation des modes longitudinaux est l'excitation simultanée d'un nombre suffisamment grand de tels modes [2]. A cet effet, il est impératif que le laser oscille *à plusieurs fréquences*.

Le nombre *maximal possible* de modes longitudinaux d'une cavité est donné par la relation connue

$$m = \Delta\omega/\Omega = \Delta\omega L/\pi v, \tag{3.9.10}$$

où $\Delta\omega$ est la largeur de la raie amplificatrice, L, la longueur de la cavité, v, la vitesse de la lumière dans le milieu qui remplit la cavité. En tenant compte de (3.9.10), on peut présenter la période $T = 2\pi/\Omega$ de la cavité sous la forme

$$T = 2L/v, \tag{3.9.11}$$

et la durée de l'impulsion ultracourte par

$$\tau \approx T/m \approx 1/\Delta\omega. \tag{3.9.12}$$

---

(1) Cette situation correspond au cas idéal d'une *synchronisation des modes* dite *complète*; v. § 3.11.

(2) Comme il sera montré au § 3.11, une augmentation excessive du nombre de modes longitudinaux peut compromettre les conditions de leur synchronisation.

Les valeurs typiques de $\Delta\omega$ et m pour certains lasers ont été données au § 3.1. Rappelons que pour un laser à rubis $\Delta\omega \approx 10^{11}$ s^{-1}, $m \approx 10^3$ et pour un laser à néodyme $\Delta\omega \approx 10^{12}$ s^{-1}, $m \approx 10^4$. Ces données montrent que la synchronisation des modes permet en principe de réaliser dans ces lasers des impulsions lumineuses ayant une durée de 10^{-2} à 10^{-3} ns.

Pour réaliser cette possibilité, il faut rendre impossible la sélection des modes longitudinaux dans la cavité. Il s'agit de la sélection des modes *par interférence* (v. § 2.11) qui se produit toujours dans les cavités résonnantes ordinaires du fait qu'elles comportent toute une série de plans réfléchissants supplémentaires (par exemple, les faces terminales de l'élément actif, les supports des miroirs, etc.). Pour éviter la sélection interférentielle des modes longitudinaux on a recours à des *résonateurs* dits *non sélectifs*: tous les revêtements réfléchissants (miroirs) sont portés sur des supports cunéiformes et les faces terminales de l'élément actif sont coupées sous l'angle de Brewster. Un tel résonateur est représenté sur la fig. 3.50. On y distingue: *1*, l'élément actif; *2*, les miroirs sur des supports cunéiformes; α, l'angle de Brewster; la ligne brisée en traits forts montre la marche du faisceau lumineux dans la cavité. Le résonateur non sélectif ne comporte pas de plans réfléchissants supplémentaires perpendiculaires au faisceau lumineux; il n'utilise que deux plans réfléchissants qui constituent le résonateur proprement dit (les sections de ces plans sont montrées sur la figure par les droites AA) [1].

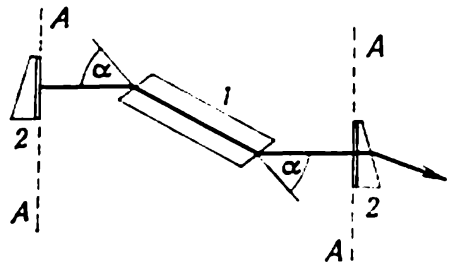


Fig. 3.50

Synchronisation active des modes. — Pour provoquer un couplage entre les phases des modes longitudinaux, on peut faire appel à une *modulation périodique* des paramètres du résonateur à une fréquence égale à l'écart en fréquence entre modes successifs ou multiple de cet écart. Une telle modulation étant effectuée sous l'action des signaux extérieurs appliqués soit à un modulateur électro-optique, soit à un modulateur acousto-optique placé à l'intérieur du résonateur, on dit dans ce cas que la synchronisation des modes est *active*.

Supposons que l'amplitude du mode central soit modulée périodiquement à la fréquence Ω. Dans ce cas le mode considéré peut se présenter sous la forme suivante:

$$E(t) = E_0 (1 + \beta \cos \Omega t) \exp [i (\omega_0 t + \varphi_0)], \qquad (3.9.13)$$

[1] Il est utile de souligner que si précédemment, au § 2.11, on envisageait des mesures spéciales en vue de renforcer la sélection des modes par fréquence (et d'assurer finalement le fonctionnement monomode), il s'agit maintenant au contraire de prendre des mesures pour prévenir cette sélection.

où β est la profondeur de modulation ($0 < \beta \leqslant 1$). Puisque

$$\cos \Omega t = [\exp (i\Omega t) + \exp (-i\Omega t)]/2,$$

l'expression (3.9.13) peut s'écrire sous la forme

$$\begin{aligned} E(t) = E_0 \exp [i(\omega_0 t + \varphi_0)] + \\ + (\beta E_0/2) \exp [i(\omega_0 + \Omega) t + i\varphi_0] + \\ + (\beta E_0/2) \exp [i(\omega_0 - \Omega) t + i\varphi_0]. \end{aligned} \tag{3.9.14}$$

On voit que la modulation d'amplitude périodique à la fréquence Ω transforme en fait le mode de fréquence porteuse ω_0 en trois modes, *en phase* entre eux, ayant des fréquences ω_0, $\omega_0 + \Omega$, $\omega_0 - \Omega$.

Si la fréquence de modulation Ω est choisie égale à l'écart de fréquence entre modes longitudinaux consécutifs excités dans le résonateur, il est évident que les fréquences latérales $\omega_0 + \Omega$ et $\omega_0 - \Omega$ seront égales aux fréquences des modes dont l'un suit et l'autre précède le mode central. Dans ce cas, le deuxième et le troisième termes figurant au second membre de (3.9.14) joueront le rôle d'une force qui oblige les modes voisins à osciller en phase avec le mode central. Autrement dit, ces modes seront *synchronisés* sur le mode central.

Dans le cas où la fréquence de modulation est un n-uple de fréquence intermode, les modes synchronisés seront ceux dont la différence de fréquences est égale à n fois la fréquence intermode.

Les premières recherches sur la synchronisation active des modes ont été effectuées en 1965 dans un laser à hélium-néon [33]. Par la suite, de telles expériences ont été effectuées principalement sur des lasers à solides (v. par exemple [114]) ainsi que sur des lasers à colorants organiques (v. [115]). La synchronisation active des modes longitudinaux est analysée dans [112, 113] (1).

Synchronisation passive des modes (autosynchronisation des modes). —Une modulation périodique des paramètres du résonateur peut s'obtenir non seulement à l'aide d'un signal extérieur mais également en un certain sens automatiquement, grâce à une *réponse non linéaire aux battements de modes*. A cet effet, il est nécessaire de placer à l'intérieur du résonateur un élément *non linéaire*, un filtre saturable par exemple. En principe, les propriétés non linéaires de l'élément actif peuvent servir elles aussi à cette fin. Dans de tels cas on dit qu'il y a synchronisation *passive* ou encore *autosynchronisation* des modes longitudinaux.

Pour obtenir la synchronisation passive des modes, on utilise assez largement des *filtres saturables* (2). Chaque paire de modes

(1) La synchronisation active acousto-optique des modes longitudinaux sera étudiée en détail au § 3.12.

(2) L'effet de sélection naturelle des modes longitudinaux dans un laser à filtre saturable que nous avons examiné au § 3.8 n'exclut pas la possibilité de réalisation de la synchronisation passive des modes; v. § 3.11.

longitudinaux excités dans un laser à filtre saturable module périodiquement la valeur de coefficient d'absorption résonnante du filtre à une fréquence égale à l'écart en fréquence entre les modes considérés. Ceci conduit à son tour à la modulation en amplitude de tous les modes. Finalement, de même que dans le cas de la synchronisation active, des relations de phase définies peuvent se réaliser entre les différents modes.

L'autosynchronisation des modes longitudinaux dans un laser à filtre saturable peut également être étudiée en utilisant la notion de *fluctuations*. Dans une telle approche, la production d'impulsions

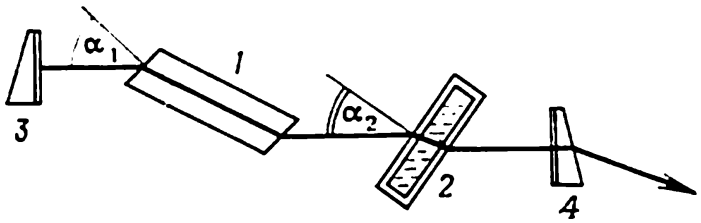


Fig. 3.51

lumineuses ultracourtes est considérée comme le résultat de l'*extraction* par le filtre des fluctuations *les plus intenses* du champ de rayonnement du bruit spontané initial d'une part et de la *suppression* des autres fluctuations qui sont moins intenses d'autre part. La description basée sur les fluctuations a été développée dans les ouvrages [13, 14, 39, 116]; v. aussi [111]. L'explication de l'autosynchronisation fondée sur le concept de fluctuations est de nos jours communément admise; une telle approche permet d'étudier le phénomène d'autosynchronisation de la façon la plus complète et conséquente. Cette question sera reprise avec plus de détail au § 3.11.

Pour obtenir l'autosynchronisation des modes on utilise en fait le même schéma du laser à filtre saturable que dans le cas de production d'impulsions géantes. Le caractère *spécifique* tient principalement à trois points suivants. Premièrement, il est nécessaire d'éviter la sélection interférentielle des modes, c'est-à-dire que le résonateur à utiliser doit être non sélectif. Deuxièmement, le filtre saturable doit posséder un *petit temps de relaxation* (par rapport à la période du résonateur):

$$T_{1a} < T. \qquad (3.9.15)^{(1)}$$

Troisièmement, la géométrie du montage (la longueur du résonateur, la forme et la disposition relative des éléments constitutifs) doit répondre à certaines exigences [40, 117]. En particulier, il y a avantage à placer le filtre saturable près du miroir de sortie du résonateur.

La fig. 3.51 présente le schéma type d'un laser fonctionnant en régime d'autosynchronisation des modes. On y distingue: *1*, l'élé-

(1) Cette condition sera justifiée au § 3.11.

ment actif; *2*, le filtre saturable (cuve contenant une solution de colorant rapidement relaxant); *3* et *4*, les miroirs à réflexion et de sortie du résonateur montés sur des supports cunéiformes; α_1 et α_2, les angles de Brewster pour l'élément actif et pour la cuve respectivement.

L'autosynchronisation des modes longitudinaux par l'emploi de filtres saturables a été étudiée d'une façon suffisamment détaillée au cours des expériences menées sur des lasers à rubis et à néodyme (v. par exemple [34 à 37, 118].

Synchronisation combinée des modes. — Les propriétés des impulsions lumineuses ultracourtes sont différentes suivant qu'elles sont obtenues par la synchronisation passive (autosynchronisation) des modes ou par la synchronisation active. La synchronisation passive permet d'obtenir une durée des impulsions voisine de la durée limite déterminée par la largeur de la raie amplificatrice. Quant à la durée des impulsions obtenues dans le cas de la synchronisation active, elle est nettement plus grande (d'un ordre de grandeur et plus). D'autre part, dans le cas de la synchronisation passive l'instant d'apparition de la série d'impulsions lumineuses ultracourtes peut fluctuer dans les limites de 10 à 100 μs; les paramètres des impulsions ne se reproduisent d'une impulsion à l'autre qu'avec une certaine probabilité. Au contraire, les impulsions produites avec la synchronisation active se caractérisent par une haute stabilité des paramètres.

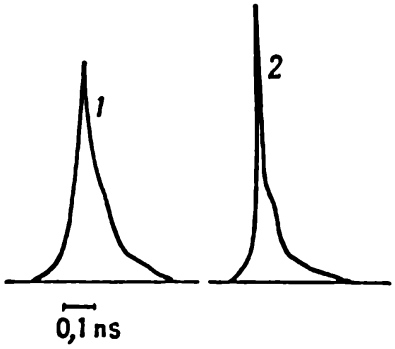


Fig. 3.52

C'est par l'application d'une méthode *combinée* de synchronisation des modes qu'on cherche à obtenir des résultats optimaux. Dans ce cas, on place à l'intérieur du résonateur un filtre saturable et un synchroniseur de modes du type actif; on utilise également la combinaison d'un filtre faisant office de synchroniseur de modes passif et d'un modulateur de qualité du type actif. Dans [119] on a étudié la combinaison d'un synchroniseur électro-optique de modes et d'un milieu à deux composants contenant deux types de particules: des particules actives et des particules (centres) absorbantes par résonance. Dans [120] on a étudié un laser à autosynchronisation des modes dont le résonateur renfermait outre un filtre saturable un modulateur électro-optique de qualité. Dans [121] on a étudié la possibilité de fonctionnement en régime d'autosynchronisation des modes lorsque la qualité du résonateur était commandée d'un dispositif constitué d'un interrupteur phototrope et d'un interrupteur optomécanique.

Sur la fig. 3.52 on a comparé les impulsions lumineuses obtenues

dans le cas de la synchronisation active et de la synchronisation combinée des modes longitudinaux [119]. L'impulsion *1* est produite dans un laser à rubis comportant un synchroniseur électro-optique de modes réalisé à base de niobate de lithium ; l'impulsion *2* est obtenue dans le même laser utilisant en plus du synchroniseur électro-optique un filtre saturable (solution alcoolique de cryptocyanine). La durée de l'impulsion *1* est de 0,1 ns et celle de l'impulsion *2* de 0,01 ns (les durées des impulsions ont été évaluées d'après la largeur du spectre). Dans les deux cas, le temps s'écoulant entre l'instant de déclenchement du synchroniseur de modes et l'instant où l'impulsion acquiert sa puissance maximale a été stabilisé à 1 ns près.

Procédés de réduction du temps de relaxation des filtres saturables. — La nécessité d'utiliser des filtres saturables rapidement relaxant (v. condition(3.9.15)) a prédéterminé le développement des recherches sur les procédés permettant de *réduire le temps de relaxation des colorants*. Pour obtenir cette réduction, on met à profit la dépendance de la durée de vie des états excités des molécules vis-à-vis des caractéristiques du milieu ambiant : de la nature du solvant, de sa température, de sa viscosité, etc. [122]. Dans [123] on a étudié la dépendance du temps de relaxation du colorant de polyméthine envers la *nature du solvant* ; on a montré qu'en choisissant les différents solvants on peut faire varier le temps de relaxation dans le rapport de 1 à 5 (1).

La réduction de la durée de vie de l'état excité par variation des conditions extérieures est appelée par convention *extinction de la luminescence*. On peut également utiliser l'effet d'*extinction par concentration* (d'*autoextinction*) qui se manifeste lorsque la concentration du colorant dans la solution augmente [124]. Cet effet est lié à des associations (constituées de plusieurs molécules de colorant) qui se forment dans une solution concentrée. En cas d'excitation ces associations n'émettent pas par luminescence mais transfèrent assez rapidement l'énergie d'excitation à des complexes non actifs au cours de l'interaction par résonance.

Il convient de signaler tout spécialement la possibilité de réduction du temps de relaxation des filtres saturables par excitation de la *superluminescence* [125] ou de l'*oscillation* [126] dans une solution de colorant. Dans ce dernier cas, la cuve contenant la solution de colorant est placée à l'intérieur d'un *résonateur spécial* dont l'axe optique fait un certain angle avec l'axe optique du résonateur principal ; le rayonnement de l'élément actif sert pour le colorant d'une sorte de pompage optique du type transverse. L'entrée en oscillation de la solution de colorant placée dans le résonateur spécial assure une relaxation relativement rapide du filtre.

Influence de l'autofocalisation de la lumière. — Le processus d'émission des impulsions de très grande puissance peut s'accompagner de l'apparition d'effets optiques non linéaires supplémentaires et en particulier de l'effet d'*autofocalisation de la lumière*. On a constaté expérimentalement une variation de la structure temporelle des impulsions lumineuses ultracourtes émises par un laser à néodyme ; cette variation peut être expliquée par l'influence de l'autofocalisation du rayonnement dans l'élément actif (v. par exemple [127]). Reportons-

(1) L'influence de la nature du solvant sur le temps de relaxation du filtre s'explique par les processus de désactivation non radiative de l'état S_1 de la molécule de colorant par suite d'une *conversion interne* qui s'accompagne du passage de l'énergie vibrationnelle vers le milieu ambiant (v. § 1.3).

nous à ce propos à la fig. 3.53. La courbe *1* décrit la forme que l'impulsion lumineuse aurait en l'absence de l'autofocalisation. La droite *AA* fixe le niveau de puissance correspondant au seuil de l'effet d'autofocalisation. Lorsque la puissance de l'impulsion atteint, au cours de son émission, ce seuil, l'autofocalisation du rayonnement se manifeste, de sorte que les pertes augmentent : le faisceau lumineux commence à se dissiper à travers la surface latérale de l'élément actif (v. la partie de droite de la figure). Ces pertes sont maximales pour la partie la plus intense de l'impulsion lumineuse, ce qui a pour effet de provoquer l'apparition d'un *creux* dans la partie de l'impulsion qui devrait correspondre au maximum de son intensité. C'est pourquoi la forme réalisée de l'impulsion lumineuse se décrit non par la courbe *1* mais par la courbe *2* (v. figure).

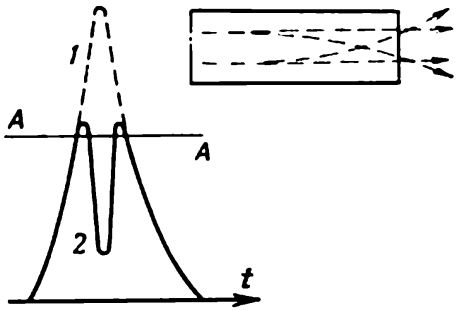


Fig. 3.53

L'examen de la figure montre que l'autofocalisation du rayonnement non seulement modifie la forme de l'impulsion lumineuse mais limite aussi sa puissance de crête. La limitation, par suite de l'autofocalisation, de la puissance du rayonnement émis revêt une grande importance pour la détermination des valeurs de seuil des caractéristiques énergétiques des lasers [128, 129]. L'autofocalisation limite l'intensité du rayonnement émis à un niveau égal approximativement à 10^9 W/cm^2 (pour des schémas communément utilisés des lasers).

Dans [130] on a étudié la possibilité d'utiliser l'effet d'autofocalisation pour la *réduction de la durée* et l'*augmentation du contraste* (1) des impulsions lumi-

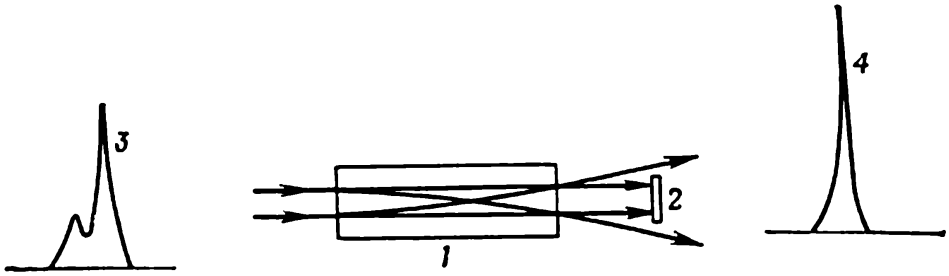


Fig. 3.54

neuses ultracourtes. Cette possibilité est illustrée par la fig. 3.54. On y distingue : *1*, le milieu dans lequel se manifeste l'effet d'autofocalisation ; *2*, un écran absorbant de diamètre relativement petit ; *3*, l'impulsion lumineuse d'entrée (dans le cas général elle peut être représentée par un groupe d'impulsions d'intensité différente) ; *4*, l'impulsion lumineuse de sortie. La partie moins intense de l'impulsion d'entrée *3* ne subit pas d'autofocalisation et est absorbée de façon considérable par l'écran *2*. La partie plus intense de l'impulsion d'entrée se propage pratiquement sans passer par l'écran grâce à l'élargissement du faisceau par suite de l'autofocalisation. C'est pour cette raison que l'impulsion de sortie *4* doit être plus courte et plus contrastant que l'impulsion d'entrée *3*.

(1) Le contraste d'une impulsion ultracourte se mesure par le rapport de la puissance de crête de l'impulsion au niveau de puissance du fond non synchronisé. L'augmentation du contraste est en fait l'élévation du degré de synchronisation du rayonnement.

Comme on le montre dans [130], il y a avantage à utiliser non un écran absolument opaque de petit diamètre mais un écran inhomogène dont le coefficient de transparence K croît avec la distance r à l'axe suivant la loi $K(r) = K(0) \exp(r^2/a^2)$, où a est le diamètre de l'écran. Un tel écran assure des pertes minimales pour la partie la plus intense de l'implusion, ce qui a pour effet non seulement de réduire la durée de l'implusion mais également d'augmenter sa puissance de crête. Dans le cas considéré, l'effet d'autofocalisation joue un rôle positif: il conduit non à l'augmentation mais au contraire à la diminution des pertes (pour la partie la plus intense de l'impulsion lumineuse).

Il convient d'observer que l'écran spatialement inhomogène ne doit pas être obligatoirement absorbant. Au lieu de l'écran absorbant on peut utiliser un milieu amplificateur caractérisé par un gain d'amplification spatialement inhomogène.

§ 3.10. MESURE DE LA DURÉE DES IMPULSIONS LUMINEUSES ULTRACOURTES

Principales directions du développement des méthodes d'étude de la structure des impulsions. — Le développement des recherches sur la synchronisation des modes laser est étroitement lié à la mise au point des méthodes de mesure de la durée des impulsions lumineuses ultracourtes. Les méthodes oscillographiques bien maîtrisées sont dans ce cas inapplicables parce que leur pouvoir séparateur est limité à un temps de l'ordre de 0,1 ns. Il existe deux groupes de méthodes utilisées pour la mesure des durées des impulsions de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-3} ns: des méthodes *directes* et des méthodes *indirectes*.

Initialement, on a proposé et développé des *méthodes indirectes*. Signalons à ce propos deux ouvrages publiés en 1967: dans [131], on utilisait l'effet d'excitation du deuxième harmonique par deux faisceaux lumineux; dans [132], on exposait la méthode basée sur la mesure de la longueur du tracé de luminescence dans le cas de l'absorption à deux photons. Cette dernière (appelée *méthode à deux photons* ou encore *méthode des collisions*) caractérisée par une grande simplicité a bientôt reçu de nombreuses applications.

En appliquant les méthodes indirectes pour la mesure de la structure des impulsions lumineuses, on mesure non les paramètres proprement dits des impulsions mais certaines quantités *intégrales*, le plus souvent des *fonctions de corrélation de l'intensité* [1]. De telles méthodes n'offrent que des possibilités limitées; elles ne permettent pas de rétablir de façon univoque la forme de l'impulsion [111].

Dès le début des années 70 on a développé avec succès les *méthodes directes de mesure* des processus rapides. Ces méthodes utilisent des convertisseurs électroniques [111]. On a mis au point des enregistreurs photo-électroniques caractérisés par une résolution en temps de l'ordre de 10^{-2} à $5 \cdot 10^{-3}$ ns. En 1972, on a mis au point un conver-

---

[1] Les méthodes indirectes de mesure des intervalles de temps sont encore désignées sous le terme de méthodes *de corrélation*.

tisseur opto-électronique à balayage cycloïdal permettant une résolution de $5 \cdot 10^{-4}$ ns.

Il y a un problème qui présente un grand intérêt, c'est celui de l'enregistrement non seulement de l'intensité d'un rayonnement mais également du champ lui-même, c'est-à-dire le problème de l'enregistrement de l'information contenue non seulement dans l'amplitude mais aussi dans la phase du rayonnement laser. A cet effet, on a proposé en 1971 une méthode *holographique* d'enregistrement des champs d'ondes non stationnaires permettant d'obtenir le

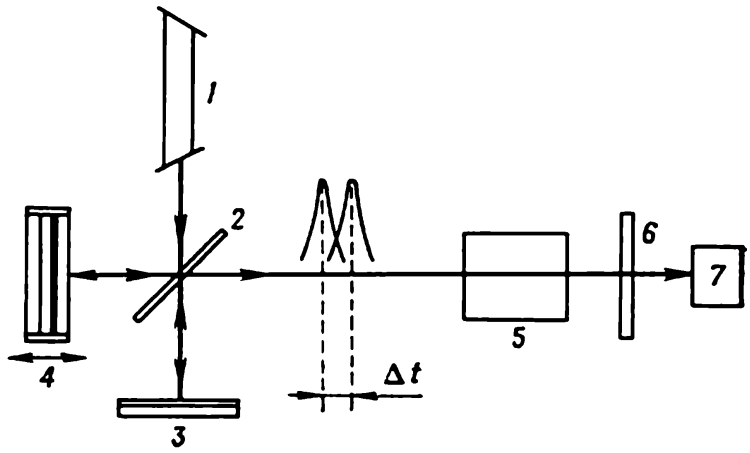


Fig. 3.55

maximum d'information sur l'évolution temporelle du signal, y compris l'information sur l'amplitude, la phase et le spectre du signal (v. [111]).

Méthode utilisant la génération du deuxième harmonique. — L'essentiel de cette méthode indirecte de mesure de la durée des impulsions lumineuses ultracourtes est explicité sur la fig. 3.55. On y distingue: *1*, le laser; *2*, une lame séparatrice qui divise l'impulsion laser initiale en deux impulsions; *3*, un miroir fixe; *4*, un miroir mobile; *5*, un cristal non linéaire au sein duquel est *généré le deuxième harmonique*; *6*, un filtre qui ne laisse passer que le deuxième harmonique; *7*, un photodétecteur. Grâce aux miroirs *3* et *4*, les deux impulsions lumineuses obtenues par séparation de l'impulsion laser initiale par la lame *2* tombent sur le cristal non linéaire. En faisant déplacer le miroir mobile *4*, on peut faire varier le temps de retard Δt d'une impulsion par rapport à l'autre.

Pour $\Delta t = 0$, les impulsions lumineuses considérées se recouvrent entièrement. Dans ce cas, la puissance lumineuse dans le cristal non linéaire est maximale et le photodétecteur enregistre une impulsion relativement intense de deuxième harmonique.

Désignons par τ la durée effective de l'impulsion lumineuse ultracourte. Pour $\Delta t > \tau$, les impulsions lumineuses ne se recouvrent

pas; dans ce cas la puissance du deuxième harmonique accuse une brusque diminution. Si $E_\omega(t)$ est le champ de l'une des impulsions lumineuses tombant sur le cristal non linéaire, le champ de l'impulsion de deuxième harmonique sortant du cristal peut être présenté sous la forme

$$E_{2\omega}(t) = \text{const}\,[E_\omega(t) + E_\omega(t+\Delta t)]^2 =$$
$$= \text{const}\,[E_\omega^2(t) + E_\omega^2(t+\Delta t) + 2E_\omega(t)\,E_\omega(t+\Delta t)]. \quad (3.10.1)^{(1)}$$

Pour $\Delta t > \tau$, le terme de corrélation $2E_\omega(t)\,E_\omega(t+\Delta t)$ s'annule; il en résulte une chute de la puissance du deuxième harmonique.

Ainsi, pour pouvoir mesurer le temps τ, il convient d'augmenter progressivement à partir de zéro le temps de retard Δt et d'observer l'intensité de l'impulsion de deuxième harmonique. L'intervalle de temps Δt, au cours duquel on observe une brusque diminution de cette intensité, mesure précisément la durée τ de l'impulsion lumineuse.

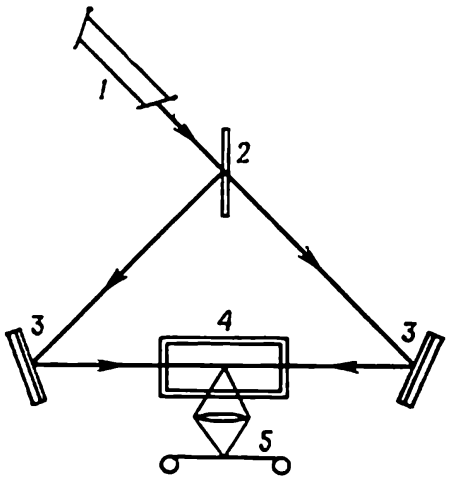


Fig. 3.56

Méthode à deux photons. — Comme il a déjà été dit, cette méthode est basée sur l'observation de la *luminescence lors de l'absorption à deux photons* [2]. L'essentiel de cette méthode est explicité sur la fig. 3.56. On y distingue: *1*, le laser; *2*, une lame séparatrice qui divise l'impulsion laser initiale en deux impulsions; *3*, les miroirs; *4*, une cuve contenant une solution de colorant (de rhodamine 6*G* par exemple) qui émet par luminescence par suite de l'*absorption à deux photons* de la lumière; *5*, un appareil photographique qui enregistre le tracé lumineux se produisant dans la cuve à colorant. Lors de l'absorption à deux photons, l'intensité de la luminescence est proportionnelle à la quatrième puissance de l'amplitude du champ. On arrive donc à photographier un tracé suffisamment net dont la longueur Δl correspond à l'intervalle de temps au cours duquel les deux impulsions lumineuses, qui se propagent l'une à la rencontre de l'autre à partir des miroirs *3*, se recouvrent assez complète-

(1) Rappelons que l'intensité du champ du deuxième harmonique est proportionnelle au carré de l'intensité du champ de l'onde fondamentale (à l'approximation du champ donné).

(2) On l'appelle encore *méthode de luminescence à deux photons*. Cette appellation n'est pas heureuse étant donné que le processus de luminescence est ici ordinaire (à un photon).

ment. Cet intervalle de temps est égal à $\tau/2$ (τ étant la durée de l'impulsion lumineuse). Il est évident que

$$\tau = 2\Delta l/v, \tag{3.10.2}$$

où v est la vitesse de la lumière dans la solution de colorant. On voit qu'en fait cette méthode repose sur la mesure instantanée de la longueur de l'impulsion lumineuse *dans l'espace*.

La méthode considérée est largement appliquée dans les recherches sur la synchronisation des modes laser, elle mérite donc que nous y arrêtons un peu plus longuement. L'intensité de la luminescence lors de l'absorption à deux photons est proportionnelle au carré de l'intensité du rayonnement d'excitation

$$I_{\text{lum}}(z) = \text{const} \int I^2(z, t)\, dt \tag{3.10.3}$$

(l'axe z est choisi suivant la direction de propagation de la lumière dans la cuve à colorant ; z est la distance au centre de la cuve). En écrivant le champ lumineux du signal à étudier sous la forme $E(t) \exp(i\omega t)$, représentons la quantité $I^2(z, t)$ entrant dans (3.10.3) sous la forme

$$I^2(z, t) = \left\{\left[E\left(t - \frac{z}{v}\right) \exp\left(i\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + E\left(t + \frac{z}{v}\right) \exp\left(i\omega\left(t + \frac{z}{v}\right)\right)\right][\text{compl. conjug.}]\right\}^2. \tag{3.10.4}$$

Ici, on a tenu compte du fait que les deux impulsions lumineuses se propagent suivant l'axe z avec la vitesse v l'une à la rencontre de l'autre.

On montre [111] qu'en introduisant (3.10.4) dans (3.10.3), on obtient finalement le résultat suivant :

$$I_{\text{lum}}(z) = \text{const}\left[2 \int_0^{t_{\text{mes}}} I^2(t)\, dt + \right.$$
$$\left. + 4 \int_0^{t_{\text{mes}}} I(t)\, I\left(t + 2\frac{z}{v}\right) dt\right], \tag{3.10.5}$$

où t_{mes} est le temps de mesure. En introduisant au lieu de la variable z le temps de retard $\Delta t = 2z/v$, on obtient à partir de (3.10.5) l'expression suivante pour le *tracé de luminescence* observé dans la cuve à colorant :

$$\Psi(\Delta t) = \frac{1}{t_{\text{mes}}}\left[2 \int_0^{t_{\text{mes}}} I^2(t)\, dt + 4 \int_0^{t_{\text{mes}}} I(t)\, I(t + \Delta t)\, dt\right]. \tag{3.10.6}$$

En utilisant une désignation spéciale pour la *fonction de corrélation de l'intensité*

$$\varphi(\Delta t) = \frac{1}{t_{mes}} \int_0^{t_{mes}} I(t)\, I(t+\Delta t)\, dt, \qquad (3.10.7)$$

récrivons le résultat (3.10.6) sous la forme définitive:

$$\Psi(\Delta t) = 2\varphi(0) + 4\varphi(\Delta t). \qquad (3.10.8)$$

Supposons que la forme $I(t)$ de l'impulsion lumineuse à étudier est celle de la fig. 3.57, *a*. En faisant usage de (3.10.6), on trouve la fonction $\psi(\Delta t)$ qui décrit le tracé de luminescence. L'allure de cette fonction est montrée sur la fig. 3.57, *b*. D'après (3.10.8), l'intensité maximale de la luminescence est trois fois plus grande que l'intensité de la luminescence à des endroits du tracé où les impulsions lumineuses se propageant l'une à la rencontre de l'autre ne se recouvrent pas. En mesurant la largeur de cette impulsion d'intensité de la luminescence, on trouve la valeur cherchée de τ.

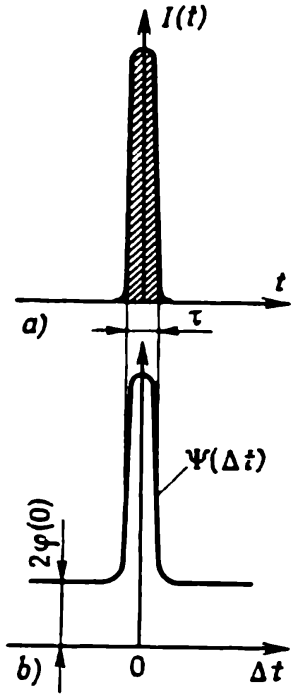


Fig. 3.57

Rappelons qu'en réalité au lieu de la valeur de Δt on mesure la longueur spatiale Δl de la partie brillante du tracé de luminescence, cette longueur étant liée à Δt par la relation $\Delta t = 2\Delta l/v$.

Synchronisations des modes complète et incomplète et problème de la mesure des intervalles de temps. — Les méthodes indirectes de mesure de la durée des impulsions lumineuses ultracourtes que nous avons considérées ci-dessus sont soumises à une restriction d'emploi qui n'a été comprise que par la suite [1]. Ces méthodes ne sont applicables que dans le cas où pendant une période du résonateur égale à $2L/v$ est émise une impulsion unique. Une telle situation est caractéristique des cas de la synchronisation active des modes. Si la synchronisation est passive, au lieu d'une seule impulsion, tout un *groupe* de plusieurs impulsions (irrégulières) peut être émis pendant la période du résonateur, ce qui est lié à la nature de fluctuations du processus d'autosynchronisation des modes. Les cas

[1] Pendant assez longtemps les possibilités de la méthode à deux photons étaient appréciées dans les ouvrages spécialisés d'une façon un peu inexacte. En partant de cette méthode on faisait parfois des conclusions erronées sur la durée des impulsions lumineuses ultracourtes.

caractéristiques qui peuvent se réaliser dans l'autosynchronisation des modes sont représentés sur la fig. 3.58. Vu cette situation, on introduit les notions de synchronisation *complète* et *incomplète* (*partielle*) des modes. La fig. 3.58, *a* correspond à une synchronisation *complète* des modes (pendant la période du résonateur est émise une impulsion lumineuse ultracourte *unique*). Les fig. 3.58, *b* et *c*

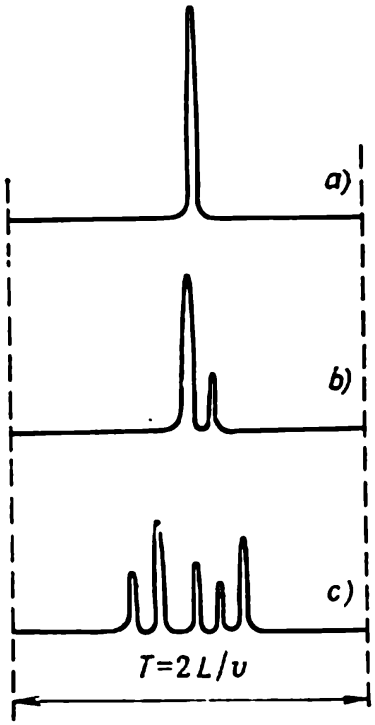


Fig. 3.58

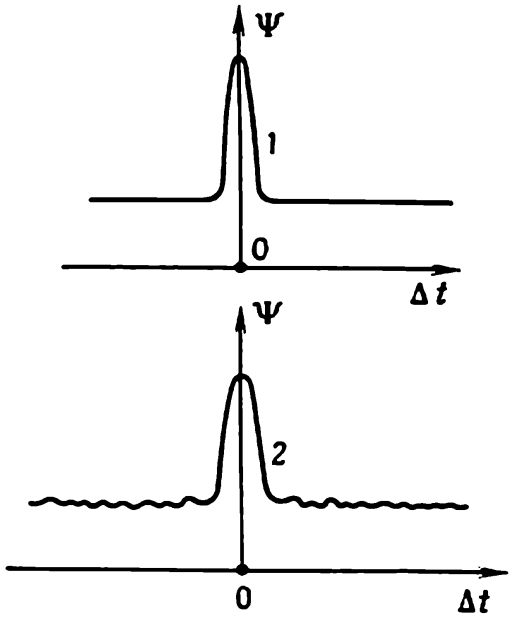


Fig. 3.59

correspondent à une synchronisation incomplète des modes, le *degré* de synchronisation dans le cas de la fig. 3.58, *b* étant supérieur à celui de la fig. 3.58, *c*. Lors d'une synchronisation incomplète des modes, une impulsion ultracourte peut se réaliser sur le *fond* d'un rayonnement non synchronisé dont la puissance varie faiblement dans le temps. Plus élevée est la puissance du fond non synchronisé, plus bas est le degré de synchronisation des modes et, soit dit en passant, plus faible est le contraste des impulsions.

Il est essentiel de noter que les méthodes indirectes de mesure de la durée des impulsions ultracourtes (et en particulier la méthode à deux photons) ne permettent pas de distinguer la synchronisation complète et la synchronisation incomplète des modes [1]. C'est en ceci que réside la restriction d'emploi de ces méthodes lors de l'étude

[1] Une analyse critique détaillée des possibilités d'emploi des méthodes indirectes de mesure des intervalles de temps dans les recherches sur la synchronisation des modes est donnée dans [111].

de la synchronisation des modes laser. Il suffit de comparer les résultats du calcul de la fonction $\Psi(\Delta t)$ obtenus au moyen de la formule (3.10.6) pour les fig. 3.58, *a* et *c*. Ces résultats sont représentés sur la fig. 3.59 (courbes *1* et *2* respectivement) [111]. On voit que la différence entre les tracés de luminescence montrés sur la fig. 3.59 ne réside que dans des maximums supplémentaires de faible amplitude qui apparaissent dans le second cas (dans le cas de la synchronisa-

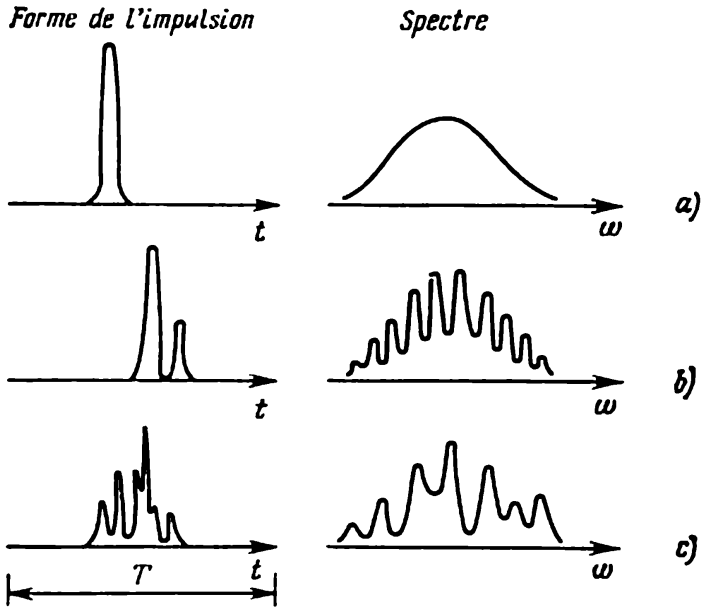


Fig. 3.60

tion incomplète) et qui sont difficiles à distinguer des bruits propres de l'appareillage d'enregistrement.

Soulignons que les méthodes de mesure indirectes ne permettent de juger que de l'intervalle de temps *caractéristique* au cours duquel varie l'intensité du rayonnement, mais elles ne permettent pas d'établir si le rayonnement émis pendant la période du résonateur est constitué par une seule ou plusieurs impulsions courtes. Elles ne permettent pas de déterminer le rapport de la puissance de crête de l'impulsion ultracourte à la puissance du fond non synchronisé (en présence de celui-ci). Pour toutes ces raisons, le développement des méthodes directes faisant appel à des photodétecteurs ultrarapides et des convertisseurs opto-électroniques est d'un haut intérêt pratique.

Méthode basée sur la mesure de la structure spectrale du signal. — Pour pouvoir distinguer le cas où pendant la période du résonateur est produite une impulsion courte unique et celui où pendant la même période sont émises plusieurs impulsions courtes, on peut appliquer la méthode qui consiste à mesurer la structure des spectres

de fréquences correspondants [124]. Supposons que pendant la période du résonateur soient émises plusieurs impulsions. Dans ce cas, l'image de Fourier du champ de rayonnement (spectre) comportera des *oscillations* déterminées par des intervalles de temps séparant les impulsions. Plus courts sont ces intervalles. plus haute est la fréquence d'oscillations du spectre. Si le rayonnement émis au cours de la période du résonateur ne comporte qu'une impulsion unique, son spectre sera décrit par une fonction lisse (sans oscillations).

La fig. 3.60 montre, aux fins de comparaison, la structure des spectres pour la synchronisation des modes complète (fig. 3.60, *a*) et incomplète (fig. 3.60, *b* et *c*) [124]. Comme il est aisé de le voir, la structure du spectre du signal représentée sur les fig. 3.60, *b* et *c* diffère nettement de celle représentée sur la fig. 3.60, *a*.

§ 3.11. ÉTUDE DE L'AUTOSYNCHRONISATION DES MODES LONGITUDINAUX DANS UN LASER À FILTRE SATURABLE BASÉE SUR LE CONCEPT DE FLUCTUATIONS

Le concept de *fluctuations* appliqué à l'étude de l'autosynchronisation des modes longitudinaux a été développé dans [13, 14, 39, 111, 115].

Description qualitative du mécanisme physique. — En examinant le mécanisme physique de l'autosynchronisation des modes dans un laser dont le résonateur renferme un filtre saturable, il convient de mettre en relief deux facteurs d'importance fondamentale. Le *premier* est que dans l'étape qui précède l'éclaircissement du filtre [1] il se forme un profil du champ de rayonnement contenant de nombreuses fluctuations d'intensité de différentes amplitudes et caractérisé par la présence de la *corrélation périodique* à des instants t et $t + T$, Δ étant la période du résonateur. Ce profil du champ sera appelé profil *initial*. Le processus de sa formation à partir du bruit sera discuté un peu plus tard. Le *second* facteur consiste en ce qu'au cours de son éclaircissement (dans l'étape du développement non linéaire de l'oscillation), le filtre *rétrécit* et *accentue* les fluctuations les plus puissantes tout en *affaiblissant* les fluctuations moins intenses. Il en résulte une modification considérable du profil de champ ; le profil final ne comporte que quelques (ou même un seul) crochets intenses de courte durée. Aux fins de comparaison, la fig. 3.61 montre un certain profil initial $I_{in}(t)$ et un profil final caractéristique $I_f(t)$, les deux étant considérés dans l'intervalle d'une seule période du résonateur T. On voit bien sur cette figure le caractère de variation du profil par suite de l'interaction du rayonnement et du filtre au cours de l'éclaircissement de ce dernier.

[1] Cette étape comprend à son tour l'étape de pompage et l'étape du développement linéaire de l'oscillation.

Examinons de plus près cette action sélective du filtre saturable sur le profil initial de champ. Récrivons la condition (3.7.37) d'auto-amorçage d'oscillation pour un laser à filtre saturable sous la forme suivante :

$$(\varkappa_0 - \eta_{n.l} - \eta_l) > \eta_2. \qquad (3.11.1)$$

Ici, $\varkappa_0$ est le gain initial ; $\eta_{n.l} = (l_a/l)\,\varkappa_{0a}$, le coefficient, multiplié par l_a/l, d'absorption résonnante du filtre non saturé ou, autrement dit, le coefficient de pertes *non linéaires* ; $\eta_l = \eta_l + (l_a/l)\,\eta_{la}$, le

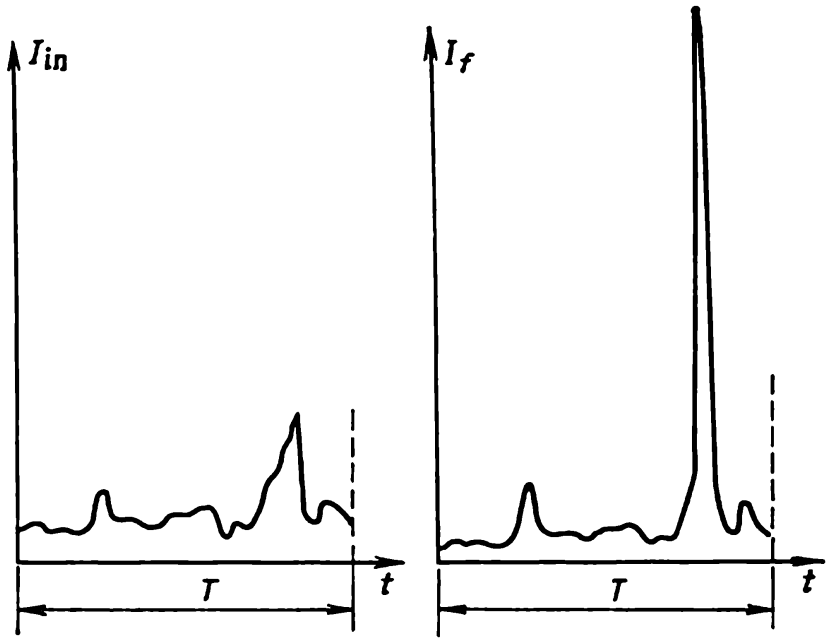


Fig. 3.61

coefficient de pertes nuisibles dans l'élément actif et dans le filtre ou, en d'autres termes, le coefficient de pertes *linéaires* ; η_2, le coefficient de pertes utiles.

Nous supposerons que pour une puissance donnée du pompage la condition (3.11.1) est réalisée et qu'une impulsion suffisamment intense, contenue dans le profil de champ initial, se propage vers le filtre. Si cette impulsion provoque l'éclaircissement du filtre, l'inégalité (3.11.1) sera remplacée par l'inégalité

$$(\varkappa_0 - \eta_l) > \eta_2 \qquad (3.11.2)$$

qui peut être parfaitement satisfaite pour la puissance du pompage. Ceci signifie que pour l'impulsion intense indiquée la condition d'auto-excitation du laser sera satisfaite.

Il est d'une importance fondamentale que la condition d'auto-excitation ne soit satisfaite que pour l'impulsion intense. A cet effet, il est nécessaire que le filtre relaxe assez rapidement ou, autrement

dit, qu'il « se ferme » rapidement après être traversé par l'impulsion intense. Alors, une impulsion plus faible qui suit l'impulsion intense ne pourra pas passer par le filtre (et donc ne sera pas amplifié) [1].

On comprend maintenant le sens de la condition (3.9.15). Pour que le filtre puisse remplir sa fonction sélective (accentuation des impulsions initiales intenses et suppression des impulsions faibles), il doit présenter une *faible inertie*, c'est-à-dire qu'il doit revenir rapidement de l'état saturé à l'état non saturé. Un retard du filtre dans l'état saturé aura pour effet le passage des impulsions plus faibles qui suivent l'impulsion intense et donc leur amplification lors du trajet de l'élément actif.

Lorsque l'inertie du filtre est pratiquement nulle, une impulsion lumineuse *unique* peut se réaliser dans le résonateur et effectuer des parcours aller et retour par réflexions successives sur les miroirs. Son amplitude, croissante au début, décroît ensuite progressivement au fur et à mesure que l'énergie transférée à l'élément actif par l'impulsion de pompage se trouve épuisée. Régulièrement, au bout de chaque intervalle de temps égal à $2L/v$, c'est-à-dire au temps qu'elle met pour effectuer un parcours aller et retour dans le résonateur, cette impulsion s'approche du miroir de sortie du résonateur et est partiellement rayonnée. Il en résulte que le rayonnement émis par le laser se présentera sous forme d'une *série d'impulsions lumineuses* qui se succèdent avec un intervalle de temps égal à $T = 2L/v$ (fig. 3.62, *a*).

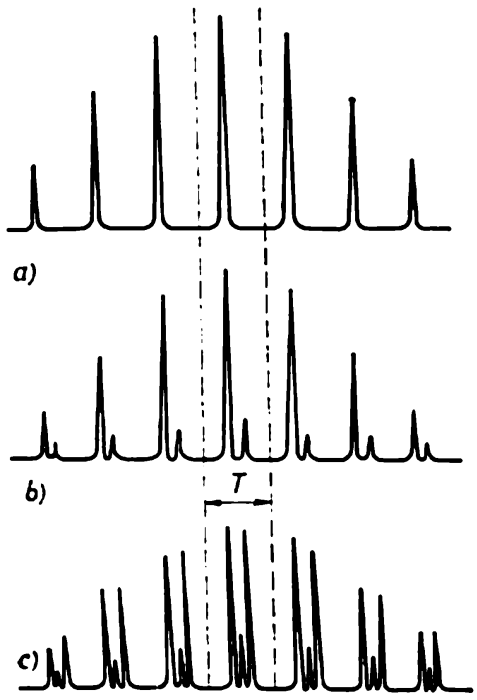


Fig. 3.62

Dans des conditions réelles, la situation idéale que nous venons de décrire peut ne pas se présenter. Premièrement, un filtre réel présente de l'inertie ; il se peut qu'il n'arrive pas à bloquer une impulsion plus faible qui suit immédiatement l'impulsion intense. On aura alors une succession d'impulsions lumineuses montrée sur la fig. 3.62, *b*. Deuxièmement, l'origine de fluctuations du profil de champ initial peut avoir pour effet de produire l'apparition de deux ou d'un plus grand nombre d'impulsions initiales intenses, pratique-

[1] La puissance de cette impulsion faible est supposée insuffisante pour provoquer l'éclaircissement du filtre.

ment identiques, qui seront également accentuées par le filtre. Il en résultera la formation, pendant la période du résonateur, de deux ou plusieurs impulsions courtes de forte intensité au lieu d'une seule (fig. 3.62, *c*). Remarquons que le cas de la fig. 3.62, *a* correspond à la synchronisation complète et ceux des fig. 3.62, *b* et *c* à la synchronisation incomplète des modes.

Sur la description spectrale et temporelle de la synchronisation des modes. — La description de la production d'impulsions lumineuses ultracourtes par un laser à filtre saturable que nous avons donnée ci-dessus peut être appelée *description temporelle*. Dans une telle description, le processus de formation d'une succession d'impulsions ultracourtes est considéré comme un processus régulier (se répétant à un intervalle de temps égal à $T = 2L/v$) d'émission d'une partie de l'énergie concentrée dans un puissant crochet sur le profil de champ, ce crochet étant sélectionné et accentué par le filtre saturable. L'image d'une impulsion puissante qui effectue des parcours aller et retour dans le résonateur peut également être utilisée dans le cas de la synchronisation active des modes. Rappelons que les pertes introduites par le synchroniseur dans le résonateur sont modulées par le signal de commande ; elles varient périodiquement à la fréquence $1/T$. Il est évident que l'impulsion qui effectue des parcours successifs dans le résonateur passera chaque fois par le synchroniseur à un instant où les pertes seront minimales [1].

Outre la description temporelle on utilise également une *description spectrale* du phénomène d'émission d'impulsions lumineuses ultracourtes. Dans la description spectrale, le processus de formation d'une succession d'impulsions est considéré comme un résultat de l'interférence d'un grand nombre de modes dont les fréquences sont équidistantes et les phases sont couplées entre elles (v. § 3.9 ainsi que § 3.1). C'est dans le cadre de la description spectrale qu'on expliquait les premières expériences sur la production d'impulsions lumineuses ultracourtes, ce qui a fait naître le terme « synchronisation des modes » ou encore « couplage ou verrouillage des modes » (*mode locking*). On désigne sous ce terme la mise en *concordance de phase des composantes spectrales*. La description temporelle basée sur le concept d'impulsion effectuant des parcours aller et retour successifs dans le résonateur, qui est séparée du bruit soit spontanément (dans le cas de la synchronisation passive), soit par un synchroniseur (synchronisation active), a été développée un peu plus tard.

Dans le langage spectral, la corrélation périodique à des instants t et $t + T$, qui caractérise le profil de champ initial, correspond à la formation d'une série de modes discrets à fréquences $\omega_k = \omega_0 \pm \pm 2\pi k/T$. Supposons que les phases des modes occupent un intervalle

---

[1] Une description temporelle de la synchronisation active des modes longitudinaux est donnée au § 3.12.

de fréquence $\Delta\omega$ égal à la largeur de la raie amplificatrice. Il n'est pas difficile de s'assurer que si les phases des modes varient linéairement avec le numéro du mode ($\varphi_k = \varphi_0 \pm 2\pi kt/T$), c'est-à-dire si les modes sont synchronisés en phase, une seule impulsion lumineuse de durée

$$\tau \approx 1/\Delta\omega \tag{3.11.3a}$$

sera formée pendant la période du résonateur. Ceci signifie que la description spectrale est équivalente à la description temporelle dans le cas où une seule impulsion lumineuse est émise pendant la période du résonateur, c'est-à-dire dans le cas de la synchronisation *complète* des modes.

Quant à la synchronisation *incomplète* des modes, la description spectrale y devient moins applicable. Le fait est que la formation d'impulsions ultracourtes dans le cas de la synchronisation incomplète n'est assurée que par une partie et non par la totalité du spectre (comme dans le cas de la synchronisation complète). Dans ces conditions, au lieu de (3.11.3a) on a une autre relation

$$\tau > 1/\Delta\omega \text{ ou encore } \tau \approx 1/\Delta\omega_{\text{synchr}}, \quad \text{où } \Delta\omega_{\text{synchr}} < \Delta\omega. \tag{3.11.3b}$$

La description spectrale ne permet pas d'établir si une seule impulsion intense (pendant la période du résonateur) est séparée des fluctuations initiales. On doit donc conclure que c'est la description temporelle qui est *plus complète* et *plus conséquente*. Elle permet d'analyser le mécanisme physique des phénomènes dans les différentes étapes de l'interaction entre le rayonnement et le filtre (aussi bien avant qu'au cours de l'éclaircissement du filtre). Elle permet également d'établir des *conditions de synchronisation complète*, c'est-à-dire les conditions dans lesquelles l'émission, pendant la période du résonateur, d'une seule impulsion lumineuse puissante se produit avec une probabilité suffisamment grande.

Profil initial de champ de rayonnement. — Le profil initial de champ résulte des processus *spontanés*. Etant donné la nature fluctuante de ces processus, l'intensité du rayonnement fluctuera elle aussi et la durée minimale de la fluctuation vers l'instant d'entrée en oscillation pourra s'évaluer par $\tau_{\text{fluct}} \approx 1/\Delta\omega$, où $\Delta\omega$ est la largeur de la raie amplificatrice de l'élément actif.

Il importe de noter que ce tableau de fluctuations se caractérise par certaines relations d'ordre. Ceci tient à ce qu'une certaine partie des photons spontanément émis sera renvoyée par les miroirs dans le milieu actif, ce qui conduira à une amplification à réaction partielle des bruits. Au fur et à mesure que la densité d'inversion de populations s'approchera de sa valeur de seuil, la part de tels photons renvoyés augmentera, si bien que la contribution des bruits amplifiés deviendra supérieure à la contribution apportée par l'émission spontanée directe. Une *corrélation périodique* du champ aura lieu à

des instants de temps séparés par un intervalle de temps égal à la durée d'un parcours aller et retour du rayonnement dans le résonateur (autrement dit, à la période T du résonateur). Ainsi, une structure de modes longitudinaux discrets, séparés l'un de l'autre par une fréquence $\Omega = 2\pi/T$ et occupant un intervalle de fréquence $\Delta\omega$ égal à la largeur de la raie amplificatrice, se forme *avant* même que le laser ait *atteint* son seuil d'oscillation. Dans l'étape du développement *linéaire* de l'oscillation il se produit la sélection naturelle des modes longitudinaux (v. § 3.8) qui conduit à un rétrécissement du spectre; vers l'instant d'éclaircissement du filtre il se forme un spectre de largeur $\Delta\omega_0$ qui est beaucoup plus petite que la largeur initiale $\Delta\omega$.

Supposons que le profil initial de champ soit constitué de m modes longitudinaux équidistants ($m = \Delta\omega_0/\Omega$). Un fait important est que dans cette étape les phases des modes sont indépendantes les unes des autres et sont réparties de façon quelconque. De ce fait, le champ régnant à l'intérieur du résonateur n'est autre qu'un *bruit gaussien*; son intensité I fluctue au cours du temps autour d'une certaine valeur moyenne $\langle I \rangle$ et la probabilité de réalisation de la valeur I se décrit par la formule

$$w(I) = \exp(-I/\langle I \rangle)/\langle I \rangle, \tag{3.11.4}$$

qui découle de la répartition gaussienne pour l'amplitude du champ si l'on tient compte que l'intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude [1].

Désignons par w_ν la probabilité de crochet de fluctuations dont l'intensité est plus de ν fois plus grande que l'intensité moyenne. Cette probabilité peut se déterminer à partir de la relation

$$w_\nu = \int_{\nu\langle I \rangle}^{\infty} w(I)\, dI. \tag{3.11.5}$$

En introduisant (3.11.4) dans (3.11.5), on obtient

$$w_\nu = \exp(-\nu). \tag{3.11.6}$$

La fréquence de répétition des fluctuations d'intensité quelconque étant de l'ordre de grandeur de $\Delta w_0/2\pi$, le crochet de fluctuations d'intensité $I \geqslant \nu\langle I \rangle$ doit apparaître en moyenne pendant un intervalle de temps τ_ν défini par la relation

$$\tau_\nu \approx 2\pi/\Delta\omega_0 w_\nu. \tag{3.11.7}$$

En introduisant (3.11.6) dans (3.11.7), on obtient

$$\tau_\nu \approx (2\pi/\Delta\omega_0)\exp(\nu) \tag{3.11.8}$$

[1] L'application de la répartition gaussienne à la description des processus de fluctuations est analysée en détail par exemple dans [133].

ou encore, compte tenu de (3.9.12),

$$\tau_\nu \approx (T/m) \exp(\nu). \tag{3.11.9}$$

En tenant compte de la périodicité du profil initial de champ, nous concluons que pour la réalisation d'un crochet d'intensité $I \geqslant \nu \langle I \rangle$ il est nécessaire que l'intervalle de temps τ_ν n'excède pas la période T du résonateur:

$$\tau_\nu \lesssim T. \tag{3.11.10}$$

La valeur maximale de ν peut s'évaluer à partir de la condition $\tau_\nu \approx T$ ou, compte tenu de (3.11.9), à partir de la condition $m \approx \exp(\nu)$. Ainsi,

$$\nu \approx \ln m. \tag{3.11.11}$$

Si le profil initial de champ comprend $m \approx 10^3$ modes longitudinaux, il devient possible d'après (3.11.11) l'apparition de crochets de fluctuations dont l'intensité est supérieure d'environ un ordre de grandeur à l'intensité moyenne du rayonnement.

Remarquons que suivant (3.11.9) l'augmentation du nombre de modes m entraîne une diminution de l'intervalle de temps τ_ν et donc une augmentation de la probabilité d'apparition de tels crochets. Il est important que dans ce cas doit augmenter la probabilité d'apparition de *deux* ou d'un *plus grand nombre* de tels crochets pendant la période du résonateur. Ceci signifie que l'augmentation du nombre de modes longitudinaux comporte en plus du côté positif encore un côté négatif; ce dernier est lié à une diminution de la probabilité de l'autosynchronisation complète des modes.

L'apparition d'impulsions courtes de grande puissance dans le profil initial de champ ne saurait bien sûr être interprétée comme effet d'autosynchronisation des modes. Le fait est que la partie principale de l'énergie du rayonnement est concentrée non pas dans les impulsions d'intensité maximale mais dans l'ensemble d'impulsions moyennes. Au cours de l'autosynchronisation des modes (qui s'effectue dans l'étape de l'éclaircissement du filtre saturable) le profil de champ subit une variation substantielle due à une redistribution de l'énergie: les impulsions faibles sont supprimées, alors que les impulsions intenses sont amplifiées (et se rétrécissent), v. fig. 3.61.

Indice de non-linéarité. — Le degré de variation du profil de champ au cours de l'interaction entre le rayonnement et le filtre dans l'étape de l'éclaircissement de ce dernier dépend de la valeur de l'indice p appelé *indice de non-linéarité* et défini par la relation

$$\boxed{p - 1 = \eta_{n.l}/[\varkappa - (\eta_{n.l} + \eta_l)]}. \tag{3.11.12}$$

Comme il en résulte de (3.11.12), l'effet de variation du profil de champ peut être amplifié, premièrement, par augmentation du coefficient de pertes non linéaires $\eta_{n.l}$ et, deuxièmement, par réduction de la différence entre le gain d'amplification et le coefficient de pertes totales $[\varkappa - (\eta_{n.l} + \eta_l)]$. Les deux cas comportent une interprétation physique bien simple. Dans le premier cas, l'action du filtre *au cours d'un seul trajet* du rayonnement à travers le résonateur se renforce; on peut y arriver en augmentant la densité de centres absorbants et la section efficace de l'absorption résonnante. Dans le second cas, c'est le *nombre de parcours* entraînant une variation du profil de champ (autrement dit, de parcours provoquant l'éclaircissement du filtre; nous les appellerons parcours *utiles*) qui augmente. Il est évident que le nombre de tels parcours sera d'autant plus petit que la surélévation du gain d'amplification $\varkappa$ par rapport à la somme des coefficients de pertes $\eta_{n.l} + \eta_l$ sera plus grande; lorsque cette surélévation est suffisamment grande, l'éclaircissement du filtre peut se produire au cours d'un seul trajet. Par conséquent, pour que le nombre de parcours utiles soit suffisamment grand, il est nécessaire de remplir la condition

$$\varkappa \gg (\eta_{n.l} + \eta_l). \tag{3.11.13}$$

Cette condition signifie que le régime de fonctionnement du laser doit être *proche* du régime de seuil.

Pour des lasers à rubis et à néodyme les valeurs du paramètre p sont comprises environ entre 20 et 100 [111].

Transformation du profil de champ par suite de l'interaction du rayonnement avec le filtre dans l'étape de l'éclaircissement. — On montre (v. [111]) que le profil final de champ $I_f(t)$, qui s'établit après l'éclaircissement total du filtre, est lié au profil initial $I_{in}(t)$ par la relation suivante:

$$I_f = \text{const}\,(I_{in})^p. \tag{3.11.14}$$

Si $p = 1$, le profil de champ ne varie pas; pour faire varier le profil il est nécessaire que $p > 1$. Comme il a été dit plus haut, l'augmentation de la différence $(p - 1)$ doit renforcer l'effet de variation du profil du champ de rayonnement.

Suivant (3.11.14) la variation du profil initial de champ lors de l'interaction du rayonnement avec le filtre dans l'étape de l'éclaircissement s'effectue dans deux directions. *Premièrement*, chaque crochet d'intensité dans le profil initial *diminue en durée* (se rétrécit) de $\sqrt{p}$ fois environ. On peut l'illustrer en considérant une impulsion de forme gaussienne:

$$I_{in}(t) = \text{const}\exp\left[-(t - t_0)^2/\tau_{in}^2\right], \tag{3.11.15}$$

où τ_{in} est la durée initiale de l'impulsion. En introduisant (3.11.15) dans (3.11.14), on obtient

$$I_f(t) = \text{const} \exp[-p(t-t_0)^2/\tau_{in}^2] = \\ = \text{const} \exp[-(t-t_0)^2/\tau_f^2]. \qquad (3.11.16)$$

Il en résulte que la durée finale de l'impulsion τ_f est $\sqrt{p}$ fois plus petite que la durée initiale:

$$\tau_f = \tau_{in}/\sqrt{p}. \qquad (3.11.17)$$

Remarquons que dans le langage spectral l'effet de rétrécissement des impulsions signifie l'apparition de nouvelles composantes spectrales [1]. En d'autres termes, la réduction de la durée des crochets d'intensité du rayonnement, mentionnée plus haut, signifie une certaine *augmentation* de la largeur du spectre de fréquences. Cet élargissement du spectre compense le rétrécissement du spectre par sélection naturelle des modes longitudinaux qui se produit dans l'étape du développement linéaire de l'oscillation.

Deuxièmement si, dans le profil initial de champ, deux quelconques des crochets d'intensité se caractérisent par un rapport I'_{in}/I''_{in}, dans le profil final ce rapport devient $(I'_{in}/I''_{in})^p$. Ainsi

$$I'_f/I''_f = (I'_{in}/I''_{in})^p. \qquad (3.11.18)$$

Le résultat (3.11.18) découle de (3.11.14). Il signifie qu'au cours de l'éclaircissement du filtre la différence d'intensité des crochets dans le profil initial de champ se trouve *fortement renforcée* (pour $p \gg 1$). Autrement dit, le filtre accentue réellement les crochets initiaux les plus intenses.

Remarquons que de deux effets indiqués (effet de rétrécissement des crochets et effet d'accentuation des crochets plus intenses) c'est seulement le second qui peut être lié à la mise en concordance des phases des modes longitudinaux. On peut imaginer un modèle du laser dans lequel l'autosynchronisation des modes n'entraîne pas un élargissement du spectre [111]. Rappelons à ce propos la remarque faite plus haut que dans le cas de la synchronisation incomplète le rétrécissement de l'impulsion peut ne pas conduire à l'apparition de nouvelles composantes spectrales.

Sur la possibilité de synchronisation des modes dans le cas de la génération du deuxième harmonique. — En principe, l'autosynchronisation des modes peut s'observer dans tout système qui réalise une transformation *non linéaire*

[1] Cette remarque n'est valable que dans le cas où la relation (3.11.3a) est vérifiée, c'est-à-dire dans le cas de la synchronisation complète des modes. Si la durée de l'impulsion est beaucoup plus grande que l'inverse de la largeur du spectre de fréquences, le rétrécissement de l'impulsion ne conduit pas à l'apparition de nouvelles composantes spectrales.

du champ de rayonnement. En particulier, on peut utiliser la transformation de l'harmonique fondamental du rayonnement en *deuxième harmonique*. Dans ce cas la relation (3.11.14) prend la forme

$$I_{f,\,2\omega} = \text{const}\,(I_{\text{in},\,\omega})^2. \tag{3.11.19}$$

Dans le cas considéré $p = 2$. Les expériences ont montré que l'émission du deuxième harmonique d'un rayonnement de pompage non synchronisé est en réalité partiellement synchronisé. Pour obtenir la synchronisation du rayonnement à la fréquence fondamentale on peut utiliser la *génération du deuxième harmonique à l'intérieur du résonateur* [134]. Cette méthode de synchronisation est basée sur l'existence à l'intérieur du résonateur de deux processus qui se déroulent simultanément : de la duplication de fréquence de l'harmonique fondamental et de la génération de la fréquence différentielle (égale à la différence entre la fréquence du deuxième harmonique et celle de l'harmonique fondamental). Dans ce cas on a

$$I_f = \text{const}\,(I_{\text{in}})^3. \tag{3.11.20}$$

A la différence de (3.11.19), l'indice de non-linéarité a ici une valeur plus élevée: $p = 3$. Signalons aussi que I_{in} et I_f se rapportent dans ce cas à l'harmonique fondamental du rayonnement.

Des valeurs plus élevées (de l'ordre de 10 à 100) du paramètre p ne peuvent s'obtenir qu'à l'aide de filtres saturables. La méthode la plus efficace de réalisation de l'autosynchronisation des modes est donc celle qui consiste à utiliser le phénomène d'éclaircissement du milieu dans des lasers à filtres saturables.

Conditions d'autosynchronisation complète des modes. — Enonçons les conditions dans lesquelles le profil final du champ de rayonnement ne comporte, avec une probabilité suffisamment grande, qu'une seule impulsion de forte intensité produite pendant la période du résonateur. Qualitativement ces conditions découlent de l'analyse qui précède.

Une *première condition* est que le filtre saturable doit présenter une *faible inertie*, c'est-à-dire qu'il doit « se fermer » assez vite tout de suite après le passage de l'impulsion intense.

Une *deuxième condition* exige que la valeur de l'indice de non-linéarité p soit suffisamment grande. Rappelons que dans ce but il faut augmenter le coefficient de pertes non linéaires et faire fonctionner le laser à un régime proche du régime de seuil. Plus grande est la valeur du paramètre p, plus hautes sont les propriétés sélectives du filtre (accentuation des impulsions intenses et suppression des impulsions faibles), et évidemment plus probable est la situation lorsque le profil final de champ ne comporte qu'une seule impulsion par période du résonateur.

Une *troisième condition* consiste en ce que le nombre de modes constituant le rayonnement interagissant avec le filtre ne doit pas être trop grand, sinon la probabilité d'apparition pendant la période du résonateur de *plusieurs* impulsions relativement intenses devient sensiblement plus grande.

En plus de ces conditions principales il y a encore des conditions supplémentaires. C'est ainsi par exemple qu'il convient d'exclure

l'influence due aux effets d'entraînement de fréquence et d'autofocalisation du rayonnement.

Une analyse quantitative des conditions d'autosynchronisation des modes longitudinaux est donnée dans [14]. Les résultats de cette analyse sont illustrés sur la fig. 3.63. Dans un plan (m, p), p étant l'indice de non-linéarité et m le nombre de modes à synchroniser, est tracée une courbe obtenue par calcul qui constitue la frontière entre la région *1* de synchronisation complète et la région *2* de synchronisation incomplète. On voit sur cette figure que la condition de croissance du paramètre p est plus critique que la condition de petitesse relative du nombre m.

§ 3.12. DESCRIPTION TEMPORELLE DE LA SYNCHRONISATION ACTIVE DES MODES LONGITUDINAUX DANS UN LASER À RAIE AMPLIFICATRICE HOMOGÈNE [1]

Enoncé du problème; principales hypothèses. — La synchronisation active des modes longitudinaux dans des lasers à pompage en continu est généralement réalisée à l'aide de modulateur acousto-

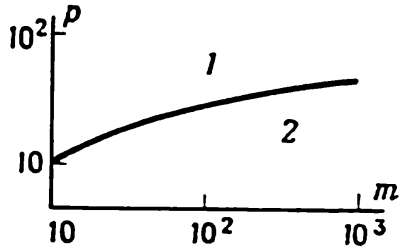


Fig. 3.63

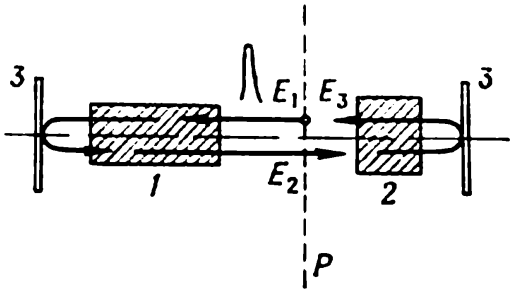


Fig. 3.64

optique [2]. En supposant homogène la raie amplificatrice de l'élément actif, donnons une *description temporelle* d'un tel régime d'oscillation [112, 113, 135, 136].

Nous allons considérer la propagation d'une impulsion lumineuse ultracourte de forme gaussienne à l'intérieur d'un résonateur contenant un modulateur acousto-optique; v. fig. 3.64 (*1*, l'élément actif; *2*, le modulateur acousto-optique; *3*, les miroirs du résonateur). L'impulsion lumineuse chemine, comme il est indiqué par les flèches, à partir d'un plan de référence P. En adoptant certaines hypothèses

[1] Le présent paragraphe est rédigé en collaboration avec V. K. Novokretchenov.

[2] Ici, on entend par modulateur un synchroniseur de modes. Il diffère du modulateur de qualité ou déclencheur (interrupteur acousto-optique) décrit au § 3.5: v. plus loin.

(v. plus loin), on peut calculer les paramètres de l'impulsion après qu'elle a traversé l'élément actif et le modulateur (en tenant compte des pertes). Par paramètres de l'impulsion nous entendons sa durée, sa puissance moyenne et son décalage dans le temps par rapport à l'instant correspondant aux pertes nulles dans le modulateur. Après avoir déterminé la différence de valeurs d'un paramètre quelconque pour l'impulsion *finale* (après un parcours aller et retour) et pour l'impulsion *initiale* et divisé cette différence par le temps du parcours aller et retour, on trouve la dérivée par rapport au temps de ce paramètre [135]. En procédant de cette manière on peut obtenir un système d'équations différentielles qui décrivent le processus d'établissement du régime de synchronisation des modes. L'analyse de ce système permet d'établir les domaines d'*instabilité* de ce régime [136].

La fig. 3.65 montre l'allure de la variation dans le temps des pertes introduites par le modulateur acousto-optique dans le résonateur (courbe $a(t)$) et une série, développée dans le temps, d'impulsions lumineuses ultracourtes émises par le laser (courbe $E(t)$). Rappelons que le rayonnement de sortie du laser sous forme d'une série d'impulsions est formé du fait que l'énergie de l'impulsion intense qui effectue des parcours aller et retour à l'intérieur du résonateur est partiellement émise chaque fois que cette impulsion se réfléchit sur le miroir de sortie. Les désignations adoptées sur la fig. 3.65 signifient : T, la période de répétition des impulsions ou, autrement dit, la période du résonateur (le temps du parcours aller et retour dans le résonateur) ; $2f_m$, la fréquence de modulation des pertes ; f_m, la fréquence de la tension appliquée au modulateur (fréquence du signal de commande) ; $\Delta\tau$, le décalage temporel de l'impulsion par rapport à l'instant de pertes nulles. Lorsque le régime de synchronisation des modes s'établit, $1/2f_m = T$; les conditions d'oscillation optimales sont réalisées pour $\Delta\tau = 0$.

Hypothèses principales : *A*) la largeur spectrale de l'impulsion est beaucoup plus petite que la largeur de la raie amplificatrice (v. fig. 3.66 où $g(\omega)$ est le contour de la raie amplificatrice ; $E_1(\omega)$, l'enveloppe du spectre de l'impulsion à l'entrée de l'élément actif ; $E_2(\omega)$, la même enveloppe à la sortie de l'élément actif) ; *B*) la durée de l'impulsion est beaucoup plus petite que la période de répétition des impulsions ; *C*) les paramètres de l'impulsion varient faiblement pendant le temps de parcours aller et retour dans le résonateur. L'hypothèse (*A*) est importante pour l'analyse de la transformation de l'impulsion dans l'*élément actif* et l'hypothèse (*B*) dans le *modulateur*. Sans ces hypothèses, la forme gaussienne de l'impulsion effectuant des parcours aller et retour successifs dans le résonateur ne serait pas conservée [1]. L'hypothèse (*C*) est nécessaire

[1] Ces hypothèses permettent d'arrêter au deuxième degré le développement en série des fonctions $g(\omega)$ et $a(t)$, en négligeant les termes de degré supérieur, ce qui assure justement la conservation de la forme gaussienne.

pour que le rapport de la différence de valeurs d'un paramètre des impulsions finale et initiale au temps du parcours aller et retour du résonateur soit égal assez exactement à la dérivée par rapport au temps de ce paramètre.

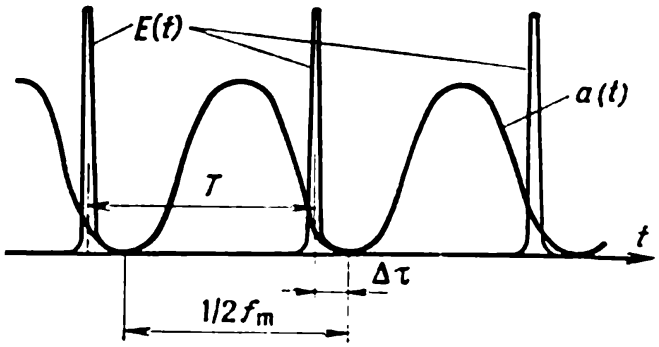


Fig. 3.65

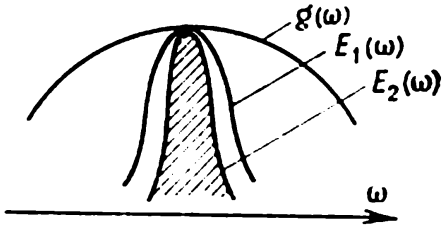


Fig. 3.66

Transformation d'une impulsion lumineuse par suite de son passage à travers l'élément actif et le modulateur. — Représentons de même que dans [112] l'impulsion lumineuse initiale sous la forme

$$E_1(t) = (E_0/2)\exp(-\alpha t^2)\exp(i\omega_p t), \qquad (3.12.1)$$

où ω_p est la fréquence centrale du spectre de l'impulsion, et le paramètre α détermine la durée τ_{imp} de l'impulsion et la largeur Δf_{imp} de son spectre:

$$\tau_{imp} = \sqrt{2\ln 2/\alpha}\,; \quad \Delta f_{imp} = \sqrt{2\alpha\ln 2}/\pi. \qquad (3.12.2)$$

La transformation subie par l'impulsion lors de son passage à travers l'élément actif peut être considérée commodément dans l'espace de fréquences en passant au préalable de la fonction $E_1(t)$ à son image de Fourier:

$$E_1(\omega) = F(E_1(t)] =$$
$$= (E_0/2)\sqrt{\pi/\alpha}\exp[-(\omega-\omega_p)^2/4\alpha] \qquad (3.12.3)$$

(l'opérateur F est celui de la transformation de Fourier). Après le parcours aller et retour à travers l'élément actif, l'impulsion lumineuse (désignons-la par $E_2(t)$) se détermine par la relation

$$E_2(t) = F^{-1}\{g(\omega)\,F[E_1(t)]\}, \qquad (3.12.4)$$

où $g(\omega)$ est le gain en amplitude par chaque parcours aller et retour dans l'élément actif [1]; il a pour expression

$$g(\omega) = \exp\left[g\Big/\left(1 + 2i\,\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega}\right)\right] \tag{3.12.5}$$

(ω_0 est la fréquence centrale du contour de la raie amplificatrice et $\Delta\omega$ la largeur du contour de la raie amplificatrice à demi-hauteur).

Après le parcours aller et retour du modulateur, l'impulsion lumineuse (désignons-la par $E_3(t)$) peut se présenter sous la forme

$$E_3(t) = E_2(t)\, a(t - B), \tag{3.12.6}$$

où $B = 2g/\Delta\omega$ est le temps de retard dans l'élément actif, et la fonction $a(t)$ qui décrit la variation en fonction du temps des pertes introduites par le modulateur a, dans l'hypothèse (B), une forme gaussienne

$$a(t) = \exp\left[-(2\delta_0 + 2\delta_1\omega_m t + 2\delta_2\omega_m^2 t^2)\right]. \tag{3.12.7}$$

Ici, $\omega_m = 2\pi f_m$, et les paramètres δ_3, δ_1, δ_2 s'expriment par l'efficacité de diffraction par traversée β du modulateur (que l'on appelle encore profondeur de modulation des pertes) par la relation

$$\delta_0 = \beta \sin^2\varphi; \quad \delta_1 = \beta \sin 2\varphi; \quad \delta_2 = \beta \cos 2\varphi, \tag{3.12.8}$$

où $\varphi = \pi\Delta\tau/T$. Remarquons que les relations (3.12.8) ne sont valables que si β est petit ($\beta \ll 1$).

Puis, tenons compte du retard de l'impulsion lors de sa propagation dans l'espace libre, d'une part, et des pertes utiles et nuisibles par chaque parcours aller et retour du résonateur, d'autre part. Les pertes peuvent être prises en compte par le choix d'un coefficient de réflexion approprié R du miroir de sortie. On obtient finalement

$$E_4(t) = (1/2)\ln(1/R)\, E_3(t - 2L/c), \tag{3.12.9}$$

où L est le chemin optique du résonateur.

En introduisant (3.12.1) dans (3.12.4), ensuite (3.12.4) dans (3.12.6) et enfin (3.12.6) dans (3.12.9), on peut déterminer la forme de l'impulsion et sa position dans le temps *après le parcours aller et retour tout le long du résonateur*. En divisant la différence de paramètres correspondants de l'impulsion finale (3.12.9) et de l'impulsion initiale (3.12.1) par le temps du parcours du résonateur, on trouve la dérivée par rapport au temps de ces paramètres.

Système d'équations différentielles décrivant le processus d'établissement du régime de synchronisation des modes. — En effectuant la procédure dé-

[1] Soulignons que le gain $g(\omega)$ diffère du gain $\varkappa(\omega)$ utilisé au cours des paragraphes précédents. Ce dernier décrivait l'amplification en intensité et non en amplitude, en outre il se rapportait à l'unité de longueur de l'élément actif.

crite ci-dessus et en utilisant l'équation du bilan pour le gain d'amplification, on peut obtenir le système d'équations différentielles qui suit [136] (1) :

$$\left.\begin{aligned} dK/d\tau &= 2\delta_2 - 2\mu^2 K^2 g\,; \\ d\varphi/d\tau &= \mu g + \Delta - (2\delta_1/K)\,; \\ dI/d\tau &= I\,(4g - 2\ln(1/R) - 8\delta_0)\,; \\ dg/d\tau &= \zeta g_0 - \zeta g\,(I+1). \end{aligned}\right\} \qquad (3.12.10)$$

Ici, $\tau = tf_m$; $K = (2\ln 2/\pi^2)\,(T/\tau_{imp})^2$; g_0 et g sont les valeurs initiale et saturée du gain d'amplification ; $I = P/P_s$, P et P_s étant respectivement la puissance moyenne en régime de synchronisation des modes et le paramètre de saturation du milieu actif (représentant la puissance pour laquelle le gain d'amplification est réduit de moitié) ; $\mu = 4f_m/\Delta f$, $\Delta f = \Delta\omega/2\pi$; $\xi = 1/\tau_s f_m$, $1/\tau_s$ étant la probabilité de relaxation du niveau supérieur de la transition laser ; $\Delta = 2\pi\,[(4Lf_m/c) - 1]$ est le désaccord relatif de la fréquence du signal modulant. L'équation du bilan pour le gain d'amplification mentionnée plus haut est la quatrième équation du système (3.12.10) (cf. la deuxième équation du système (3.2.53)).

En annulant les dérivées figurant dans (3.12.10), on obtient un système d'équations pour le régime *stationnaire* de synchronisation des modes. La fig. 3.67 donne à titre indicatif les paramètres d'un laser YAG : Nd^{3+} à synchronisation des modes de type courant. Ces paramètres sont représentés en fonction du désaccord χ de fréquence du signal modulant défini par la relation

$$\chi = (f_m - f_{m\,opt})/(c/4L - f_{m\,opt}),$$

où

$$f_{m\,opt} = [(4L/c) + \ln(1/R)/\pi\Delta f]^{-1}.$$

L'indice « opt » se rapporte au régime optimal de synchronisation des modes dans lequel l'impulsion lumineuse traverse le modulateur à l'instant où les pertes sont nulles.

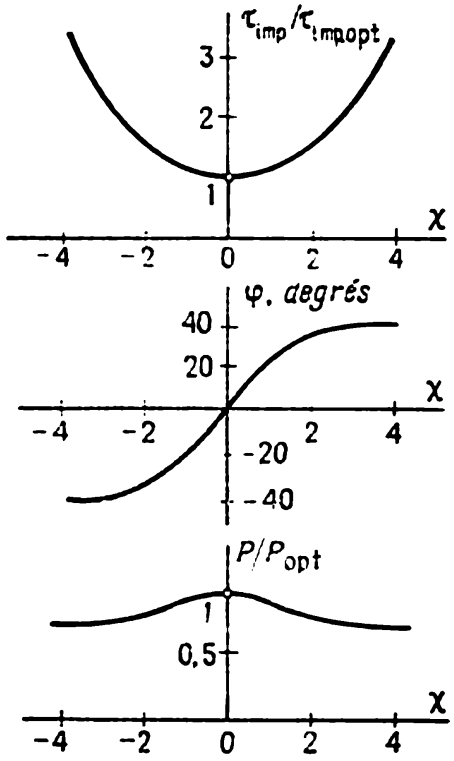


Fig. 3.67

Le système (3.12.10) permet de déterminer les *domaines d'instabilité* du régime de synchronisation des modes par rapport aux petites perturbations par l'étude de la stabilité de sa solution stationnaire (2). L'équation *caractéristique*

---

(1) Signalons qu'une tentative d'obtenir un pareil système d'équations a été faite dans [135]. Mais l'hypothèse adoptée dans [135], où l'amplification de l'élément actif est constante dans le temps, n'étant pas justifiée, le système d'équations obtenu dans [135] ne permet pas, à la différence du système (3.12.10), de décrire correctement les domaines d'instabilité du régime considéré.

(2) Rappelons à ce propos qu'une étude analogue a été effectuée au § 3.7.

du système (3.12.10) se présente sous la forme

$$\begin{vmatrix} -4\delta_2/K-p & -4\delta_1 & -2\delta_2/g & 0 \\ 2\delta_1/K & -4\delta_2/K-p & \mu & 0 \\ 0 & 0 & -\zeta(1+I)-p & -\zeta g \\ 0 & -8I\delta_1 & 4I & -p \end{vmatrix}=0. \quad (3.12.11)$$

Pour mettre en évidence les domaines d'instabilité du régime considéré, il convient de déterminer les régions où la *partie réelle* de l'une au moins des racines de l'équation (3.12.11) est *positive*. Ces racines peuvent être présentées sous la forme $p_{1,2} = x_1 \pm iy_1$. $p_{3,4} = x_2 \pm iy_2$. L'allure de la variation des fonctions $x_1(\chi)$, $x_2(\chi)$, $y_1(\chi)$, $y_2(\chi)$ pour un laser YAG: Nd^{3+} est montrée sur la fig. 3.68. Les domaines de valeurs de χ correspondant aux surfaces hachurées sous

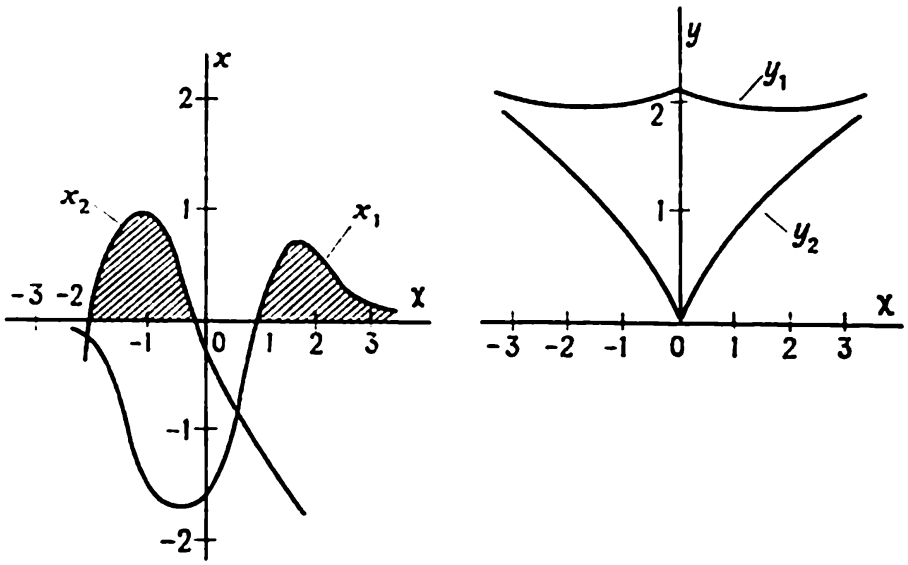


Fig. 3.68

les courbes de $x(\chi)$ sont des domaines d'instabilité du régime de synchronisation des modes. Comme on le voit sur la figure, les valeurs admissibles du désaccord χ (pour lesquelles le régime de synchronisation des modes est stable par rapport aux perturbations) sont bien faibles. Ceci signifie qu'en pratique il est nécessaire de stabiliser rigidement la fréquence du signal modulant et le chemin optique du résonateur ou avoir recours à des systèmes d'accord automatique.

Indiquons des considérations d'ordre qualitatif qui expliquent l'apparition de domaines d'instabilité du régime de synchronisation des modes. Supposons que $f_m > f_{m\,opt}$. Dans ce cas l'augmentation de f_m entraînera une croissance des pertes du fait que les impulsions traverseront le modulateur à des instants de plus en plus éloignés de l'instant où les pertes sont nulles (la valeur de φ augmentera). Il en résultera une diminution de $f_{m\,opt}$ et donc une croissance ultérieure du désaccord et du déphasage φ. On voit que l'augmentation de f_m a pour effet de provoquer une diminution de $f_{m\,opt}$ (tout se passe comme si la fréquence $f_{m\,opt}$ ne restait pas sur place mais « glissait » vers le bas), ce qui augmente efficacement le désaccord. Cet effet correspond à la rétroaction interne *positive* qui conduit à la perte de stabilité du régime de synchronisation des modes. Le rayonnement émis dans ce cas a la forme de picots chaotiques.

Pour $f_m < f_{m\,opt}$, le même mécanisme correspond à la rétroaction *négative*. Il semblerait qu'il devrait stabiliser le fonctionnement du laser. Pourtant on sait (v. [68]) qu'il existe un déphasage entre les petites variations des pertes et celles de l'amplification de l'élément actif. Ce déphasage dépend de la fréquence des variations et varie au voisinage de la fréquence de résonance d'une quantité proche de 180°. Il en résulte qu'aux fréquences voisines des fréquences de résonance, la rétroaction négative devient positive et conduit donc à l'instabilité du régime de synchronisation des modes.

Remarques sur les synchroniseurs de phase (électro-optiques) et d'amplitude (acousto-optiques) des modes. — Historiquement, les premiers synchroniseurs de modes étaient des synchroniseurs *de phase* réalisés à base de cristaux *électro-optiques*. Dans ces synchroniseurs, un champ variable à haute fréquence (voisine de la fréquence de battements intermodes) provoquait une modulation du retard de l'impulsion lumineuse ultracourte lors de son passage à travers le synchroniseur, ce qui correspondait à une modulation de phase de la succession d'impulsions. Actuellement, les synchroniseurs de phase sont à peu près généralement remplacés par des synchroniseurs *acousto-optiques* des modes qui assurent une modulation *en amplitude* des pertes du résonateur à une fréquence voisine de la fréquence des battements intermodes [137].

Les avantages que les synchroniseurs d'amplitude offrent par rapport aux synchroniseurs de phase sont les suivants: leurs pertes sont plus faibles grâce à l'emploi de matériaux optiquement transparents; la fréquence de la tension d'alimentation est deux fois plus basse (grâce à l'utilisation d'une onde ultrasonore *stationnaire*); la commodité d'adaptation dans la chaîne HF et une faible tension d'alimentation (les tensions de commande sont près de 10 V dans les synchroniseurs d'amplitude des modes et près de 100 V dans les synchroniseurs de phase); un échauffement peu sensible; l'absence d'indétermination de phase de la succession d'impulsions. Signalons à propos de la dernière remarque que dans le cas de la synchronisation de phase, des perturbations même minimes peuvent provoquer l'inversion de la phase de la succession d'impulsions par rapport au signal modulant [112].

On sait que lors de la diffraction de la lumière par une onde ultrasonore *progressive*, la puissance ultrasonore apportée étant constante, le flux lumineux traversant ne subit pas de modulation en amplitude. Aussi, à la différence des modulateurs acousto-optiques de qualité de la cavité, utilise-t-on dans les synchroniseurs acousto-optiques des modes une onde ultrasonore *stationnaire* et non progressive. Lors de la diffraction de la lumière par une telle onde, le flux lumineux se trouve modulé en amplitude à une fréquence égale au double de la fréquence du signal modulant.

On utilise dans les synchroniseurs acousto-optiques, de même que dans les modulateurs acousto-optiques de qualité, la diffraction *de Bragg*. Le rapport de l'intensité I_1 de la lumière transmise par le

synchroniseur à l'intensité I_0 de la lumière incidente se présente sous la forme

$$\frac{I_1}{I_0} = \cos^2\left[\frac{\pi}{\lambda}\sqrt{2P_a\frac{l}{H}M_2}\sin(2\pi f_m t)\right]. \qquad (3.12.12)$$

Cette relation rappelle la relation (3.5.8). La différence entre ces relations tient à ce que l'onde ultrasonore utilisée dans ce cas est stationnaire et non progressive.

La vue générale d'un synchroniseur acousto-optique des modes est montrée schématiquement sur la fig. 3.69. On y distingue: *1*, un convertisseur piézo-électrique; *2*, un prisme en quartz fondu; *3*, le mouvement dirigé des impulsions lumineuses. Les faces *a* et *b* du prisme sont parallèles l'une à l'autre (pour obtenir le régime d'onde stationnaire), tandis que les faces *c* et *d* font entre elles un petit angle (pour prévenir la sélection des modes longitudinaux). Le synchroniseur acousto-optique est un élément optique placé à l'intérieur de la cavité résonnante d'un laser YAG: Nd^{3+} pompé en continu. Le gain d'amplification d'un tel laser étant petit, la valeur maximale admissible des pertes optiques dans le synchroniseur, compte tenu des revêtements en matériaux saturables, ne doit pas dépasser 0,5 à 1 %.

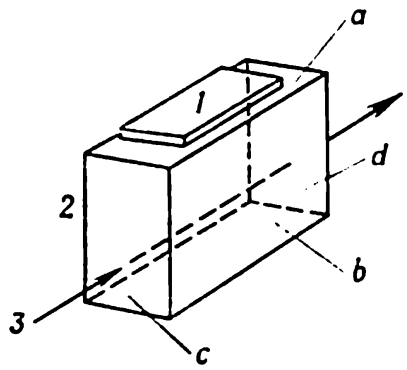


Fig. 3.69

§ 3.13. DYNAMIQUE DES LASERS À POMPAGE EN CONTINU

Le pompage en continu permet le fonctionnement du laser non seulement en régime d'oscillation continue mais également en impulsions, par exemple, en régime de modulation de qualité du résonateur (avec une fréquence de répétition des impulsions lumineuses émises jusqu'à 50 kHz); en régime de « coupure » de l'impulsion (f = 10 à 1000 kHz); en régime de synchronisation des modes (f = = 100 à 500 MHz). La dynamique des processus inhérents au fonctionnement des lasers à pompage continu en régime de modulation de qualité et en régime de coupure de l'impulsion peut être étudiée d'une façon suffisamment complète en partant des équations du bilan moyennées sur la longueur du résonateur (autrement dit, des équations de vitesse).

Equations de vitesse. — Nous utiliserons le système d'équations de vitesse connu sous le nom de système d'équations de Statz et De

Mars (l'interprétation physique de ces équations a été donnée au § 3.2):

$$\left.\begin{aligned} dM/dt &= \hbar\omega BMN - M/T; \\ dN/dt &= (N_0 - N)/T_1 - \beta\hbar\omega BMN. \end{aligned}\right\} \quad (3.13.1)$$

Le terme M/T entrant dans la première équation décrit la vitesse de décroissance, à l'intérieur du résonateur, du nombre de photons à la fréquence d'émission ω. Mettons ce terme sous la forme

$$M/T = (M/T_a)(1 + \psi + F). \quad (3.13.2)$$

Une telle représentation correspond à la subdivision des pertes du résonateur en trois groupes: les pertes *passives* dues à l'absorption du rayonnement sur des transitions autres que celles du laser ainsi qu'à la dispersion du rayonnement à travers la surface frontière latérale du résonateur (terme M/T_a dans (3.13.2)); b) les pertes *de modulation* ou les pertes *commandées*, liées à la modulation de qualité du résonateur (terme $M\psi/T_a$); c) les pertes déterminées par le genre de *charge* du résonateur (terme MF/T_a). Le paramètre T_a est la durée de vie du photon dans le résonateur, déterminée par les pertes passives. Soit t_0 le temps mis par le rayonnement pour effectuer un parcours aller et retour dans le résonateur (c'est-à-dire la période du résonateur); alors le paramètre

$$\varepsilon = t_0/T_a = 2L\eta_1 \quad (3.13.3)$$

détermine la contribution des pertes passives par parcours aller et retour. Les fonctions ψ et F dépendent dans le cas général de la densité d'inversion de populations et de la densité de photons dans le résonateur.

Passons aux grandeurs adimensionnées:
au temps réduit

$$\tau = t/T_a = \varepsilon t/t_0. \quad (3.13.4)$$

à la densité normée d'inversion de populations

$$n = \hbar\omega BT_aN = N/N_{\text{seuil}} \quad (3.13.5)$$

(N_{seuil} est la valeur de seuil de la densité d'inversion de populations pour un résonateur dont les deux miroirs sont à réflexion totale), à la densité normée d'énergie du champ dans le résonateur à la fréquence ω

$$u = \beta\hbar\omega BT_aM. \quad (3.13.6)$$

De plus, introduisons les désignations suivantes:

$$a = T_a/T_1; \quad \Phi = N_0/N_{\text{seuil}}. \quad (3.13.7)$$

En faisant usage des relations (3.13.4) à (3.13.7) et en tenant compte de (3.13.2), mettons le système d'équations (3.13.1) sous la forme

$$\boxed{\begin{gathered} du/d\tau = u(n-1) - u\psi(\tau, n, u) - uF(\tau, n, u); \\ dn/d\tau = a(\Phi - n) - un. \end{gathered}} \qquad (3.13.8)$$

Charges linéaire et non linéaire quadratique du résonateur. — Les pertes dépendant du genre de charge du résonateur se déterminent par le terme uF intervenant dans la première des équations (3.13.8). Si $uF \sim u$, on dit que la charge du résonateur est *linéaire*, si $uF \sim \sim u^2$, cette charge est dite *non linéaire* quadratique.

La charge linéaire est due à la transparence

$$T = 1 - R \qquad (3.13.9)$$

du miroir de sortie du résonateur. La fonction F est donnée dans ce cas par la relation

$$F = \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{(1/2L)\ln(1/R)}{\varepsilon/2L} = \frac{1}{\varepsilon}\ln\frac{1}{R} = \frac{1}{\varepsilon}\ln\frac{1}{1-T}. \qquad (3.13.10)$$

Si la transparence du miroir de sortie est suffisamment petite ($T \ll 1$), la relation (3.13.10) peut se mettre sous la forme

$$F \approx \frac{1}{\varepsilon}\ln(1+T) \approx \frac{T}{\varepsilon} = \frac{1-R}{\varepsilon}. \qquad (3.13.11)$$

Une charge non linéaire quadratique se réalise dans un laser à *génération du deuxième harmonique à l'intérieur du résonateur* (dans un tel laser, le cristal non linéaire dans lequel le rayonnement à la fréquence ω est transformé en rayonnement à la fréquence 2ω est placé à l'intérieur du résonateur). Dans ces conditions, le deuxième harmonique doit sortir librement du résonateur alors que le rayonnement à la fréquence fondamentale doit être confiné dans le résonateur (le miroir de sortie est totalement transparent pour le rayonnement à la fréquence 2ω et totalement réfléchissant pour le rayonnement à la fréquence ω). Dans le cas considéré

$$F = ru, \qquad (3.13.12)$$

où r est le coefficient réduit de couplage non linéaire.

En analysant, sur la base des équations (3.13.8), la dynamique des processus dans un laser à pompage en continu, commençons par examiner le cas général où le genre de charge (la forme de la fonction F) n'est pas concrétisé.

Puissance de sortie moyenne normée. — Supposons que le régime impulsif soit rigoureusement périodique (en d'autres termes, régulier ou établi). Désignons la période des fonctions $n(\tau)$ et $u(\tau)$ par τ_0.

En choisissant des instants τ_{in} et τ_f, séparés par un intervalle de temps τ_0, on peut écrire

$$n(\tau_f) = n(\tau_{in}); \quad u(\tau_f) = u(\tau_{in}) \tag{3.13.13}$$

et, comme corollaire,

$$\int_{\tau_{in}}^{\tau_f} \frac{dn}{d\tau} d\tau = 0; \quad \int_{\tau_{in}}^{\tau_f} \frac{d \ln n}{d\tau} d\tau = 0;$$

$$\int_{\tau_{in}}^{\tau_f} \frac{du}{d\tau} d\tau = 0. \tag{3.13.14}$$

La valeur moyenne de la puissance normée du rayonnement de sortie se définit par la relation

$$\langle P \rangle = \frac{1}{\tau_0} \int_{\tau_{in}}^{\tau_f} uF(\tau, n, u)\, d\tau \tag{3.13.15}$$

ou encore, compte tenu de la première équation (3.13.8) ainsi que de (3.13.14), par l'expression

$$\langle P \rangle = \frac{1}{\tau_0} \int_{\tau_{in}}^{\tau_f} (un - u - u\psi)\, d\tau. \tag{3.13.16}$$

En faisant usage de la deuxième équation (3.13.8) et en tenant compte de (3.13.14), on obtient

$$\int_{\tau_{in}}^{\tau_f} u\, d\tau = a \int_{\tau_{in}}^{\tau_f} \left(\frac{\Phi}{n} - 1 \right) d\tau; \tag{3.13.17a}$$

$$\int_{\tau_{in}}^{\tau_f} un\, d\tau = a \int_{\tau_{in}}^{\tau_f} (\Phi - n)\, d\tau. \tag{3.13.17b}$$

En introduisant (3.13.17) dans (3.13.16), on trouve

$$\boxed{\langle P \rangle = \frac{a}{\tau_0} \int_{\tau_{in}}^{\tau_f} \left(\Phi - \frac{\Phi}{n} - n + 1 \right) d\tau - \frac{1}{\tau_0} \int_{\tau_{in}}^{\tau_f} u\psi\, d\tau}. \tag{3.13.18}$$

Pour trouver la valeur *maximale* $\langle P \rangle_{max}$ de la puissance moyenne du rayonnement de sortie, excluons les pertes par modulation (posons

$\psi = 0$) et déterminons la valeur de n pour laquelle la fonction dérivée $\Phi - \Phi/n - n + 1$ s'annule. Cette valeur cherchée $n = n_{opt}$ s'exprime par

$$n_{opt} = \sqrt{\Phi} \tag{3.13.19}$$

et donc

$$\langle P \rangle_{max} = a(\sqrt{\Phi} - 1)^2. \tag{3.13.20}$$

De ce qui précède on peut conclure que la puissance moyenne du rayonnement atteint sa valeur maximale en régime stationnaire; dans ce cas le genre de charge du résonateur est sans importance.

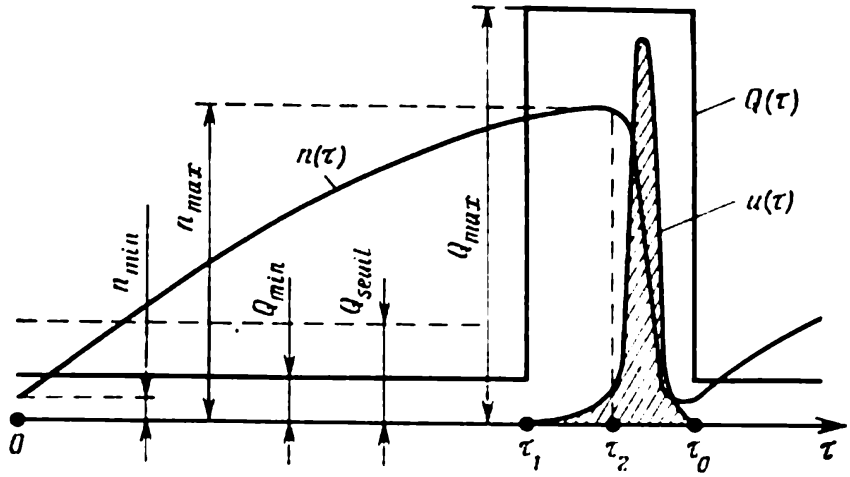


Fig. 3.70

Pour les régimes impulsifs d'un laser à pompage continu, la relation (3.13.19) peut servir de critère de proximité du régime de fonctionnement optimal.

Régime de modulation périodique de qualité (avec déclenchement instantané de qualité) [59]. — Ce régime est illustré par la fig. 3.70 qui représente les fonctions $Q(\tau)$, $n(\tau)$ et $u(\tau)$ pour un cycle de durée τ_0. Si le laser émet une série d'impulsions lumineuses se succédant à la fréquence f, alors $\tau_0 = 1/fT_a$. Au commencement du cycle, la valeur du coefficient de surtension du résonateur est inférieure à celle de seuil : $Q_{min} < Q_{seuil}$. Le laser n'oscille pas, alors que le pompage continu fait croître la fonction $n(\tau)$ à partir de sa valeur initiale $n(0) = n_{min}$. Si le coefficient de surtension restait tout le temps inférieur à sa valeur de seuil, la fonction n croissante tendrait asymptotiquement vers sa valeur limite égale à Φ. Or, à un certain instant τ_1, la qualité du résonateur subit une brusque augmentation et devient considérablement plus grande que sa valeur

de seuil. Nous supposerons pour simplifier que le coefficient de surtension varie d'une manière instantanée; ainsi

$$\psi(\tau) = \begin{cases} \psi_0 = \text{const} & \text{pour} \quad 0 < \tau < \tau_1; \\ 0 & \text{pour} \quad \tau_1 < \tau < \tau_0. \end{cases} \tag{3.13.21}$$

L'instant τ_1 est celui où commence la production d'une impulsion lumineuse qui passe par une *étape du développement* caractérisée par une croissance peu notable du champ u à partir du bruit; désignons la durée de cette étape par $\tau_{\text{dév}}$. Sur la fig. 3.70, $\tau_{\text{dév}} = \tau_2 - \tau_1$; l'instant τ_2 sera déterminé par le maximum de la fonction $n(\tau)$. L'étape du développement est suivie de l'*étape de la génération proprement dite* au cours de laquelle est émise une impulsion de durée τ_{imp}. Dans cette étape, la fonction $n(\tau)$ décroît brusquement de sa valeur maximale $n = n_{\max}$ jusqu'à sa valeur initiale $n_{\min}$.

Les valeurs typiques caractérisant ce régime de fonctionnement à $f = 10$ kHz sont: $\tau_{\text{dév}} T_a \approx 10^{-6}$ à 10^{-7} s, $\tau_{\text{imp}} T_a = 10^{-7}$ s, $\tau_0 T_a = 10^{-4}$ s. Remarquons que dans le cas du pompage par impulsions la durée de l'étape du développement est à peu près la même qu'avec le pompage en continu, alors que la durée de l'impulsion est nettement plus petite ($\tau_{\text{imp}} T_a \approx 10^{-8}$ s).

Avant l'entrée en oscillation, c'est-à-dire pendant l'intervalle de temps de zéro à τ_1, la fonction $n(\tau)$ se définit par l'équation

$$dn/d\tau = a(\Phi - n), \tag{3.13.22}$$

qui découle de (3.13.8) pour $u = 0$. Cette équation est en fait valable pour l'intervalle de temps de zéro à τ_2. Sa solution est de la forme

$$n(\tau) = \Phi - (\Phi - n_{\min}) e^{-a\tau}. \tag{3.13.23}$$

La valeur maximale $n = n_{\max}$ est atteinte pour $\tau = \tau_2$. On peut admettre que d'une manière approchée elle est égale à la valeur de n donnée par (3.13.23) pour $\tau = \tau_0$:

$$n_{\max} = \Phi - (\Phi - n_{\min}) e^{-a\tau_0}. \tag{3.13.24}$$

Dans l'intervalle de temps de τ_2 à τ_0, la fonction $n(\tau)$ se définit par l'équation

$$dn/d\tau = -un. \tag{3.13.25}$$

Cette équation s'obtient à partir de (3.13.8) si l'on néglige, dans l'étape relativement courte de l'émission de l'impulsion, tant l'action du pompage que celle de la relaxation des niveaux des transitions laser, c'est-à-dire si l'on peut poser $a(\Phi - n) \ll un$. La solution de

l'équation (3.13.25), satisfaisant à la condition $n(\tau_2) = n_{max}$, se présente sous la forme

$$n(\tau) = n_{max} \exp\left[-\int_{\tau_2}^{\tau} u(\tau)\, dt\right]. \qquad (3.13.26)$$

Dans l'étape de $\tau = 0$ à $\tau = \tau_2$, la fonction $u(\tau)$ est voisine de zéro ; l'expression (3.13.26) peut donc se mettre de façon approchée sous la forme

$$n(\tau) = n_{max} \exp\left[-\int_{0}^{\tau} u(\tau)\, d\tau\right]. \qquad (3.13.27)$$

Puisque pour $\tau = \tau_0$ la fonction $n(\tau)$ doit reprendre sa valeur initiale n_{min}, on peut écrire

$$n_{max} \exp\left[-\int_{0}^{\tau_0} u(\tau)\, d\tau\right] = n_{min}. \qquad (3.13.28)$$

En notant

$$e^{-a\tau_0} = A; \quad \exp\left[-\int_{0}^{\tau_0} u(\tau)\, d\tau\right] = B. \qquad (3.13.29)$$

récrivons (3.13.24) et (3.13.28) sous la forme

$$n_{max} = \Phi - (\Phi - n_{min})\, A\,; \quad n_{min} = n_{max} B. \qquad (3.13.30)$$

On en tire

$$n_{min} = (1 - A)\, B\Phi/(1 - AB)\,; \qquad (3.13.31a)$$

$$n_{max} = (1 - A)\, \Phi/(1 - AB). \qquad (3.13.31b)$$

En utilisant (3.13.16), où $\tau_{in} = 0$, $\tau_f = \tau_0$, écrivons l'expression pour l'énergie de l'impulsion de sortie

$$E_{imp} = \langle P \rangle \tau_0 = \int_{0}^{\tau_0} u(n - 1)\, d\tau - C, \qquad (3.13.32)$$

où

$$C = \int_{0}^{\tau_0} u\psi\, d\tau. \qquad (3.13.33)$$

En régime de modulation de qualité, à condition de son déclenchement instantané, on peut poser

$$C = 0 \tag{3.13.34}$$

puisque pour $0 < \tau < \tau_1$ on a $u = 0$ et pour $\tau_1 < \tau < \tau_0$ on a $\psi = 0$.

Compte tenu de (3.13.25), écrivons

$$\int_0^{\tau_0} un\, d\tau \approx -\int_{\tau_2}^{\tau_0} \frac{dn}{d\tau} d\tau = n(\tau_2) - n(\tau_0) = n_{\max} - n_{\min}. \tag{3.13.35}$$

En utilisant (3.13.29), (3.13.31), (3.13.34) et (3.13.35), récrivons (3.13.32) sous la forme

$$\boxed{E_{\text{imp}} = (1-A)(1-B)\Phi/(1-AB) + \ln B}. \tag{3.13.36}$$

Il n'est pas difficile de s'assurer que la fonction $E_{\text{imp}}(B)$ passe par le maximum pour

$$B = \frac{1}{A}\left(\sqrt{1+\Phi\frac{D^2}{4}} - D\frac{\sqrt{\Phi}}{2}\right)^2 \equiv B_0, \tag{3.13.37}$$

où $D = \frac{1}{\sqrt{A}} - \sqrt{A}$. En se servant de (3.13.31) et (3.13.37) on trouve

$$\boxed{n_{\max} n_{\min} = \Phi}. \tag{3.13.38}$$

C'est cette relation qui exprime la *condition de régime optimal* d'oscillation.

Supposons que la fréquence de répétition des impulsions soit *suffisamment élevée*:

$$f \gg a \quad \text{ou, en d'autres termes,} \quad a\tau_0 \ll 1. \tag{3.13.39}$$

Dans ce cas $A \approx 1 - a\tau_0$, $D \approx a\tau_0$ et donc

$$B_0 \approx (1 + a\tau_0)(1 - a\tau_0\sqrt{\Phi}/2)^2 \approx 1 - a\tau_0(\sqrt{\Phi} - 1).$$

Ainsi,

$$B_0 \approx 1 - \left(\sqrt{\Phi} - 1\right)\frac{a'}{f}, \tag{3.13.40}$$

où $a' = a/T_a$. En introduisant (3.13.40) dans (3.13.36) et en posant $A = 1 - a'/f$, on trouve

$$E_{\max} = (\sqrt{\Phi} - 1)^2 a'/f. \tag{3.13.41}$$

Il en résulte que la valeur maximale de la puissance moyenne du rayonnement de sortie a pour expression

$$\langle P \rangle_{\max} = E_{\max} f T_a = a (\sqrt{\Phi} - 1)^2. \qquad (3.13.42)$$

Le résultat (3.13.42) coïncide avec le résultat (3.13.20) obtenu pour le régime d'oscillation continue. Ainsi, lorsque les fréquences de répétition des impulsions sont suffisamment élevées (par exemple pour un laser à grenat dopé au néodyme ces fréquences ne doivent pas être inférieures à 5 kHz), la puissance moyenne du rayonnement d'un laser fonctionnant en impulsions avec modulation de qualité est pratiquement égale à la puissance que le même laser peut développer en régime continu.

En introduisant (3.13.40) dans (3.13.31) et en posant $A = 1 - a'/f$, on trouve

$$n_{\min} = B_0 \sqrt{\Phi} = \sqrt{\Phi} \left[1 - (\sqrt{\Phi} - 1) \frac{a'}{f} \right]; \qquad (3.13.43a)$$

$$n_{\max} = \sqrt{\Phi}. \qquad (3.13.43b)$$

Lorsque f augmente, $B_0 \to 1$ et donc

$$n_{\max} = n_{\min} = \sqrt{\Phi}, \qquad (3.13.44)$$

ce qui correspond à la valeur optimale de l'inversion de populations pour le fonctionnement en continu; v. (3.13.19).

Condition de stabilité du régime de modulation périodique de qualité [138, 139]. — En passant à l'étude de la stabilité du régime considéré, supposons que la variation de la densité d'inversion de populations obéisse à une certaine loi

$$n(\tau_0) = \varphi(n(0)). \qquad (3.13.45)$$

Si

$$dn(\tau_0)/dn(0) < 1, \qquad (3.13.46)$$

le régime est *stable*. Soit $\Delta n(0)$ une certaine variation de la valeur initiale de l'inversion de populations qui entraîne une variation $\Delta n(\tau_0)$ de sa valeur finale; le régime est stable si $\Delta n(\tau_0) < \Delta n(0)$. Si

$$dn(\tau_0)/dn(0) > 1, \qquad (3.13.47)$$

le régime est *instable*. L'instabilité du régime signifie dans le cas général une variation chaotique, d'une impulsion à l'autre, de l'amplitude et de la durée de l'impulsion ainsi que du temps de son développement, ce qui conduit en dernier ressort à l'instabilité de la puissance moyenne du rayonnement de sortie. En régime instable, la structure des modes et le spectre de rayonnement sont en règle générale eux aussi instables.

Récrivons (3.13.46) sous la forme

$$\left[\frac{dn(\tau_0)}{dn(0)} = \frac{dn(\tau_0)}{dn(\tau_2)} \frac{dn(\tau_2)}{dn(0)} \right] < 1. \qquad (3.13.48)$$

A partir de (3.13.30) on obtient (sans poser maintenant $n(0) = n(\tau_0) = n_{min}$)

$$n(\tau_2) = \Phi - [\Phi - n(0)]A\,; \quad n(\tau_0) = n(\tau_2)\,B. \qquad (3.13.49)$$

On en tire

$$dn(\tau_0)/dn(\tau_2) = B\,; \quad dn(\tau_2)/dn(0) = A. \qquad (3.13.50)$$

En introduisant (3.13.50) dans (3.13.48), on obtient la condition de stabilité du régime d'oscillation sous la forme suivante:

$$AB < 1. \qquad (3.13.51)$$

Charge linéaire en régime de modulation de qualité. — Analysons le cas de la charge linéaire (charge déterminée par la transparence T du miroir de sortie du résonateur). En faisant usage de (3.13.11) et en tenant compte de (3.13.21), récrivons le système (3.13.8) pour l'intervalle de temps $\tau_1 < \tau < \tau_0$ sous la forme

$$\boxed{\begin{aligned} du/d\tau &= u(n - 1 - T/\varepsilon); \\ dn/d\tau &= -un. \end{aligned}} \qquad (3.13.52)$$

Pour $0 < \tau < \tau_1$ nous poserons $u = 0$.

Remarquons que le temps de développement de l'impulsion lumineuse et sa durée dépendent de la surélévation de la valeur maximale d'inversion $n_{max} \approx n(\tau_1)$ par rapport à sa valeur de seuil $n_{seuil} = 1 + T/\varepsilon$. Il est clair à partir des considérations générales que pour $n_{max} \gg n_{seuil}$, l'impulsion se développe rapidement et *arrive à être émise complètement* pendant l'intervalle de temps de τ_1 à τ_2. Ce cas se présente dans le domaine des valeurs relativement peu élevées des fréquences de répétition f des impulsions (des longues périodes de modulations τ_0). Pour $n_{max} \gtrsim n_{seuil}$ l'impulsion se développe de façon relativement lente et donc peut *ne pas arriver* à être émise complètement pendant l'intervalle de temps $\tau_0 - \tau_1$, de sorte que vers l'instant τ_0, où le coefficient de surtension décroît de nouveau, il reste dans le résonateur une énergie « non émise » du champ $u(\tau_0)$.

En portant la deuxième des équations (3.13.52) dans la première, on obtient

$$\frac{dn}{d\tau} = -\left(1 + \frac{T}{\varepsilon}\right) u - \frac{du}{d\tau}. \qquad (3.13.53)$$

Intégrons cette dernière équation de τ_1 à τ_2. Il vient

$$n(\tau_0) - n(\tau_1) = -\left(1 + \frac{T}{\varepsilon}\right) \int_{\tau_1}^{\tau_0} u\,d\tau - [u(\tau_0) - u(\tau_1)]. \qquad (3.13.54)$$

Vu que pour $0 < \tau < \tau_1$ $u = 0$, récrivons (3.13.54), compte tenu de (3.13.29), sous la forme

$$n(\tau_1) - n(\tau_0) = -\left(1 + \frac{T}{\varepsilon}\right) \ln B + u(\tau_0) \qquad (3.13.55)$$

(pour plus de généralité, nous posons ici $u(\tau_0) \neq 0$). Puis, tenons compte que $B = n_{min}/n_{max}$. Ainsi,

$$n_{max} - n_{min} = (1 + T/\varepsilon) \ln (n_{max}/n_{min}) + u(\tau_0). \qquad (3.13.56)$$

Cette relation établit la liaison entre n_{min} et n_{max} obtenue par examen de l'étape de τ_1 à τ_0. En considérant l'étape de $\tau = 0$ à τ_1, on obtient encore une relation qui relie entre eux n_{min} et n_{max} (v. (3.13.24)):

$$n_{min} = [n_{max} - (1 - A)\Phi]/A. \qquad (3.13.57)$$

La fig. 3.71 montre l'allure de la variation de n_{min} en fonction de n_{max}, déterminée par les relations (3.13.57) (droites *1* et *2*)

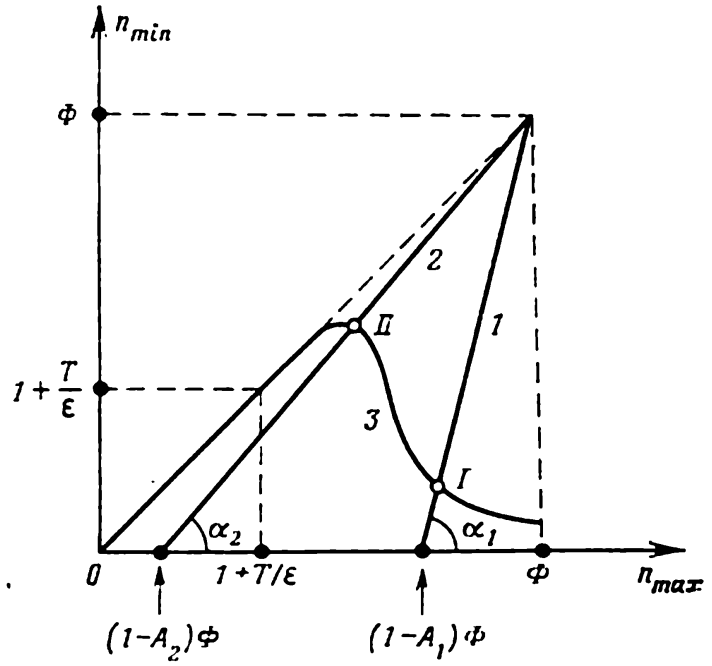


Fig. 3.71

et (3.13.56) (courbe *3*). Les droites *1* et *2* correspondent à des valeurs différentes de la fréquence de répétition des impulsions: f_1 et f_2 (rappelons que $A = e^{-\alpha'/f}$), de plus $f_1 < f_2$. Signalons que $\operatorname{tg} \alpha_1 = 1/A_1$, $\operatorname{tg} \alpha_2 = 1/A_2$ (α_1 et α_2 sont les angles d'inclinaison des droites *1* et *2* respectivement). L'intersection de la droite *1* et de la courbe *3* détermine un point *I* et l'intersection de la droite *2* et de la courbe *3* donne un point *II*. Ces points correspondent au régime d'oscillation établi pour $f = f_1$ et $f = f_2$ respectivement. Au point *I*

(basse fréquence de répétition des impulsions), $n_{min}/n_{max} < 1/A_1$ et, en vertu de (3.13.51), le régime d'oscillation est stable. Au point *II* (fortes valeurs de f), $n_{min}/n_{max} > 1/A_2$, le régime d'oscillation est donc instable.

L'instabilité du régime pour de fortes valeurs de f s'explique par une émission *incomplète* de l'impulsion. Lorsque les fréquences de répétition des impulsions sont élevées (c'est-à-dire lorsque τ_0 sont petits), l'inversion de populations n'arrive pas à croître pendant le temps τ_1 jusqu'à une valeur très supérieure à n_{seuil} ; il en résulte que le temps de développement de l'impulsion peut se trouver voisin de $\tau_0 - \tau_1$ et même excéder cet intervalle de temps. Dans un tel cas, le résonateur conserve vers l'instant τ_0 un champ lumineux résiduel et son coefficient de surtension a une valeur considérable.

Charge non linéaire quadratique en régime de modulation de qualité [59, 68, 139]. — Considérons maintenant le régime périodique de modulation de qualité dans un laser à pompage en continu à génération du deuxième harmonique à l'intérieur du résonateur (GDHIR). Supposons que le résonateur soit bloqué pour le rayonnement à la fréquence fondamentale alors que le rayonnement à la fréquence du deuxième harmonique sort librement du résonateur. En utilisant (3.13.12) et en tenant compte de (3.13.21), écrivons le système (3.13.8) dans l'intervalle $\tau_1 < \tau < \tau_0$ sous la forme

$$\boxed{\begin{aligned} du/d\tau &= u(n-1) - ru^2; \\ dn/d\tau &= -un. \end{aligned}} \qquad (3.13.58)$$

Dans ce cas $n_{seuil} = 1$ (puisqu'à la fréquence fondamentale $T = 0$). L'expression (3.13.58) donne

$$du/dn = (1 + ru - n)/n. \qquad (3.13.59)$$

La solution de l'équation (3.15.59) se présente sous la forme

$$u = mn^r - \alpha n - \beta, \qquad (3.13.60)$$

où

$$m = \frac{1}{[n(\tau_1)]^r}\left[\frac{n(\tau_1)}{1-r} + \frac{1}{r}\right]; \quad \alpha = \frac{1}{1-r}; \quad \beta = \frac{1}{r}. \qquad (3.13.61)$$

La fonction $u(n)$ passe par le maximum pour

$$n = \left(\frac{mr}{\alpha}\right)^{1/(1-r)} \equiv n_0. \qquad (3.13.62)$$

Sa valeur maximale est

$$u_{max} = (n_0 - 1)/r. \qquad (3.13.63)$$

En posant $u = 0$ dans (3.13.60), on obtient l'équation pour la détermination de $n_{\min}$:

$$m\,(n_{\min})^r - \alpha n_{\min} - \beta = 0. \qquad (3.13.64)$$

Si $n\,(\tau_1) > 1$, la solution de cette équation est comprise dans l'intervalle

$$(r-1)/r < n_{\min} < 1. \qquad (3.13.65)$$

Lorsque le coefficient de couplage non linéaire r augmente, l'inversion de populations tend vers l'unité. Calculons l'énergie de l'impulsion de sortie pour $r \gg 1$, en utilisant à cet effet les relations (3.13.36) et (3.13.30) en y posant $n_{\min} = 1$. Il vient

$$E_{\text{imp}} = (\Phi - 1)\,(1 - A) - \ln\,[1 + (\Phi - 1)\,(1 - A)]. \qquad (3.13.66)$$

En faisant usage de (3.13.66), on peut trouver la puissance moyenne émise à la fréquence du deuxième harmonique $\langle P \rangle = E_{\text{imp}} f T_a$.

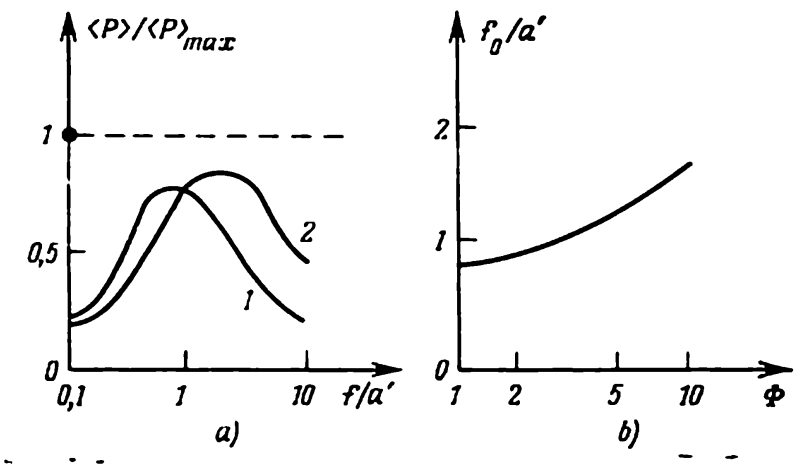


Fig. 3.72

L'allure de la variation de $\langle P \rangle / \langle P \rangle_{\max}$ en fonction de f/a', la puissance $\langle P \rangle_{\max}$, étant déterminée par la relation (3.13.42), est montrée sur la fig. 3.72, *a* [139]. La courbe *1* a été obtenue pour $\Phi = 1{,}5$, et la courbe *2*, pour $\Phi = 10$. La droite en traits interrompus correspond au régime optimal. On voit qu'une GDHIR efficace (en régime proche du régime optimal) n'est possible que dans un petit intervalle de fréquence f au voisinage de a'. La fréquence optimale $f = f_0$ pour laquelle la puissance du deuxième harmonique est maximale, peut être trouvée si l'on annule la dérivée de la fonction $\langle P \rangle\,(f)$. La courbe traduisant la variation de f_0/a' en fonction de Φ est montrée sur la fig. 3.72, *b*.

Soulignons que, comme le montre la fig. 3.72, le régime de GDHIR ne peut s'approcher du régime optimal que lorsque les fréquences

de répétition des impulsions sont relativement basses. Pour de fortes valeurs de f, l'efficacité de la GDHIR accuse une baisse considérable.

Ceci est facile à saisir si l'on examine la génération du deuxième harmonique dans un cristal non linéaire placé à l'extérieur du résonateur d'un laser à pompage continu fonctionnant en modulation de qualité. Pour de faibles f (inférieures à une certaine valeur f_1) la puissance P^{ω}_{imp} de l'impulsion émise à la fréquence fondamentale est partiquement constante, alors que la puissance moyenne $\langle P^{\omega} \rangle$ croît linéairement lorsque f augmente. Dans le domaine des $f > f_1$, l'augmentation de la fréquence de répétition des impulsions conduit à la diminution de P^{ω}_{imp} et à une croissance plus lente de $\langle P^{\omega} \rangle$. Pour des valeurs suffisamment grandes de f, la puissance moyenne du rayonnement à la fréquence fondamentale devient pratiquement constante et égale à la puissance du laser en régime continu. Quant à l'énergie de l'impulsion, elle continue à diminuer, de même que la puissance impulsionnelle, lorsque la fréquence f augmente.

La puissance de l'impulsion du deuxième harmonique $P^{2\omega}_{\text{imp}}$ se comporte, lorsque f augmente, de même que la puissance impulsionnelle à la fréquence fondamentale: pour $f < f_1$ elle est constante et ensuite baisse. Il importe de noter qu'en vertu du caractère quadratique de la transformation, cette chute est plus rapide que pour le rayonnement à la fréquence fondamentale. C'est pour cette raison que pour $f > f_1$ la puissance moyenne du deuxième harmonique $\langle P^{2\omega} \rangle$ commence à diminuer lorsque f augmente.

Les courbes traduisant toutes ces variations dans le cas de la génération du deuxième harmonique en dehors de la cavité laser sont montrées sur la fig. 3.73. On y voit que le maximum de la fonction $\langle P^{2\omega} \rangle (f)$ se situe dans le domaine de valeurs de f voisines de f_1. Un tel maximum s'observe également en régime GDHIR.

En dérivant $n_{\min}$ intervenant dans (3.13.64) par rapport à $n_{\max} = n(\tau_1)$, on trouve

$$|dn_{\min}/dn_{\max}| < 1 \qquad (3.13.67)$$

et donc le régime GDHIR considéré est stable. Ce régime correspond à l'achèvement de l'émission de la totalité de l'impulsion car l'équation (3.13.64) est obtenue pour $u(0) = u(\tau_0) = 0$.

Supposons que $n_{\max} > 1$ et donc l'impulsion n'arrive pas à être émise totalement pendant le temps $\tau_0 - \tau_1$. Dans ce cas, au lieu de l'équation (3.13.64) on obtient à partir de (3.13.60) l'équation suivante pour la détermination de $n_{\min}$:

$$m(n_{\min})^r + \alpha n_{\min} - \beta = u(\tau_0). \qquad (3.13.68)$$

Ce cas est représenté par les courbes de la fig. 3.74 construites de la même manière que les courbes de la fig. 3.71. A la différence de la fig. 3.71 on n'a pris ici qu'une seule valeur de la fréquence de répétition des impulsions. Cette valeur est suffisamment grande pour que l'impulsion n'arrive pas à être émise totalement. Les courbes *1*, *2*, *3* de la fig. 3.74 traduisent la variation de $n_{\min}$ en fonction de $n_{\max}$, définie par l'équation (3.13.68), pour différentes valeurs du para-

mètre r. La courbe *1* est obtenue pour $r = 0$, la courbe *2* pour $r = r_1$ et la courbe *3* pour $r = r_2$, tels que $r_1 < r_2$. A trois points d'intersection (*I*, *II*, *III* sur la figure) correspondent trois régimes d'oscillation. On voit qu'au fur et à mesure que r augmente, la pente de la tangente menée en point d'intersection à la courbe correspondante

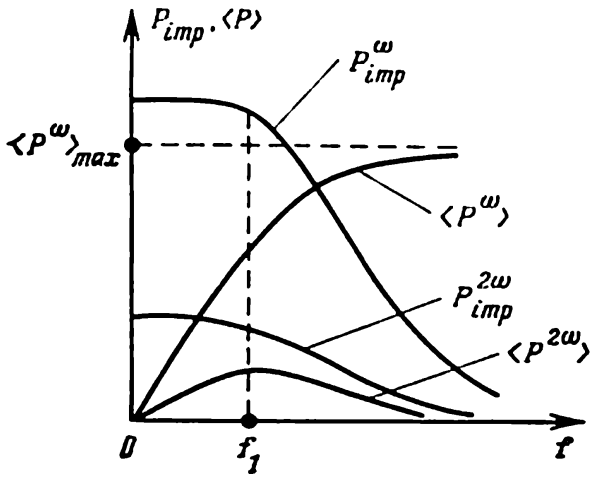


Fig. 3.73

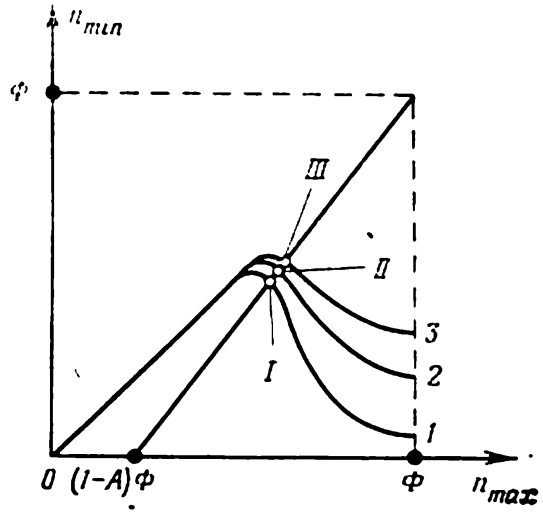


Fig. 3.74

diminue, de sorte qu'un régime qui est instable pour de faibles r peut devenir stable lorsque r sont suffisamment grands.

Ainsi, si le régime d'émission incomplète de l'impulsion est toujours instable avec une charge linéaire, avec une charge non linéaire quadratique il peut devenir stable. En d'autres termes, à la différence d'un laser à charge linéaire, un laser fonctionnant en régime GDHIR peut osciller de façon stable pour des valeurs relativement élevées de la fréquence de répétition des impulsions.

Régime de « coupure de l'impulsion » [57, 139]. — Pour augmenter f il est nécessaire que l'inversion de populations atteigne le plus vite sa valeur maximale et que le processus de développement de l'impulsion lumineuse à émettre se déroule plus rapidement. On peut y arriver si l'on maintient l'inversion de populations à un niveau relativement élevé. A cet effet, il suffit d'*interrompre l'oscillation* du laser en diminuant brusquement, à un certain instant, le coefficient de surtension de son résonateur. Un tel régime est appelé « régime de coupure de l'impulsion ». En ce régime, l'émission de l'impulsion est incomplète: outre une inversion de populations résiduelle, le résonateur conserve une certaine énergie lumineuse, ce qui réduit la durée de l'étape du développement de l'impulsion.

Pour que le régime de coupure de l'impulsion soit stable, il faut utiliser une charge non linéaire quadratique, c'est-à-dire faire fonctionner le laser en régime GDHIR. La coupure de l'oscillation

en cas d'une charge linéaire conduit à une émission incomplète de l'impulsion, de sorte que le régime devient instable.

Désignons par τ_3 l'instant de décrochage d'oscillation, c'est-à-dire l'instant où la qualité du résonateur tombe brusquement jusqu'à sa valeur minimale. Soit $u_0 = u(\tau_3)$ le champ dans le résonateur à l'instant τ_3. Dans le cas considéré, le terme C figurant dans (3.13.32) ne peut plus être posé nul. Au lieu de (3.13.36) écrivons maintenant

$$E_{\text{imp}} = \Phi \frac{(1-A)(1-B)}{1-AB} + \ln B - u_0. \qquad (3.13.69)$$

L'instant τ_3 de décrochage d'oscillation est choisi de telle sorte que le rapport entre $n_{\min}$ et $n_{\max}$ soit voisin de sa valeur optimale définie par la relation (3.13.38). Dans ce cas la relation (3.13.43) donne

$$n_{\min} \approx B_0 \sqrt{\Phi}; \quad n_{\max} \approx \sqrt{\Phi}. \qquad (3.13.70)$$

Dans ces conditions, l'énergie de l'impulsion est proche de sa valeur maximale donnée par la relation (3.13.41).

Le régime considéré doit satisfaire à la condition $u_0 \ll E_{\text{imp}}$. A cet effet, il suffit que

$$\left[u_{\max} = \frac{n_0 - 1}{r}\right] \ll E_{\text{imp}}. \qquad (3.13.71)$$

Signalons qu'en régime de coupure de l'impulsion à charge non linéaire quadratique les valeurs limites de la fréquence de répétition des impulsions, au-dessous desquelles le régime est stable, sont *nettement supérieures* (d'un ordre de grandeur) aux valeurs réalisées en régime de modulation de qualité à émission complète de l'impulsion. Le temps de développement de l'impulsion est dans ce cas sensiblement plus court qu'en régime d'émission complète parce que l'inversion de population y est maintenue à un niveau considérablement supérieur au seuil.

Régimes de modulation de charge [54, 55, 57]. — L'analyse des régimes de fonctionnement en impulsions des lasers à pompage en continu serait incomplète si nous n'examinons, ne serait-ce que brièvement, les régimes de modulation de charge du résonateur. Nous allons considérer une charge linéaire et distinguer deux régimes : a) le régime de *modulation profonde* de charge et b) le régime de *modulation faible*. Ce dernier est encore appelé régime de *décharge du résonateur* (*cavity-dumping*).

En cas de la modulation profonde de charge, le coefficient de réflexion R du miroir de sortie varie dans le temps de la façon suivante :

$$R = \begin{cases} 0 \text{ (charge en circuit) pour } 0 < \tau < \tau_1; \\ 1 \text{ (charge hors circuit) pour } \tau_1 < \tau < \tau_0. \end{cases} \qquad (3.13.72)$$

Suivant la relation (3.13.10) ceci signifie que

$$F = \begin{cases} \infty & \text{pour } 0 < \tau < \tau_1; \\ 0 & \text{pour } \tau_1 < \tau < \tau_0. \end{cases} \tag{3.13.73}$$

Dans le cas de la modulation faible toute la charge n'est pas mise en circuit :

$$R = \begin{cases} R_0 & \text{(charge en circuit)} \quad \text{pour } 0 < \tau < \tau_1; \\ 1 & \text{(charge hors circuit)} \quad \text{pour } \tau_1 < \tau < \tau_0. \end{cases} \tag{3.13.74}$$

Suivant la relation (3.13.10) ceci signifie que

$$F = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{1}{R_0} & \text{pour } 0 < \tau < \tau_1; \\ 0 & \text{pour } \tau_1 < \tau < \tau_0. \end{cases} \tag{3.13.75}$$

Les régimes considérés sont illustrés par la fig. 3.75. Cette figure montre l'allure des variations des fonctions n (τ) et u (τ), où u (τ) est

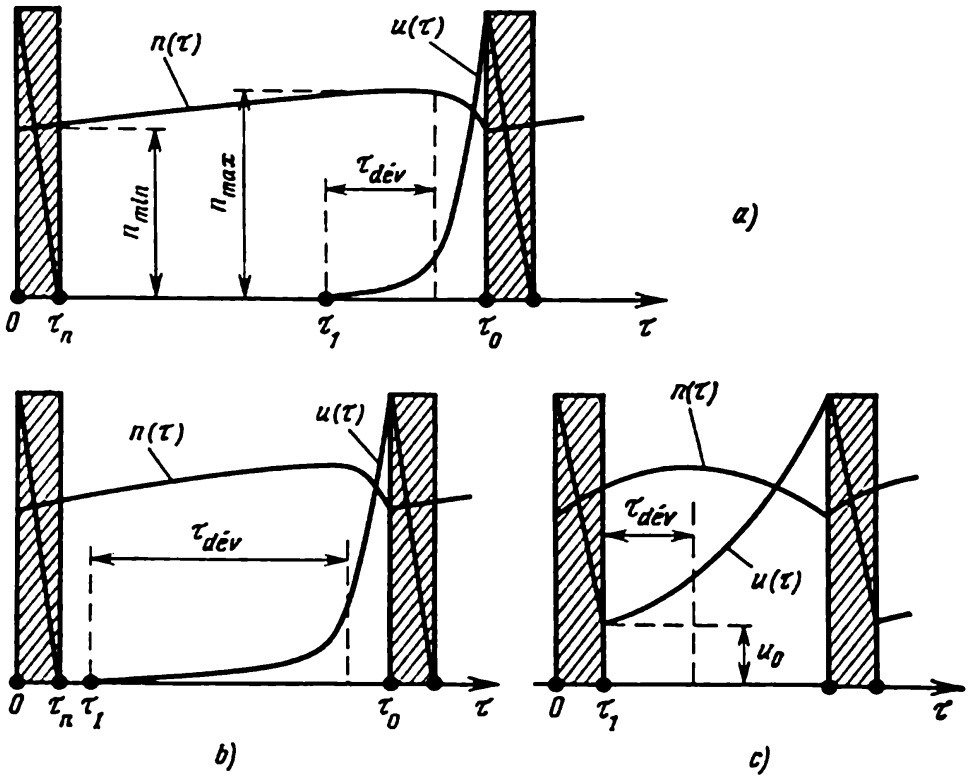


Fig. 3.75

le champ *à l'intérieur* du résonateur ; l'impulsion lumineuse *sortant* du résonateur dans chaque cycle est couverte de hachures. Les désignations utilisées sont : τ_r, le temps réduit de traversée aller-retour

du résonateur par le rayonnement ; τ_0 (de même que $\tau = 0$), l'instant d'application de la charge ; τ_1, l'instant de suppression de la charge.

La fig. 3.75, *a* représente le régime de modulation profonde de charge pour des valeurs relativement basses de la fréquence de répétition des impulsions. Pendant l'intervalle de temps de $\tau = 0$ à τ_1, le laser n'oscille pas (le résonateur est inopérant), c'est la période de croissance de l'inversion de populations. A l'instant τ_1 le résonateur se bloque et entre en oscillation ; au fur et à mesure que l'oscillation se développe, l'inversion de populations diminue. A l'instant τ_0 le résonateur s'ouvre entièrement de nouveau et émet pendant l'intervalle de temps τ_r toute l'énergie lumineuse accumulée durant le cycle.

La fig. 3.75, *b* se rapporte au régime de modulation profonde de charge pour la valeur limite de la fréquence de répétition des impulsions. A la différence du cas précédent, l'oscillation commence à se développer ici pour un niveau plus bas de l'inversion de populations, ce qui augmente la durée de l'étape du développement.

La fig. 3.75, *c* représente le régime de modulation faible de charge (régime cavity-dumping). A l'instant $\tau = 0$, la charge est appliquée et le laser commence à émettre une impulsion lumineuse. A l'instant τ_1 la charge est supprimée. Etant donné que l'ouverture du résonateur *n'est pas complète*, toute l'énergie lumineuse accumulée ne peut pas en sortir pendant le temps τ_r. Dans le cas représenté sur la fig. 3.75, *c* le temps τ_1 est choisi égal au temps τ_r. Tout se passe comme si l'impulsion lumineuse sortant du résonateur était *coupée* et une énergie u_0 non émise restait à l'intérieur du résonateur. Il en résulte que le développement de l'oscillation commence à l'instant τ_1 mais non à partir du niveau de bruit (comme c'était le cas des fig. 3.75, *a* et *b*) mais à partir d'un niveau plus élevé correspondant à l'énergie résiduelle u_0. Ceci a pour résultat une réduction substantielle de la durée de l'étape du développement, ce qui permet d'élever la fréquence limite de répétition des impulsions.

BIBLIOGRAPHIE

1. **Микаэлян А. Л., Тер-Микаэлян М. Л., Турков Ю. Г.** Оптические генераторы на твердом теле.— М.: Сов. радио, 1967.
2. **Методы расчета оптических квантовых генераторов в 2-х т.**/Ф. К. Рутковский, В. П. Грибковский, А. М. Самсон и др.; Под ред. Б. И. Степанова.— Минск: Наука и техника, 1968. Т. 2.
3. **Машкевич В. С.** Кинетическая теория лазеров.— М.: Наука, 1971.
4. **Ханин Я. И.** Динамика квантовых генераторов (Квантовая радиофизика. Т. 2).— М.: Сов. радио, 1975.
5. **Ривлин Л. А.** Динамика излучения полупроводниковых квантовых генераторов.— М.: Сов. радио, 1976.
6. **Пилипович В. А., Киселев А. А.** Оптические квантовые генераторы с просветляющимися фильтрами.— Минск: Наука и техника, 1975.

7. **Морозов В. Н., Ораевский А. Н.** Режимы работы квантовых генераторов с добротностью резонаторов, зависящей от интенсивности поля излучения.— Ж. техн. физики, 1967, т. 37, № 5.
8. **Воронаев Н. Д., Ораевский А. Н.** Режимы в квантовом генераторе при наличии поглощающей примеси.— Изв. вузов СССР. Радиофизика, 1965, т. 8, № 2.
9. **О пичковой структуре излучения твердотельных лазеров/Г. Н. Винокуров, Н. М. Галактионова, В. Ф. Егоров, А. А. Мак, Б. М. Седов, Я. И. Ханин.— ЖЭТФ, 1971, т. 60, № 2.**
10. **Лившиц Б. Л.** К теории вынужденного излучения движущихся тел (явление кинематической модуляции).— ЖЭТФ, 1970, т. 59, № 2 (8).
11. **Кирсанов Б. П., Леонтович А. М., Можаровский А. М.** О пульсациях излучения в многомодовых твердотельных оптических квантовых генераторах.— Квантовая электроника, 1974, т. 1, № 10.
12. **Tang C., Statz H., De Mars C.** Spectral output and spiking behaviour of solid-state lasers.— J. Appl. Phys., 1963, v. 34, № 8.
13. **Летохов В. С.** Флуктуационные ультракороткие импульсы света в лазере.— ЖЭТФ, 1968, т. 55, № 5, (11).
14. **Кузнецова Т. И.** К статистике возникновения сверхкоротких световых импульсов в лазере с просветляющимся фильтром.— ЖЭТФ, 1969, т. 57, № 11.
15. **Coherence,** narrowing, directionality and relaxation oscillations in the light emission from ruby/R. Collins, D. Nelson, A. Schawlow, W. Bond, C. G. B. Garrett, W. Kaiser.— Phys. Rev. Letts, 1960, v. 5, № 7.
16. **Дементьев В. А., Зубарев Т. Н., Ораевский А. Н.** Режимы пульсаций интенсивности излучения в квантовых генераторах.— Труды ФИАН, 1977, т. 91.
17. **Беленов Э. М., Морозов В. Н., Ораевский А. Н.** Вопросы динамики квантовых генераторов.— Труды ФИАН, 1970, т. 52.
18. **Голяев Ю. Д.** Динамика колебаний квазинепрерывных лазеров на алюмо-иттриевом гранате с неодимом.— Канд. дис. М.: МГУ, 1973.
19. **Леонтович А. М., Чуркин В. Л.** Возбуждение мод, пространственная когерентность и кинетика свободной генерации в рубиновом ОКГ.— ЖЭТФ, 1970, т. 59, № 1 (7).
20. **Ахманов С. А., Голяев Ю. Д., Дмитриев В. Г.** Спектральные характеристики и динамика колебаний в квазинепрерывных лазерах на алюмоиттриевом гранате с неодимом.— ЖЭТФ, 1972, т. 62, № 1.
21. **Голяев Ю. Д., Лантратов С. В.** Пичковые режимы генерации в лазерах на гранате с неодимом.— Квантовая электроника, 1974, т. 1, № 10.
22. **Mc Clung. F., Hellwarth. R.** Giant optical pulsations from ruby.— J. Appl. Phys., 1962, v. 33, № 3.
23. **Hellwarth R.** Q-modulation of lasers.— In: Lasers. Ed. by A. Levine, v. 1.— New York: Inc., 1966.
24. **Дмитриев В. Г., Ицхоки И. Я., Швом Е. М.** К теории генерации твердотельного лазера с немгновенным включением добротности резонатора.— Электронная техника, сер. 10: Квантовая электроника, 1975, вып. 1.
25. **Мустель Е. Р., Парыгин В. Н.** Методы модуляции и сканирования света.— М.: Наука, 1970.
26. **Белостоцкий Б. Р., Любавский Ю. В., Овчинников В. М.** Основы лазерной техники.— М.: Сов. радио, 1972.
27. **Лисица М. П.** Электрооптическая модуляция добротности резонаторов твердотельных ОКГ.— Квантовая электроника/Инст. полупроводников АН УССР.— Киев: Наукова думка, 1972, вып. 6.
28. **Магдич Л. Н., Молчанов В. Я.** Акустооптические устройства и их при-

менение.— М.: Сов. радио, 1978. (Массовая б-ка инженера «Электроника»).
29. **Летохов В. С., Сучков А. Ф.** Динамика оптического квантового генератора с мгновенным включением добротности.— Труды ФИАН, 1968, т. 43.
30. **Микаэлян А. Л., Турков Ю. Г.** К теории оптического генератора, работающего в режиме накопления.— Радиотехника и электроника, 1964, т. 9, № 4.
31. **Ривлин Л. А.** Отрицательное резонансное поглощение света в устойчивой среде.— ЖЭТФ, 1964, т. 47, № 8.
32. **Bret G., Gires F.** Giant-pulse laser and light amplifier variable transmission coefficient glasses as light switches.— Appl. Phys. Letts, 1964, v. 4, № 10.
33. **Hargrove L., Fork R., Pollack M.** Locking of He-Ne laser modes indused by synchronous intracavity modulation.— Appl. Phys. Letts, 1965, v. 5, № 1.
34. **De Maria A., Stetser D., Heunau H.** Self mode-locking of lasers wiht saturable absorbers.— Appl. Phys. Letts, 1966, v. 8, № 7.
35. **Малышев В. И., Маркин А. С., Сычев А. А.** Самосинхронизация мод в гигантском импульсе ОКГ на рубине с широким спектром.— Письма в ЖЭТФ, 1967, т. 6, № 2.
36. **Weber H.** Generation and measurement of ultrashort light pulses.— J. Appl. Phys., 1968, v. 39, № 13.
37. **Характеристики** ОКГ, работающего в режиме с синхронизацией мод/ С. Д. Кайтмазов, И. К. Красюк, П. П. Пашинин, А. М. Прохоров.— ДАН СССР, 1968, т. 180, № 6.
38. **Picosecond** laser pulses/A. De Maria, K. Glenn, M. Brienza, M. Mack.— Proc. IEEE, 1969, v. 57, № 1.
39. **Зельдович Б. Я., Кузнецова Т. И.** Генерация сверхкоротких импульсов света с помощью лазеров.— УФН, 1972, т. 106, вып. 1.
40. **Маркин А. С.** Дискриминация типов колебаний и явление самосинхронизации в ОКГ на твердом теле с просветляющимся фильтром.— Труды ФИАН, 1971, т. 56.
41. **Гуревич Г. Л., Ингель Л. Х.** О синхронизации мод ОКГ при резонансной модуляции параметров резонатора.— Изв. вузов СССР. Радиофизика, 1974, т. 17, № 2.
42. **Морозов В. Н., Никитин В. В., Шеронов А. А.** Самосинхронизация типов колебаний в инжекционных ПКГ.— Письма в ЖЭТФ, 1968, т. 7, № 9.
43. **Lyon D., George E., Haus H.** Observation of spontaneous mode locking in a high-pressure CO_2 laser.— Appl. Phys. Letts, 1970, v. 17, № 11.
44. **Самосинхронизация** мод в ОКГ на рубине в режиме свободной генерации/А. Н. Бондаренко, Г. В. Кривощеков, В. М. Семибаламут, В. А. Смирнов, М. Ф. Ступак.— Изв. вузов СССР. Радиофизика, 1971, т. 14, № 10.
45. **Ханин Я. И.** Роль нелинейности активной среды при синхронизации мод твердотельного лазера.— Квантовая электроника, 1978, т. 5, № 3.
46. **Auston D. H.** Transverse mode locking.— IEEE J., 1968, QE-4, № 6.
47. **Signore R.** Possibilité d'obtention du verrouillage des modes transverses d'un laser.— Revue de Physique Appliquée, 1973, tome 8.
48. **Smith P.** Simultaneous phase-locking of longitudinal and transverse laser modes.— Appl. Phys. Letts., 1968, v. 13, № 7.
49. **Аракелян В. С., Карлов Н. В., Прохоров А. М.** Самосинхронизация поперечных мод CO_2-лазера.— Письма в ЖЭТФ, 1969, т. 10, № 6.
50. **Michon M., Ernest J., Auffer R.** Passive transverse mode locking in a confocal Nd^{3+} glass laser.— IEEE J., 1969, QE-5, № 2.
51. **Духовный А. М., Мак А. А., Фромзель В. А.** Самосинхронизация поперечных мод в твердотельном ОКГ.— ЖЭТФ, 1970, т. 59, № 10.
52. **Дмитриев В. Г., Шалаев Е. А., Швом Е. М.** Пространственно-времен-

ные и спектральные характеристики излучения лазера на алюмо-иттриевом гранате с неодимом в режиме модуляции добротности.— Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 8.
53. **Maydan D.** Fast modulator for extraction of internal laser power.— J. Appl. Phys., 1970, v. 41, № 4.
54. **Chesler R. B., Maydan D.** Calculation of Nd: YAIG cavity dumping.— J. Appl. Phys., 1971, v. 42, № 3.
55. **Maydan D., Chesler R. B.** Q-switching and cavity dumping of Nd: YAIG lasers.— J. Appl. Phys., 1971, v. 42, № 3.
56. **Moran J. M.** Calculation of the minimum repetition rate of a cavity-dumped four-level laser.— IEEE J., 1976, QE-12, № 10.
57. **Непрерывно** накачиваемый твердотельный ОКГ с удвоением частоты в режиме глубокой модуляции полезных потерь/П. Г. Конвисар, С. Р. Рустамов, О. О. Силичев, А. А. Фомичев.— Тезисы докладов VIII Всесоюзн. конф. по когерентной и нелинейной оптике.— Тбилиси: Мецниерба, 1976.
58. **Morton R. G., Mack M. E., Itzkan I.** Efficient cavity dumped dye laser.— Appl. Optics., 1978, v. 17, № 20.
59. **Chesler R. B., Karr M. A., Geusic J. E.** An experimental and theoretical study of high repetition rate *Q*-switched Nd: YAIG lasers.— Proc. IEEE, 1970, v. 58.
60. **Geusic U. E., Hensel M. L., Smith R. G.**, A repetitively *Q*-switched, continuously pumped YAG-Nd laser.— Appl. Phys. Letts, 1965, v. 6.
61. **Koecher W.** Multihundred Watt Nd: YAG continuous laser.— Rev. Scient. Instr., 1970, v. 41, № 12.
62. **Baldwin G. D.** Output power calculations for a continuously pumped *Q*-switched YAG: Nd^{3+} laser.— IEEE J., 1971, QE-7, № 6.
63. **Конвисар П. Г., Фомичев А. А.** Оптимальная нагрузка оптического излучателя при непрерывной накачке.— Труды МФТИ, сер. Радиотехника и электроника, 1972, ч. 1.
64. **Конвисар П. Г., Рустамов С. Р., Фомичев А. А.** Влияние термически индуцированного двулучепреломления активного элемента на внутрирезонаторную генерацию гармоники при непрерывной накачке.— Квантовая электроника, 1974, т. 1, № 3.
65. **Арсеньев В. А., Матвеев И. Н., Устинов Н. Д.** Генерация импульсов нано- и микросекундной длительности в твердотельных лазерах (обзор). —Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 11.
66. **Marschall F. R., Roberts O. L.** Use of electro-optical shutters to stabilize ruby laser operation.— Proc. IRE, 1962, v. 50, № 10.
67. **Грязнов Ю. М., Частов А. А.** Получение бесцвичкового режима генерации рубинового лазера с помощью затемняющихся растворов.— Ж. прикл. спектр., 1972, т. 16, № 4.
68. **Дмитриев В. Г., Новокрещенов В. К.** Амплитудо- и фазочастотные характеристики лазера на АИГ: Nd^{3+} с внутрирезонаторной генерацией второй гармоники.— Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 7.
69. **Statz H., De Mars G.** Transients and oscillation pulses in masers.— In: Quantum Electronics. Ed. by C. H. Townes.— New York: Columbia Univ. Press., 1960.
70. **Tarassov L.** Bases physiques de l'électronique quantique (domaine optique). — Editions Mir., Moscou, 1979.
71. **Menne T.** Analysis of the uniform rate equation model of laser dynamics.— IEEE J., 1966, QE-2, № 2.
72. **Морозов В. Н.** К теории многомодовой генерации в полупроводниковых лазерах.— Квантовая электроника, 1974, т. 1, № 3.
73. **Генкин В. Н., Ханин Я. И.** Лазеры (обзор).— Изв. вузов СССР. Радиофизика, 1962, т. 5, № 3.

74. **Tang C.** On maser rate equations and transient oscillations.— J. Appl. Phys., 1963, v. 34, № 10.
75. **Lamb W. E.** Phys. Rev., 134, 1429 (1964).
76. **Островский Л. А.** Взаимодействие колебательных мод в квантовом оптическом генераторе.— ЖЭТФ, 1965, т. 48, № 4.
77. **Островский Л. П.** Автомодуляция излучения оптического квантового генератора с двухмодовым резонатором.— ЖЭТФ. 1965, т. 49, № 5, (11).
78. **Основы теории колебаний**/В. В. Мигулин, В. И. Медведев, Е. Р. Мустель, В. Н. Парыгин; Под ред. В. В. Мигулина.— М.: Наука, 1978.
79. **Maitland A., Dunn M. H.** Laser Physics.— North-Holland Publishing Co., Amsterdam-London, 1969.
80. **Landau L., Lifchitz E.** Mécanique quantique. Théorie non relativiste.— Editions Mir., Moscou, 1980.
81. **Makhov G.** On the problem of pulsed oscillations in ruby masers.—J. Appl. Phys., 1962, v. 33, № 1.
82. **Sinnet D.** An analysis of the maser oscillator equations.— J. Appl. Phys., 1962, v. 33, № 4.
83. **Коробкин В. В., Успенский А. В.** К теории пульсаций излучения оптического квантового генератора на рубине.— ЖЭТФ, 1963, т. 45, № 4 (10).
84. **Успенский А. В.** Возможный механизм пульсаций излучения квантовых генераторов.— Радиотехника и электроника, 1964, т. 9, № 4.
85. **Ораевский А. Н., Успенский А. В.** Режим пульсаций мощности излучения квантовых генераторов.— Труды ФИАН, 1965, т. 31.
86. **Беспалов В. И., Гапонов А. В.** Статистические характеристики автомодуляции излучения лазера на твердом теле.— Изв. вузов СССР, Радиофизика, 1965, т. 8, № 1.
87. **Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э.** Теория колебаний.— М.: Физматгиз, 1959.
88. **Statz H., Tang C.** Multimode oscillations in solid-state masers.— J. Appl. Phys., 1964, v. 35, № 5.
89. **Морозов В. Н., Ораевский А. Н.** О синхронизации пичкового режима квантовых генераторов.— Изв. вузов СССР. Радиофизика 1966, т. 9, № 4.
90. **Цикунов В. Н.** Резонансные явления при вынужденных колебаниях интенсивности излучения лазеров.— ЖЭТФ. 1970, т. 58, № 5.
91. **Винокуров Г. Н.** К теории синхронизации пичков лазера периодическим воздействием.— Оптика и спектроскопия, 1971, т. 31, № 3.
92. **De Maria A., Gagosz R.** Ultrasonic feedback modulation of an optical maser oscillator.— Proc. IRE, 1962, № 56. № 6.
93. **Козлова В. К., Мустель Е. Р., Парыгин В. Н.** О пороге синхронизации пичков рубинового лазера.— Радиотехника и электроника, 1969, т. 14, № 5.
94. **Никогосян Д. Н.** Кристаллы для нелинейной оптики (справочный обзор). — Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 1.
95. **Maydan D.** Acoustooptical pulse modulators.— IEEE J., 1970, QE-6, № 1.
96. **Прохоров А. М.** Генерация квантового оптического генератора при мгновенном включении добротности.— Радиотехника и электроника, 1963, т. 8, № 6.
97. **Wagner W., Lengyel B.** Evolution of the giant pulse in a laser.— J. Appl. Phys., 1963, v. 34, № 7.
98. **Menat M.** Giant pulses from a laser: optimum conditions.— J. Appl. Phys., 1965, v. 36, № 1.
99. **Нестационарные** процессы в моноимпульсных лазерах с неустойчивыми резонаторами/Н. С. Голубева, Л. Ф. Криницына, Л. С. Орбачевский, В. И. Рождествин.— Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 1.
100. **Ruby laser** *Q*-switching elements using phtalocyanine molecules in solu-

tion/P. Sorokin, J. Luzzi, J. Lankard, G. Pettit.— IBM J. Res. Dev., 1964, v. 8, № 2.
101. **Armstrong J.** Saturable optical absorption in phtalocyanine dyes.— J. Appl. Phys., 1965, v. 36, № 2.
102. **Ермаков Б. А., Лукин А. В.** Механизм просветления органических фототропных затворов для рубиновых ОКГ.— Ж. прикл. спектр., 1966, т. 4, № 5.
103. **Gross L., Cheng M.** Generation of giant pulses from a neodymium laser with an organic-dye saturable filter.— J. Appl. Phys., 1967, v. 38, № 5.
104. **Рощин Р. В.** К динамике оптического квантового генератора с управляемой добротностью резонатора.— Изв. вузов СССР. Радиофизика, 1973, т. 16, № 7.
105. **Беспалов В. И., Якубович Е. И.** О периодической автомодуляции излучения и возможности генерации гигантских импульсов в трехуровневом ОКГ с неоднородно подсвеченным рабочим веществом.— Изв. вузов СССР. Радиофизика, 1965, т. 8, № 5.
106. **Сущик М. М., Фрейдман Г. И.** О ширине углового и частотного спектра излучения ОКГ с нелинейным поглотителем.— Изв. вузов СССР. Радиофизика, 1966, т. 9, № 5.
107. **Erickson L., Szabo A.** Effect of saturable absorber lifetime, on the performance of giant-pulse lasers.— J. Appl. Phys. 1966, v. 37, № 13.
108. **Szabo A., Stein R.** Theory of laser giant pulsing by a saturable absorber.— J. Appl. Phys., 1965, v. 36, № 5.
109. **Борович Б. Л., Зуев В. С., Щеглов В. А.** Оптический квантовый генератор с насыщенным фильтром.— ЖЭТФ, 1965, т. 49, № 4 (10).
110. **Sooy W.** The natural selection of modes in a passive Q-switched laser.— Appl. Phys. Letts., 1965, v. 7, № 2.
111. **Кузнецова Т. И.** Исследование временных характеристик лазерных импульсов.— Труды ФИАН, 1975, т. 84.
112. **Kuizenga D. J., Siegman A. E.** FM and AM mode-locking of the homogeneous laser.— IEEE J., 1970, QE-6, № 11.
113. **Siegman A. E., Kuizenga D. J.** Active mode-coupling phenomena in pulsed and continuous lasers.— Opto-electronics, 1974, v. 6, № 1.
114. **Osterink L., Foster J.** A mode-locked Nd: YAG laser.— J. Appl. Phys., 1968, v. 39, № 9.
115. **Von Gutfeld R.** Picosecond dye laser using nitrogen laser pumping.— Appl. Phys. Letts, 1971, v. 18, № 11.
116. **Летохов В. С.** Генерация ультракоротких импульсов света в лазере с нелинейным поглотителем.— ЖЭТФ, 1968, т. 55, № (9).
117. **Ларионцев Е. Г., Серкин В. Н.** Влияние длины резонатора на динамику генерации ультракоротких импульсов света.— Квантовая электроника, 1974, т. 1, № 10.
118. **Кузнецова Т. И., Малышев В. И., Маркин А. С.** Самосинхронизация аксиальных мод в лазере с просветляющимся фильтром.— ЖЭТФ, 1967, т. 52, № 2.
119. **Кривощеков Г. В., Никулин Н. Г., Смирнов В. А.** Генерация ультракоротких импульсов в лазере с двухкомпонентной средой при вынужденной синхронизации мод.— Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 9.
120. **Исследование** генератора с пассивной синхронизацией мод с определенным моментом появления генерации/С. К. Вартапетов, В. И. Вовченко, И. К. Красюк. П. П. Пашинин.— Квантовая электроника, 1976, т. 3, № 11.
121. **Альтшулер Г. В,. Карасев В. Б., Шарлай С. Ф.** Самосинхронизация мод в лазере с комбинированной модуляцией добротности.— Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 4.
122. **Теренин А. Н.** Фотоника красителей.— Л.: Наука, 1967.
123. **Зависимость** времени просветления пассивного затвора от природы

растворителя в ОКГ на неодимовом стекле/ В. А. Бабенко, В. Д. Ковин, В. И. Малышев, А. А. Сычев.— Квантовая электроника. 1974, т. 1, № 5.
124. **Сычев А. А.** Исследование спектрального состава излучения твердотельных ОКГ.— Труды ФИАН, 1975, т. 84.
125. **Сверхлюминесценция** растворов полиметиновых красителей при возбуждении излучением неодимового ОКГ/В. А. Бабенко, В. И. Малышев, А. А. Сычев, А. Н. Шибанов.— Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 9.
126. **Получение** пикосекундных импульсов в условиях вынужденного сокращения времени релаксации насыщающегося поглотителя/ Г. А. Абакумов, А. И. Антипов, А. П. Симонов, А. Б. Синицын, В. В. Фадеев.— Квантовая электроника, 1977, т. 4, № 11.
127. **О происхождении** временной структуры ультракоротких лазерных импульсов/А. Н. Жерихин, П. Г. Крюков, Ю. А. Матвеец, С. В. Чекалин.— Квантовая электроника, 1974, т. 1, № 4.
128. **Власов С. Н., Веревкин Ю. К.** Особенности ограничения мощности генерации ОКГ с синхронизацией мод самофокусировкой в активном элементе.— Квантовая электроника, 1976, т. 3, № 5.
129. **Жерихин А. Н., Матвеец Ю. А., Чекалин С. В.** Ограничение яркости вследствие самофокусировки при усилении ультракороткого импульса в неодимовом стекле и в иттрий-алюминиевом гранате.— Квантовая электроника, 1976, т. 3, № 7.
130. **Ларионцев Е. Г., Серкин В. П.** О возможности использования самофокусировки для увеличения контраста и сужения ультракоротких импульсов света.— Квантовая электроника, 1975, т. 2, № 7.
131. **Armstrong J.** Measurement of picosecond laser pulse widths. — Appl. Phys. Letts, 1967, v. 10, № 1.
132. **Two-photon** excitation of fluorescence by picosecond light pulses/J. Giordmaine, P. Rentzepis, S. Shapiro, K. Wecht.— Appl. Phys. Letts., 1967, v. 11 № 7.
133. **Landau L., Lifchitz E.** Physique statistique.— Editions Mir, Moscou, 1984.
134. **Дмитриев В. Г., Денисов А. Н., Шалаев Е. А.** Влияние квадратичной нелинейности на необходимые условия спонтанной синхронизации мод лазера на YAG: Nd^{3+}.— Квантовая электроника, 1978, т. 5, № 11.
135. **Barnes N. R.** Mode-locking dynamics of homogeneously broadened lasers.— J. Appl. Phys., 1974, 45, № 3.
136. **Новокрещенов В. К., Рустамов С. Р.** Об устойчивости режима синхронизации мод непрерывно накачиваемого лазера на ИАГ: Nd с удвоением частоты.— Тезисы докладов I Всесоюз. конф. «Проблемы управления параметрами лазерного излучения».— Ташкент: ТГУ, 1978, часть I.
137. **Rice R. R., Burkhart G. H., Teague J. R.** Barium-sodium niobate acousto-optic mode-locked/frequency-doubler (AOML/FD) for YAG: Nd.— J. Appl. Phys., 1976, v. 47, № 7.
138. **Дмитриев В. Г., Конвисар П. Г., Рустамов С. Р., Фомичев А. А.** Особенности внутрирезонаторной генерации второй гармоники твердотельных ОКГ с непрерывной накачкой.— В кн.: Тезисы докл. 7 Всесоюзной конф. по когерентной и нелинейной оптике.— Ташкент: МГУ, 1974.
139. **Конвисар П. Г., Фомичев А. А.** Оптимизация и устойчивость YAG: Nd-лазера с непрерывной накачкой в режиме глубокой внутрирезонаторной модуляции.— Квантовая электроника, 1981, т. 8, № 6.

ANNEXE 1

POLYNÔMES D'HERMITE

Forme différentielles des polynômes d'Hermite. — Développons la fonction $H(x, t) = \exp(2xt - t^2)$ en série entière au voisinage du point $t = 0$, il vient

$$\exp(2xt - t^2) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n(x) \frac{t^n}{n!}. \tag{A.1.1}$$

Les coefficients $H_n(x)$ de ce développement sont les *polynômes d'Hermite*:

$$H_n(x) = \frac{\partial^n}{\partial t^n} H(x, t) \Big|_{t=0}. \tag{A.1.2}$$

La fonction $H(x, t)$ est appellée *fonction génératrice* pour les polynômes d'Hermite. Ecrivons cette fonction sous la forme

$H(x, t) =$

$$= \exp(2xt - t^2) = \exp(x^2) \exp[-(x-t)^2] = \exp(x^2) \exp[-(x+u)^2]$$

et portons-la dans (A.1.2). Il vient

$$\frac{\partial^n}{\partial t^n} H(x, t) \Big|_{t=0} = (-1)^n \frac{\partial^n}{du^n} H(x, u) \Big|_{u=0} =$$

$$= \exp(x^2)(-1)^n \frac{\partial^n}{\partial u^n} \exp[-(x+u)^2] \Big|_{u=0} =$$

$$= \exp(x^2)(-1)^n \frac{\partial^n}{\partial x^n} \exp[-(x+u)] \Big|_{u=0}.$$

Ainsi,

$$\boxed{H_n(x) = \exp(x^2)(-1)^n \frac{\partial^n}{\partial x^n} \exp(-x^2)}. \tag{A.1.3}$$

Ecrivons quelques premiers polynômes:

$$H_0(x) = 1; \quad H_1(x) = 2x; \quad H_2(x) = 4x^2 - 2;$$
$$H_3(x) = 8x^3 - 12x; \quad H_4(x) = 16x^4 - 48x^2 + 12.$$

Remarquons que $H_n(-x) = (-1)^n H_n(x)$.

Formules de récurrence. — Il résulte de (A.1.1) que

$$\frac{\partial}{\partial t} H(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)}{n!} n t^{n-1}.$$

D'un autre côté, on a

$$\frac{\partial}{\partial t} H = \frac{\partial}{\partial t} \exp(2xt - t^2) = 2(x - t) H(x, t).$$

Ainsi,

$$2(x-t) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)}{n!} t^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)}{n!} n t^{n-1}. \tag{A.1.4}$$

En identifiant les coefficients de t^n, on tire de (A.1.4)

$$2x \frac{H_n}{n!} - 2 \frac{H_{n-1}}{(n-1)!} = \frac{H_{n+1}}{n!}$$

ou encore

$$\boxed{2xH_n - 2nH_{n-1} = H_{n+1}}. \tag{A.1.5}$$

Puis, dérivons $H(x, t)$ par rapport à x:

$$\frac{\partial}{\partial x} H(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{dH_n}{dx} \frac{t^n}{n!}.$$

D'un autre côté, on a

$$\frac{\partial}{\partial x} H = \frac{\partial}{\partial x} \exp(2xt - t^2) = 2tH(x, t).$$

Par conséquent

$$2t \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)}{n!} t^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{dH_n}{dx} \frac{t^n}{n!}.$$

En égalant les coefficients de t^n, on trouve

$$2H_{n-1}/(n-1)! = (1/n!)\, dH_n/dx$$

ou

$$\boxed{2nH_{n-1} = dH_n/dx}. \tag{A.1.6}$$

Equation différentielle pour les polynômes d'Hermite. — Dérivons (A.1.5) par rapport à x, il vient

$$\frac{dH_{n+1}}{dx} = 2H_n + 2x \frac{dH_n}{dx} - 2n \frac{dH_{n-1}}{dx}. \tag{A.1.7}$$

Dérivons (A.1.6):

$$2n\, dH_{n-1}/dx = d^2H_n/dx^2. \tag{A.1.8}$$

Tenons compte que suivant (A.1.6)

$$dH_{n+1}/dx = 2(n+1)H_n. \tag{A.1.9}$$

En introduisant (A.1.8) et (A.1.9) dans (A.1.7), on obtient

$$2(n+1)H_n = 2H_n + 2x\frac{dH_n}{dx} - \frac{d^2H_n}{dx^2}. \tag{A.1.10}$$

Ainsi, l'équation différentielle pour $y = H_n(x)$ est de la forme

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 2ny = 0}. \tag{A.1.11}$$

Orthonormalité des polynômes d'Hermite. — Les polynômes d'Hermite sont orthonormés dans l'intervalle $-\infty < x < \infty$. Montrons que

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} H_n(x)H_m(x)\exp(-x^2)\,dx = \sqrt{\pi}\,2^n n!\delta_{nm}}. \tag{A.1.12}$$

($\delta_{nm} = 1$ pour $n = m$; $\delta_{nm} = 0$ pour $n \neq m$). A cet effet, considérons

$$N = (-1)^n \int_{-\infty}^{\infty} H_m(x)\frac{d^n}{dx^n}\exp(-x^2)\,dx =$$

$$= (-1)^n H_m(x)\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}\exp(-x^2)\Big|_{-\infty}^{\infty} +$$

$$+ (-1)^{n+1}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dH_m}{dx}\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}e^{-x^2}\,dx =$$

$$= (-1)^{n+1}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dH_m}{dx}\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}e^{-x^2}\,dx.$$

En effectuant m fois l'intégration par parties, on trouve

$$N = (-1)^{n+m}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d^mH_m}{dx^m}\frac{d^{n-m}}{dx^{n-m}}\exp(-x^2)\,dx. \tag{A.1.13}$$

La dérivée d^mH_m/dx^m est facile à trouver

$$\frac{dH_m}{dx} = 2mH_{m-1};$$

$$\frac{d^2H_m}{dx^2} = 2m\frac{dH_{m-1}}{dx} = 2m\cdot 2(m-1)H_{m-2};$$

$$\frac{d^3H_m}{dx^3} = 2m\cdot 2(m-1)\frac{dH_{m-2}}{dx} = 2^3m(m-1)(m-2)H_{m-3};$$

. . . . . .

$$\frac{d^mH_m}{dx^m} = 2^m m(m-1)(m-2)\ldots 2\cdot 1\cdot H_0 = 2^m m! \tag{A.1.14}$$

En introduisant (A.1.14) dans (A.1.13), on obtient

$$N = (-1)^{n+m} 2^m m! \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^{n-m}}{dx^{n-m}} \exp(-x^2)\, dx. \qquad \text{(A.1.15)}$$

Pour $n > m$, l'intégrale au second membre de l'égalité (A.1.15) s'annule. Pour $n = m$, cette intégrale se transforme en intégrale de Poisson $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2)\, dx = \sqrt{\pi}$. Ainsi l'égalité (A. 1. 12) est démontrée.

Polynômes d'Hermite modifiés (polynômes d'Hermite-Gauss). — Ces polynômes sont définis par la relation suivante:

$$\boxed{\psi_n(x) = (2^n n!\, \sqrt{\pi})^{1/2} H_n(x) \exp(-x^2/2)}. \qquad \text{(A.1.16)}$$

En faisant usage de (A.1.12), il n'est pas difficile de démontrer que

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n(x)\, \psi_m(x)\, dx = \delta_{nm}}. \qquad \text{(A.1.17)}$$

En dérivant deux fois la relation différentielle (A.1.16), on obtient

$$\frac{d^2\psi_n}{dx^2} = (2^n n!\, \sqrt{\pi})^{-1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \times$$
$$\times \left[\frac{d^2 H_n}{dx^2} - 2x \frac{dH_n}{dx} + (x^2 - 1) H_n\right].$$

En utilisant (A.1.10), on en tire

$$\frac{d^2\psi_n}{dx^2} = (2^n n!\, \sqrt{\pi})^{-1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) (x^2 - 1 - 2n) H_n$$

ou

$$\frac{d^2\psi_n}{dx^2} = (x^2 - 1 - 2n)\, \psi_n.$$

Ainsi l'équation différentielle pour $y = \psi_n(x)$ est de la forme

$$\boxed{\frac{d^2 y}{dx^2} + (2n + 1 - x^2)\, n = 0}. \qquad \text{(A.1.18)}$$

ANNEXE 2

FAISCEAU GAUSSIEN DANS L'ESPACE LIBRE

En supposant que les effets d'ouverture des miroirs ne se manifestent pas, posons (v. (2.7.7)) $u(x, y, z) = v(x, z)\, v(y, z)$, où

$$v(x, z) = \sqrt{B(z)} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-(\xi/\rho_0)^2 + i(\pi/\lambda z)(x-\xi)^2\right] d\xi, \qquad \text{(A.2.1)}$$

$$B(z) = -i(A/\lambda z)\exp(i2\pi z/\lambda).$$

Mettons (A.2.1) sous la forme

$$v(x, z) = \sqrt{B(z)} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-(a\xi + b)^2 + c\right] d\xi, \qquad \text{(A.2.2)}$$

où, comme il est facile de s'en assurer,

$$a(z) = \sqrt{1 - i(\pi\rho_0^2/\lambda z)}/\rho_0;$$

$$b(x, z) = i\frac{\pi\rho_0 x}{\lambda z}\left[\frac{1 + i(\pi\rho_0^2/\lambda z)}{1 + (\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}\right]^{1/2};$$

$$c(x, z) = i\frac{\pi x^2/\lambda z}{1 + (\pi\rho_0^2/\lambda z)^2} - x^2\frac{(\pi\rho_0/\lambda z)^2}{1 + (\pi\rho_0^2/\lambda z)^2}.$$

En introduisant dans (A.2.2) la variable d'intégration $\tau = a\xi + b$, on obtien

$$v(x, z) = \left[\sqrt{B(z)}/a(z)\right]\exp\left[c(x, z)\right]\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau^2} d\tau =$$

$$= \exp\left[c(x, z)\right]\sqrt{\pi B(z)}/a(z).$$

Ainsi,

$$u(x, y, z) = \exp\left[c(x, z) + c(y, z)\right]\pi B(z)/a^2(z).$$

En y introduisant les expressions indiquées plus haut pour $B(z)$, $a(z)$, $c(x, z)$ (l'expression de $c(y, z)$ est la même que celle de $c(x, z)$ à condition de remplace x par y), on obtient le résultat (2.7.8).

ANNEXE 3

ONDES SPHÉRIQUES STABLE ET INSTABLE DANS UN RÉSONATEUR INSTABLE

Soit R une solution de l'équation (2.10.20a). Cette équation se présente sous la forme

$$R = (AR + B)/(CR + D). \qquad \text{(A.3.1)}$$

Ajoutons à R une petite perturbation ΔR. Par suite d'une traversée aller-retour du résonateur la perturbation initiale ΔR se transforme en perturbation δR définie par la relation

$$\frac{A(R+\Delta R)+B}{C(R+\Delta R)+D}=R+\delta R. \tag{A.3.2}$$

Si $|\delta R| < |\Delta R|$, ceci signifie que la perturbation *s'évanouit* au fur et à mesure que le rayonnement traverse le résonateur; la solution R de l'équation (A.3.1) est donc *stable*. Pour $|\delta R| > |\Delta R|$, la perturbation au contraire *s'accroît*, ce qui témoigne de l'*instabilité* de cette solution.

Transformons (A.3.2);

$$R+\delta R=\left(\frac{AR+B}{CR+D}+\frac{A\,\Delta R}{CR+D}\right)\Big/\left(1+\frac{C\,\Delta R}{CR+D}\right).$$

En utilisant (A.3.1) et en tenant compte que $C\Delta R \ll (CR+D)$, on en tire

$$R+\delta R\approx\left(R+\frac{A\,\Delta R}{CR+D}\right)\left(1-\frac{C\,\Delta R}{CR+D}\right)\approx R+\left(\frac{A-CR}{CR+D}\right)\Delta R.$$

Ainsi,

$$\delta R/\Delta R=(A-CR)/(CR+D). \tag{A.3.3}$$

On sait que l'équation (A.3.1) possède deux solutions:

$$R=\frac{1}{2C}\left[A-D\pm\sqrt{(A+D)^2-4}\right]. \tag{A.3.4}$$

Le signe supérieur se rapporte à la solution (2.10.22a), et le signe inférieur à la solution (2.10, 22b). En faisant usage de (A.3.4), mettons le second membre de la relation (A.3.3) sous la forme suivante:

$$\frac{A-CR}{CR+D}=\frac{(A+D)\mp\sqrt{(A+D)^2-4}}{(A+D)\pm\sqrt{(A+D)^2-4}}.$$

Si $(A+D)>2$, on a

$$\frac{(A+D)-\sqrt{(A+D)^2-4}}{(A+D)+\sqrt{(A+D)^2-4}}<1,\quad \frac{(A+D)+\sqrt{(A+D)^2-4}}{(A+D)-\sqrt{(A+D)^2-4}}>1.$$

Ceci signifie que pour $(A+D)>2$ la solution (2.10.22a) est stable et la solution (2.10.22b) est instable.

Pour $(A+D)<-2$, c'est la situation inverse qui a lieu.

ANNEXE 4

MATRICES DE JONES

L'état de polarisation d'une onde lumineuse polarisée se décrit par un *vecteur à deux composantes de Jones*: $\begin{pmatrix}E_x\\E_y\end{pmatrix}$, où E_x et E_y sont les composantes du vecteur champ électrique de l'onde. En introduisant l'amplitude et la phase de

l'onde, récrivons le vecteur de Jones sous la forme $\begin{pmatrix} A_x e^{i\varphi_x} \\ A_y e^{i\varphi_y} \end{pmatrix}$. Pour une lumière polarisée rectilignement: $\varphi_x = \varphi_y$.

Supposons qu'un certain élément optique (polariseur, lame biréfringente, etc.) modifie la polarisation de l'onde lumineuse. Soit $\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix}$ le nouveau vecteur de Jones. Il peut être exprimé par l'intermédiaire du vecteur initial de Jones de la façon suivante: $\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{xx} a_{xy} \\ a_{yx} a_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$, où $\begin{pmatrix} a_{xx} a_{xy} \\ a_{yx} a_{yy} \end{pmatrix}$ est la *matrice de Jones* qui décrit l'élément optique considéré.

Si l'onde lumineuse traverse successivement, l'un après l'autre, *plusieurs* éléments optiques, la matrice résultante de Jones peut s'exprimer par le *produit*

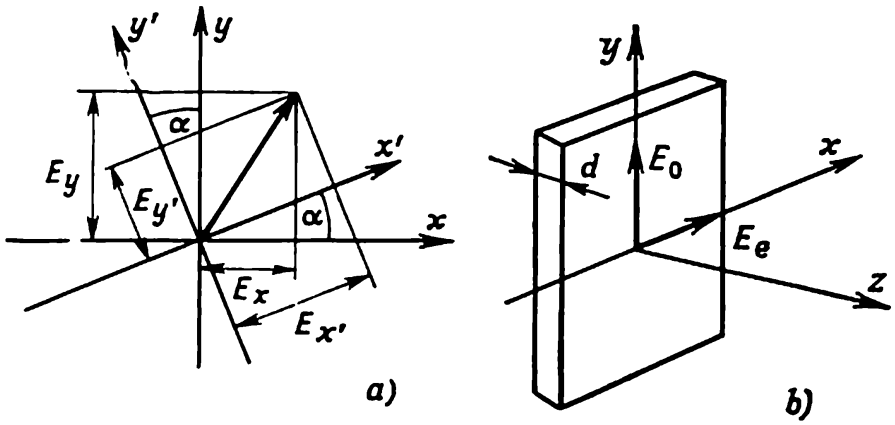


Fig. A.4.1

des matrices partielles correspondantes, écrites dans l'ordre inverse de celui dans lequel l'onde traverse les éléments.

Pour un polariseur linéaire dont le plan de transparence passe par les axes z et x (l'axe z étant la direction de propagation de l'onde), la matrice de Jones est de la forme $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, et pour un polariseur, dont le plan de transparence se confond avec le plan yz, elle est $M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Pour trouver la matrice de Jones d'un *polariseur* dont le plan de polarisation fait un angle α avec le plan xz, voyons tout d'abord comment se transforme le vecteur de Jones lorsqu'on passe du système d'axes x et y à un système d'axes x' et y' tourné de l'angle α par rapport au système unitial. Pour simplifier, considérons une lumière polarisée rectilignement. La fig. A.4.1, *a* montre les projections du vecteur E tant sur les axes x et y que sur les axes x' et y'. L'examen de cette figure montre que

$$E_{x'} = E_x \cos\alpha + E_y \sin\alpha; \qquad E_{y'} = -E_x \sin\alpha + E_y \cos\alpha.$$

Ainsi,

$$\begin{pmatrix} E_{x'} \\ E_{y'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}.$$

La matrice

$$M(\alpha)=\begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ -\sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}$$

est la matrice de passage du vecteur de Jones au système d'axes tourné d'un angle α par rapport au système initial.

Si le plan de transparence du polariseur fait l'angle α avec le plan xz, la matrice de Jones se présente sous la forme

$$M_{x\alpha}=M(-\alpha)\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}M(\alpha)=$$

$$=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ -\sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}\cos^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha\\ \cos\alpha\sin\alpha & \sin^2\alpha\end{pmatrix}.$$

Ici, on commence par ramener le vecteur de Jones aux axes du polariseur, puis on tient compte de l'action du polariseur et enfin on revient aux axes initiaux.

Supposons que l'onde lumineuse passe à travers une lame *biréfringente* d'épaisseur d, l'axe x étant confondu avec l'axe optique de la lame (fig. A.4.1,*b*). Désignons par n_e l'indice de réfraction de l'onde *extraordinaire* et par n_0 celui de l'onde *ordinaire*. L'onde extraordinaire est polarisée suivant l'axe x et l'onde ordinaire suivant l'axe y. La traversée de la lame donnera à la phase de la composante x du vecteur de Jones (phase de l'onde extraordinaire) un accroissement $\varphi_e = \omega n_e d/c$ et à la phase de la composante y (phase de l'onde ordinaire) un accroissement $\varphi_0 = \omega n_0 d/c$. On peut donc écrire

$$\begin{pmatrix}E'_x\\ E'_y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\exp(i\varphi_e) & 0\\ 0 & \exp(i\varphi_0)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_x\\ E_y\end{pmatrix}.$$

La matrice

$$M(\varphi)=\begin{pmatrix}\exp(i\varphi_e) & 0\\ 0 & \exp(i\varphi_0)\end{pmatrix}$$

est la matrice de Jones pour une lame biréfringente orientée de telle sorte que son axe optique se confond avec l'axe x.

Si l'axe optique de la lame fait un angle α avec l'axe x, il convient de ramener le vecteur de Jones au système d'axes tournés de l'angle α par rapport au système initial et, après le passage à travers la lame, revenir aux axes initiaux. La matrice de Jones est donnée dans ce cas par le produit des matrices:
$M(-\alpha)M(\varphi)\,M(\alpha)$.

ANNEXE 5

POINTS SINGULIERS D'UN SYSTÈME DYNAMIQUE À DEUX DIMENSIONS

Supposons qu'un système dynamique se décrit par un système *non linéaire* de deux équations différentielles

$$\left.\begin{aligned}dm/d\tau&=F(m,\ n);\\ dn/d\tau&=\Phi(m,\ n),\end{aligned}\right\}\qquad(A.5.1)$$

où $m(\tau)$ et $n(\tau)$ sont des fonctions du temps τ constituant les paramètres du système considéré.

Soient $m = m_A$ et $n = n_A$ les coordonnées d'un des *points singuliers* du système. En considérant le *voisinage* de ce point singulier, posons

$$m(\tau) = m_A + \mu(\tau); \qquad n(\tau) = n_A + \nu(\tau), \tag{A.5.2}$$

où μ et ν sont des quantités du premier ordre de petitesse. En introduisant (A.5.2) dans (A.5.1) et en ne gardant que les termes du premier ordre de petites-

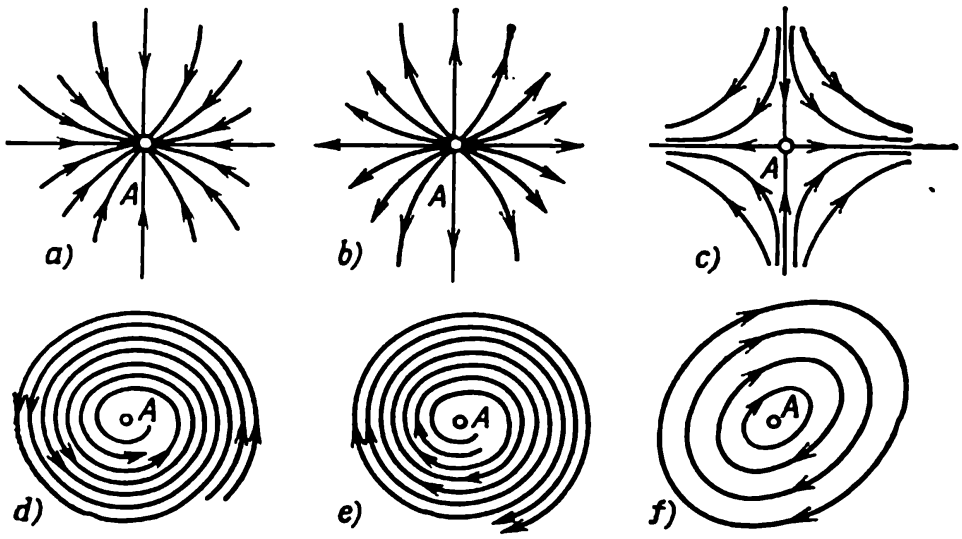


Fig. A.5.1

se, on obtient au lieu de (A.5.1), le système d'équations *linéaire* suivant:

$$\left.\begin{aligned} d\mu/d\tau &= a\mu + b\nu; \\ d\nu/d\tau &= c\mu + d\nu. \end{aligned}\right\} \tag{A.5.3}$$

Cherchons la solution $\mu(\tau)$ (de façon analogue $\nu(\tau)$) de ce système sous la forme

$$\mu(\tau) = C_1 \exp(p_1\tau) + C_2 \exp(p_2\tau),$$

où p_1 et p_2 sont les *racines de l'équation caractéristique*

$$p^2 - p(a + d) + (ad - bc) = 0. \tag{A.5.4}$$

Six situations qualitativement différentes peuvent se présenter qui correspondent à six différents types de points singuliers. La fig. A.5.1 montre les vues des portraits de phase au voisinage de ces points:

— la fig. A.5.1, *a* correspond au point singulier du type d'un *nœud stable* (dans ce cas les racines p_1 et p_2 sont réelles et négatives);

— la fig. A.5.1, *b* correspond au point singulier du type d'un *nœud instable* (les racines p_1 et p_2 sont réelles et positives);

— la fig. A.5.1, *c* correspond au point singulier du type d'un *col* (les racines p_1 et p_2 sont réelles et de signes opposés);

— la fig. A.5.1, *d* correspond au point singulier du type d'un *foyer stable* (les racines p_1 et p_2 sont complexes à parties réelles négatives);

— la fig. A.5.1, *e* correspond au point singulier du type d'un *foyer instable* (les racines p_1 et p_2 sont complexes à parties réelles positives);

— la fig. A.5.1, *f* correspond au point singulier du type d'un *centre* (les racines p_1 et p_2 sont imaginaires).

Sur les fig. A.5.1, *a* et *d*, l'état du système représenté par le point singulier est *stable*: tout écart du système de cet état le conduit sur une trajectoire de phase qui fait revenir inévitablement le système à son état initial. Sur les fig. A.5.1, *b*, *c* et *e*, l'état du système représenté par le point singulier est au contraire *instable*: tout écart même minime place le système sur une trajectoire qui l'éloigne davantage de son état initial. Dans le cas de la fig. A.5.1, *f*, on peut dire que l'état représenté par le point singulier est stable en ce sens que des perturbations suffisamment petites mettent le système sur l'une des trajectoires de phase se trouvant au voisinage de l'état initial.

INDEX

ABCD, loi d' 154, 167, 178
Absorption résonnante, coefficient d' 310
Autofocalisation de la lumière 338
Autosynchronisation des modes 244, 335, 347
— — complète 356

Cavité (s) résonnante (s) active 93, 202
— — anisotrope 193
— —, coefficient de surtension de 106
— — concentrique 106
— — confocale 104, 106, 131, 136, 169, 171, 173
— — couplées 191
— — à deux miroirs plans et parallèles 104, 106
— — à diaphragme 140
— — équivalentes 135, 171
— — à guide d'ondes 95, 210
— — instable 99, 111, 173, 176, 181, 185
— — non sélective 333
— — non stationnaire 279
— — optique 79, 90
— — ouverte 95, 97, 108, 121
— — passive 93, 105
— — sélective 34
— — semi-concentrique 106
— — semi-confocale 106
— — stable 111, 160

Dépeuplement de niveaux 12, 70

Eclaircissement d'un milieu 308
Effet POCKELS 287
Elargissement, coefficient d' 176, 177
— homogène 196
— inhomogène 196, 203
Equation(s) du bilan 22, 251, 253, 255, 279, 297, 324
— de FOX-LI 126
— de STATZ et DE MARS 257, 262

Filtre absorbant 189
— saturable 240, 308, 338
FOX-LI, équation de 126
Fréquence(s), effet d'entraînement de 94, 200
— de résonance 86, 166
FRESNEL, nombre de 103, 104
—, nombre équivalent de 185

Gain d'amplification 7, 79
— — initial, 81, 83
— —, saturation de 79, 94
Géométrique, approximation 106

Impulsion géante 238, 295, 301, 303, 321
Intégrale de KIRCHHOFF-HUYGENS 124

Inversion de populations du milieu actif 7, 10

JONES, matrice de 194, 393
—, vecteur de 193, 393

KERR, phénomène de 287
KIRCHHOFF-HUYGENS, intégrale de 124

Laser à argon 42
— chimique 60, 66
— collisionnel 16
— à colorant 30
— à couches minces, 216
— à électro-ionisation 51
— à filtre saturable 308, 312, 321
— à fluor-hydrogène 64
— à gaz 13, 36
— — carbonique 47, 57
— — — à pompage par électro-ionisation 53
— — comprimé 52
— — dynamique 55
— — ionisé 14, 39
— à grenat d'yttrium-aluminium activé au néodyme 27
— à hélium-néon 45
— à iode 38
— à liquide 13
— moléculaire 14, 40
— à molécules excimères 18, 75
— photochimique 38
— à photodissociation 38
— à plasma 66
— — chimique 74
— — dynamique 73
— — pulsé 71
— à rétroaction distribuée à couche mince 227
— à rubis 26
— à semi-conducteur 13
Laser à solide 13, 19, 23
— à sulfure de carbone 65
— à transitions atomiques 40
— à vapeur de cuivre 46
Lentille thermique, effet de 94, 203, 206, 208

Mode(s) axial, 89
—, compétition entre 94
— fondamental 90
— longitudinal 89
— transverse 89, 127
Modulation de charge 234
— des pertes utiles 294
— de qualité 234
— — active 286, 328
— — combinée 328
— — périodique 285
— — spatiale 244

Niveaux de la transition laser 25, 33
Nombre de FRESNEL 103, 104
— — équivalent 185
Non-linéarité, indice de 353
—, paramètre de 79

Pertes par diffusion 99, 102, 166
— nuisibles 81
— utiles 80, 85
Phénomène de KERR 287
Photo-élastique, effet 290
Picot 236
Pile-laser 73
POCKELS, effet 287
Pompage chimique 12, 60
— par décharge 39
— par électro-ionisation 12, 53
— par impulsions 32
— optique 11, 19, 24
— — à bande étroite 30
— — cohérent 20, 32
— — continu 32

Pompage optique incohérent 20, 33
— — à large bande 37
— par recombinaison 12, 66
— thermique 55
—, vitesse de 22, 82

Régime de décharge (cavity-dumping) 245
— relaxé 235
Rendement quantique 8
Résonateur, voir cavité résonnante
Rétroaction distribuée 226

Schéma en cascade 25
— à deux niveaux 21
Schéma à quatre niveaux 8, 29, 262
Schéma à trois niveaux 22, 251, 257, 260
Sélection angulaire 187
— par fréquence 187, 188, 195
— des modes longitudinaux 190, 329
STATZ et DE MARS, équations de 257, 262
Synchronisation des modes active 334, 357
— — combinée 337
— — complète 344, 351
— — longitudinaux 242, 244, 330
— — passive 335, 347
— — transverses 244

Tracé de luminescence 343
Transition autolimitée 17, 46
Trou, effet de formation de 94, 198

TABLE DES MATIÈRES

Préface 5

Chapitre premier. PROCÉDÉS DE RÉALISATION DE L'INVERSION DE POPULATIONS DU MILIEU ACTIF 7

§ 1.1 Généralités 7

Inversion de populations du milieu actif comme condition nécessaire d'oscillation laser (7). Rendement quantique et rendement énergétique d'un laser (8). Condition d'inversion de populations pour un modèle à quatre niveaux (pompage stationnaire) (9). Principes généraux de réalisation de l'inversion de populations (10). Mécanismes de peuplement des niveaux (mécanismes d'excitation) (11). Mécanismes du dépeuplement des niveaux (mécanismes de la relaxation) (12). Classification des lasers selon différents modes de pompage (13). Quelques problèmes posés par le fonctionnement en continu, lasers collisionnels (14). Avantages du pompage impulsionnel; oscillation sur les transitions autolimitées (17). Lasers à molécules « éclatantes » (18).

§ 1.2. Pompage optique. Lasers à solides 19

Traits spécifiques au pompage optique (19). Conditions de réalisation de l'inversion de populations stationnaire par le pompage optique (21). Lasers à solides: problèmes de la réalisation du pompage optique, schémas de travail des lasers (23). Lasers à rubis (26). Laser à grenat d'yttrium-aluminium activé au néodyme (27). Pompage optique au moyen d'un laser à semi-conducteur ou d'une diode luminescente (30).

§ 1.3. Lasers à colorants organiques 30

Colorants organiques (31). Pompage optique des lasers à colorants (32). Schéma des niveaux énergétiques et transitions principales (33). Changement de longueur d'onde émise; cavités optiques sélectives (34). Problème de l'extension de gamme de changement de longueur d'onde émise (36).

§ 1.4 Lasers à gaz à pompage optique à large bande 36

Problème du pompage optique des milieux actifs gazeux (36). Possibilité de pompage optique à large bande dans les gaz; lasers à photodissociation (37). Laser à iode à photodissociation (38). Problème de la conversion directe de l'énergie solaire en rayonnement laser (39).

§ 1.5. Pompage avec utilisation d'un décharge électrique auto-entretenue dans des gaz raréfiés 39

Types de lasers à pompage par décharge (39). Décharges électriques utilisées dans les lasers à pompage par décharge (40). Laser à argon ionisé (42). Mé-

canisme d'établissement d'une inversion de populations dans un laser à argon ionisé (43). Laser à hélium-néon; mécanisme de réalisation d'une inversion de populations (45). Laser à vapeur de cuivre (46). Laser moléculaire à gaz carbonique (laser à CO_2) (47). Mécanisme d'établissement de l'inversion de populations dans un laser à CO_2 (48).

§ 1.6. Lasers à électro-ionisation 51

Problème de l'élévation de la pression dans les lasers à gaz (51). Méthode de pompage par électro-ionisation des lasers à gaz à haute pression (52). Laser à CO_2 à pompage par électro-ionisation (53). Utilisation de différents milieux actifs (54). Procédés d'ionisation (54).

§ 1.7. Lasers à gaz dynamiques (pompage thermique) 55

Méthodes thermiques de réalisation d'une inversion de populations (55). Laser à gaz carbonique dynamique (56). Mécanisme d'établissement de l'inversion de populations dans un laser à gaz carbonique dynamique (57). Moyens d'amélioration du rendement des lasers à gaz dynamiques (59).

§ 1.8. Lasers à pompage chimique 60

Réactions chimiques; initiation et accélérations des réactions (61). Réactions chimiques en chaîne; longueurs chimiques et laser de la chaîne (62). Lasers à réalisation directe et indirecte de l'inversion de populations (63). Laser chimique à fluor-hydrogène à réalisation indirecte de l'inversion de populations (64). Lasers chimiques à sulfure de carbone (lasers chimiques à CO) (65). Lasers chimiques à transitions électroniques des molécules (66).

§ 1.9. Lasers à plasma (pompage par recombinaison) 66

Plasma en recombinaison considéré comme un milieu actif laser (66). Problèmes fondamentaux de la réalisation d'un laser à plasma en recombinaison (68). Modèle à deux niveaux « ouvert » d'un laser à plasma (69). Problème du vidange du niveau inférieur (70). Lasers à plasma pulsés (71). Lasers à plasma utilisant des ioniseurs durs; pile-laser (72). Lasers à plasma dynamiques (73). Lasers à plasma chimiques (74).

Bibliographie 75

Chapitre 2. FORMATION DU CHAMP DE RAYONNEMENT DANS UNE CAVITÉ LASER 79

§ 2.1. Condition d'amorçage d'oscillation 79

Nécessité d'assurer un gain initial excédant le coefficient de pertes (79). Gain d'amplification initial pour les transitions laser optiquement permises et interdites (81). Dépendance du gain initial envers la vitesse de pompage (82). Variation du gain initial en fonction de la fréquence (84).

§ 2.2. Cavité résonnante optique et rayonnement laser (étude préliminaire) 85

Coefficient optimal de pertes utiles (85). Fréquences de résonance (86). Modes (types d'oscillations) d'une cavité optique (88). Rôle de la cavité optique dans le laser (90). Résonateurs passifs et actifs (93).

§ 2.3. Généralités sur les résonateurs ouverts 95

Impossibilité d'utilisation des résonateurs fermés dans le domaine optique (96). Coefficient de surtension du résonateur (98). Coefficient de surtension du résonateur dû à la transparence du miroir de sortie (100).

Coefficient de surtension et modes d'un résonateur ouvert (102). Pertes par diffraction. Nombre de Fresnel (102). Principaux paramètre d'un résonateur passif constitué de deux miroirs (sphériques ou plans) (105). Approximation géométrique (106).

§ 2.4. Guides d'ondes à lentilles et résonateurs ouverts (approximation de l'optique géométrique) 108

Guide d'ondes à lentilles et résonateur ouvert (108). Condition de stabilité d'un guide d'ondes à lentilles alternées (109). Résonateurs ouverts stables et instables; diagramme de stabilité (111). Matrice de passage d'un rayon lumineux (113). Matrice de passage d'un rayon pour une double traversée du résonateur (118).

§ 2.5. Désaccord d'un résonateur ouvert 121

Désalignement d'un élément optique (121). Résonateur à élément optique désaligné (122).

§ 2.6. Etude des résonateurs ouverts basée sur la méthode itérative de Fox-Li. Résonateurs équivalents 124

Intégrale de diffraction de Kirchhoff-Huyghens (124). Equation intégrale de Fox-Li (126). Modes transverses d'un résonateur ouvert (127). Résonateur constitué de deux miroirs sphériques (128). Résonateur confocal (131). Prise en compte de la valeur de l'ouverture des miroirs du résonateur(132). Résonateurs équivalents (135). Résonateur équivalent à un résonateur à lentille interne (136). Résonateur à diaphragme (140).

§ 2.7. Faisceaux gaussiens 143

Remarques générales; forme spatiale d'un faisceau gaussien (143). Propagation d'un faisceau gaussien dans l'espace libre (144). Rayon de courbure de la surface équiphase (146). Relations fondamentales reliant les paramètres d'un faisceau gaussien (147). Paramètres complexes d'un faisceau gaussien (148). Faisceau gaussien considéré comme une solution de l'équation parabolique (148). Généralisation au cas de modes supérieurs (149).

§ 2.8. Transformation et adaptation des faisceaux gaussiens . . . 151

Transformation du faisceau gaussien dans l'espace libre (151). Lentille considérée comme un correcteur de phase (151). Transformation du faisceau gaussien dans la lentille (152). Transformation du faisceau gaussien dans un système à lentille (154). Loi d'*ABCD* régissant la transformation des faisceaux gaussiens dans des systèmes à lentilles (154). Transformation du faisceau gaussien dans un milieu quadratique (157). Adaptation des faisceaux gaussiens (158).

§ 2.9. Faisceaux gaussiens dans les résonateurs stables 160

Autoreproduction du faisceau gaussien en cas de sa réflexion sur un miroir sphérique (160). Faisceau gaussien dans un résonateur (cas de grandes ouvertures). (161). Remarques liées à la prise en compte de l'ouverture des miroirs (164). Déphasage pour un faisceau gaussien et spectre de fréquences de résonance (166). Application de la loi d'*ABCD* à l'étude du champ dans un résonateur (167). Indétermination de la caustique d'un résonateur confocal à ouvertures illimitées des miroirs (169). Résonateur confocal à ouvertures finies des miroirs (171). Résonateur confocal à diaphragme (173).

BeatriceGloria_personal library

§ 2.10. Résonateurs instables 173

Homocentricité du faisceau sortant d'un résonateur instable (174). Pertes à l'intérieur d'un résonateur instable dans l'approximation de l'optique géométrique (176). Application de la loi d'*ABCD* aux résonateurs instables (178). Laser à résonateur instable de type télescopique (181). Prise en compte de la diffraction sur le bord du miroir; nombre de Fresnel équivalent (183). Avantages des résonateurs instables (185).

§ 2.11. Principes de la séléction par fréquence 187

Différents types de sélection par fréquence (188). Emploi de filtres absorbants à large bande et d'éléments de dispersion (189). Remarques générales sur la sélection des modes longitudinaux (190). Méthodes interférentielles de sélection des modes longitudinaux (191). Résonateurs à éléments anisotropes (193). Méthode optique non linéaire de sélection par fréquence (195).

§ 2.12. Effet de formation de trous. Effet d'entraînement de fréquence 196

Elargissement homogène et inhomogène des raies spectrales (196). Saturation du gain en cas des élargissements homogène et inhomogène des raies; effet de formation de trous (198). Caractère spécifique de l'étude de la saturation du gain dans le cas de l'élargissement inhomogène de la raie de la transition (200). Effet d'entraînement de fréquence (200). Effet d'entraînement de fréquence dans les cas des élargissements homogène et inhomogène (201).

§ 2.13. Lentille thermique 203

Effet de lentille thermique (203). Contraintes thermo-élastiques; distorsions thermiques du résonateur (205). Distance focale et plans principaux d'une lentille thermique (206). Prise en compte de la lentille thermique dans les systèmes laser (208).

§ 2.14. Résonateurs à guide d'ondes 210

Résonateur à guide d'ondes; modes de guide d'ondes (210). Nombre de modes dans le guide d'ondes du résonateur (211). Résonateur à guide d'onde du type à demi-longueur (212). Avantages des résonateurs à guides d'ondes (213).

§ 2.15. Rayonnement optique dans un guide d'ondes en couche mince. Rétroaction distribuée 215

Modes d'oscillations dans une couche mince (216). Nombre de modes dans la couche (219). Répartition du champ pour les modes dans le guide d'ondes (220). Méthodes utilisées pour l'introduction et l'extraction du rayonnement (222). Principe de fonctionnement de l'élément de couplage prisme-couche (224). Rétroaction distribuée (225). Lasers à rétroaction distribuée à couche mince (227). Lasers à couches à structure périodique utilisée comme miroirs du résonateur (228).

Bibliographie 229

Chapitre 3. DYNAMIQUE DE L'OSCILLATION LASER 233

§ 3.1. Généralités sur les régimes de fonctionnement des lasers . . 234

Causes de l'état non stationnaire de l'oscillation laser (234). Régime d'oscillation libre (régime relaxé) (235). Régime d'impulsions géantes à modulation active de qualité de la cavité résonnante (régime de « Q-switch » ou de « Q-modulation ») (237). Régime d'impulsions géantes à modulation

passive de qualité de la cavité résonnante (240). Régime de synchronisation des modes longitudinaux (régime d'impulsions lumineuses ultracourtes) (242). Régime de synchronisation des modes transverses (244). Régime de décharge de la cavité résonnante (cavity-dumping) (245). Production d'un train d'impulsions dans les lasers à pompage en continu (247). Utilisation de la rétroaction négative pour l'obtention d'impulsions microseconde (249).

§ 3.2. Equations approchées pour la description de la dynamique des processus dans les lasers (équations du bilan) 251

Equation différentielle pour la densité de flux lumineux (251). Equations différentielles pour la densité d'inversion de populations (lasers à trois et à quatre niveaux) (253). Système complet d'équations du bilan aux dérivées partielles (254). Equations du bilan moyennées (équations de vitesse) (255). Equations de Statz et De Mars (257). Comparaison des équations de Statz et De Mars et du système d'équations de bilan moyennées (259). Valeur de seuil de la densité d'inversion de populations et condition d'accrochage (261). Forme adimensionnée des équations de Statz et De Mars (262). Prise en compte de la contribution de l'émission spontanée à l'intensité de champ (263). Remarques générales sur la méthode des équations du bilan (264). Laser considéré comme un système auto-oscillant à constantes réparties (265).

§ 3.3. Régime d'oscillation libre (régime relaxé). Pulsations amorties régulières de la puissance du rayonnement 267

Etape précédant l'oscillation (267). Phénomènes transitoires accompagnant l'entrée en oscillation (pulsations amorties régulières de la puissance de rayonnement) (269). Portrait de phase d'un laser à solide fonctionnant en régime relaxé (273). Mise en évidence de la structure du portrait de phase d'un laser (275). Analyse des pulsations sur la base des équations du bilan (277). Remarques sur le régime d'oscillation libre d'un laser multimode (278).

§ 3.4. Laser à cavité résonnante non stationnaire. Pulsations non amorties de la puissance du rayonnement 279

Equations du bilan pour un laser à coefficient de surtension périodiquement variable de la cavité (279). Pulsations de petite amplitude (282). Remarques sur la possibilité de réalisation des pulsations non amorties de grande amplitude (283). Modulation périodique de qualité en cas d'un mouvement uniforme du plan réfléchissant (283). Modulation périodique de qualité de la cavité par suite de l'échauffement de l'élément actif (285). Nature des pulsations non amorties en régime d'oscillation libre (285).

§ 3.5. Modulation active de qualité de la cavité résonnante 286

Modulation optomécanique de qualité de la cavité (286). Modulation électro-optique de qualité (287). Modulation acousto-optique de qualité (290). Caractéristiques comparées des modulations électro-optique et acousto-optique de qualité (293). Modulation des pertes utiles (294).

§ 3.6. Régime d'impulsions géantes pour modulation active de qualité de la cavité 295

Principales étapes temporelles (295). Equations du bilan. Déclenchement instantané de qualité (297). Portrait de phase d'un laser à déclenchement instantané de qualité (298). Analyse de l'étape du développement linéaire de l'oscillation (300). Caractéristiques énergétiques de

l'impulsion géante (301). Durée et forme de l'impulsion géante (303). Régime de génération d'impulsions géantes en cas de différents temps de déclenchement de qualité (305). Remarques sur le développement de l'impulsion dans la direction perpendiculaire à l'axe de la cavité (307).

§ 3.7. Lasers à filtre saturable 308

Filtre saturable (308). Equation différentielle pour la densité de flux lumineux moyennée (311). Système complet d'équations du bilan pour un laser à filtre saturable (312). Solutions stationnaires du système d'équations du bilan (314). Instabilité de l'état stationnaire initial et condition d'auto-amorçage d'oscillation dans un laser à filtre saturable (316). Excitation douce et dure d'oscillation (317). Stabilité (instabilité) des états stationnaires dans le cas de l'excitation douce d'oscillation (319). Régime d'oscillation d'un laser à filtre saturable (320).

§ 3.8. Régime d'impulsions géantes pour la modulation passive de qualité de la cavité résonnante 321

Conditions de réalisation du régime d'impulsions géantes dans un laser à filtre saturable (321). Développement d'une impulsion géante dans un laser à filtre saturable (323). Equations du bilan; analogie avec le cas du déclenchement instantané de qualité (324). Comparaison des régimes d'implusions géantes en cas de modulation active et passive de qualité; modulation combinée de qualité (326). Sélection naturelle des modes longitudinaux dans le cas de la modulation passive (329).

§ 3.9. Synchronisation des modes longitudinaux (émission d'impulsions lumineuses ultracourtes) 330

Sens de l'idée de la synchronisation des modes longitudinaux (331). Résonateur non sélectif (333). Synchronisation active des modes (334). Synchronisation passive des modes (autosynchronisation des modes) (335). Synchronisation combinée des modes (337). Procédés de réduction du temps de relaxation des filtres saturables (338). Influence de l'autofocalisation de la lumière (338).

§ 3.10. Mesure de la durée des impulsions lumineuses ultracourtes 340

Principales directions du développement des méthodes d'étude de la structure des impulsions (340). Méthode utilisant la génération du deuxième harmonique (341). Méthode à deux photons (342). Synchronisations des modes complète et incomplète et problème de la mesure des intervalles de temps (344). Méthode basée sur la mesure de la structure spectrale du signal (346).

§ 3.11. Etude de l'autosynchronisation des modes longitudinaux dans un laser à filtre saturable basée sur le concept de fluctuations 347

Description qualitative du mécanisme physique (347). Sur la description spectrale et temporelle de la synchronisation des modes (350). Profil initial de champ de rayonnement (351). Indice de non-linéarité (353). Transformation du profil de champ par suite de l'interaction du rayonnement avec le filtre dans l'étape de l'éclaircissement (354). Sur la possibilité de synchronisation des modes dans le cas de la génération du deuxième harmonique (355). Conditions d'autosynchronisation complète des modes (356).

§ 3.12. Description temporelle de la synchronisation active des modes longitudinaux dans un laser à raie amplificatrice homogène. 357

Enoncé du problème ; principales hypothèses (357). Transformation d'une impulsion lumineuse par suite de son passage à travers l'élément actif et le modulateur (359). Système d'équations différentielles décrivant le processus d'établissement du régime de synchronisation des modes (360). Remarques sur les synchroniseurs de phase (électro-optiques) et d'amplitude (acousto-optiques) des modes (363).

§ 3.13. Dynamique des lasers à pompage en continu 364

Equations de vitesse (364). Charges linéaire et non linéaire quadratique du résonateur (366). Puissance de sortie moyenne normée (366). Régime de modulation périodique de qualité (avec déclenchement instantané de qualité) (368). Condition de stabilité du régime de modulation périodique de qualité (372). Charge linéaire en régime de modulation de qualité (373). Charge non linéaire quadratique en régime de modulation de qualité [59. 68, 139] (375). Régime de « coupure de l'impulsion » (378). Régimes de modulation de charge (379).

Bibliographie 381

Annexe 1. Polynômes d'Hermite 388
Annexe 2. Faisceau gaussien dans l'espace libre 392
Annexe 3. Ondes sphériques stable et instable dans un résonateur instable 392
Annexe 4. Matrices de Jones 393
Annexe 5. Points singuliers d'un système dynamique à deux dimensions 395

Index 398